

# 自動車の乗り心地向上のためにむだ時間の変動を考慮したアクティブサスペンションのロバスト $H_2$ 制御

M2018SC010 高山翔

指導教員：陳幹

## 1 はじめに

本研究では、自動車の乗り心地向上のためにむだ時間の変動を考慮したアクティブサスペンションのロバスト  $H_2$  制御を行う。本研究では乗り心地向上を目的としていることから、ISO (国際標準化機構:International Organization for Standardization)2631-1 という評価規範に基づき、性能の評価を行う [1]。ISO2631-1 では車体の上下加速度とピッチ角加速度に対し、人間が不快と感じる周波数帯域がそれぞれ定義されている。そのため、本研究では車体の上下加速度とピッチ角加速度の両方を解析できるアクティブサスペンションの1/2車体モデルを用いる。また、このモデルを用いて、前輪と後輪に入る外乱のタイミングの遅れをむだ時間として考慮することができる [2]。そのため、むだ時間を考慮することで、より現実的な走行状況を再現することができる。しかし、むだ時間を伝達関数で表すと、むだ時間要素が無次元の伝達関数となることから、設計が難しい。そのため、むだ時間要素を近似を用いて有限次元の伝達関数にする必要があり、多くの論文ではパデ近似を用いている [2][3]。

しかし、本研究で考慮するむだ時間要素はパデ近似を用いて近似することは難しい。なぜなら、パデ近似は偶数次元、奇数次元で異なる位相特性を持つからである。具体的には、偶数次元では同位相、奇数次元では逆位相の位相遅れを示す特性をそれぞれ持っている。本研究で考慮するむだ時間要素は車体の上下加速度とピッチ角加速度に含まれる。近似精度を確かめるため、それぞれの加速度の周波数応答に対して、次元数が最も低い奇数次元のパデ1次近似を用いると、ピッチ角加速度の周波数応答の各共振点のみ覆う近似ができる。ピッチ角加速度の周波数応答は前輪と後輪に入る逆位相の外乱入力が最悪な状況となるため、位相遅れが180度の特性を持つパデ1次近似は適したものだと考えられる。しかし、むだ時間要素を含む車体の上下加速度の周波数応答では、前輪と後輪に同時に入る同位相の外乱入力最悪な状況となるため、各共振点をパデ1次近似により正確に近似することは難しく、高周波になるにつれて、近似精度が悪化する。これに対して、先行研究では、偶数次元の中で最も次元数の低いパデ2次近似の特性(位相遅れ360度)を用いてパデ1次近似を補正するフィルタを設計し、上下加速度の周波数応答の各共振点を正確に覆う近似精度を得ている [2]。しかし、このフィルタは高いゲイン値を持ち、この特性が制御器を設計する時に問題となる。そこで、本研究では、先行研究とは別の手法により、むだ時間要素を含む車体の上下加速度とピッチ角加速度の周波数応答を共に近似可能にすることを考える。そのために、パデ近似の考え方にに基づき、新たな近似式を導出する。この近似式を制御器設計内で考慮

し、むだ時間の変動範囲で安定性を保証するロバスト  $H_2$  制御器を設計する。最後に、設計した制御器を用いて、時間応答、RMS 解析による評価を行い、有用性を確認する。

## 2 モデリング

本研究で用いるアクティブサスペンションの1/2車体モデルを図1に、物理パラメータを表1にそれぞれ示す。ただし、 $i=f, r$  とし、 $f$  は front を、 $r$  は rear を表すものとする。

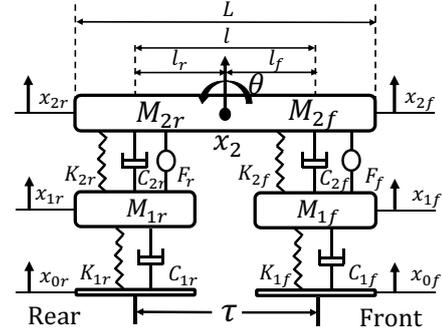


図1 アクティブサスペンションの1/2車体モデル

表1 物理パラメータ

物理パラメータ	記号	単位
車体全体の質量	$M_2$	[kg]
前後車体の質量	$M_{2i}$	[kg]
車輪質量	$M_{1i}$	[kg]
前後のサスペンション間の距離	$l$	[m]
車体全体の長さ	$L$	[m]
車輪と路面間のバネ係数	$K_{1i}$	[N/m]
車輪と路面間のダンパ係数	$C_{1i}$	[Ns/m]
車輪と車体間のバネ係数	$K_{2i}$	[N/m]
車輪と車体間のダンパ係数	$C_{2i}$	[Ns/m]

状態変数  $x(t)$ 、出力  $y(t)$ 、制御入力  $u(t)$  及び路面外乱  $w(t)$  を以下に示す。

$$x(t) = [ x_{2f} - x_{1f} \quad x_{2r} - x_{1r} \quad x_{1f} - x_{0f} \quad x_{1r} - x_{0r} \quad \dot{x}_{2f} \quad \dot{x}_{2r} \quad \dot{x}_{1f} \quad \dot{x}_{1r} ]^T \quad (1)$$

$$y(t) = [ y_1(t) \quad y_2(t) ]^T = [ \ddot{x}_2 \quad \ddot{\theta} ]^T \quad (2)$$

$$u(t) = [ F_f \quad F_r ]^T \quad (3)$$

$$w(t) = [ \omega_f(t) \quad \omega_r(t) ]^T = [ \dot{x}_{0f} \quad \dot{x}_{0r} ]^T \quad (4)$$

車輪間の距離  $l$ [m]、車速  $v(t)$  によって求められるむだ時間  $\tau(v(t))$  は以下のように計算される。

$$\tau(v(t)) = \frac{l}{v(t) \cdot 1000/3600} \quad (5)$$

ここで、アクティブサスペンションの1/2車体モデルの状態空間表現  $P$  を以下に示す。

ただし、 $\omega_r(t) = \omega_f(t - \tau(v(t)))$  とする。

$$P : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1u(t) \\ \quad + B_{2f}\omega_f(t) + B_{2r}\omega_r(t - \tau(v(t))) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (6)$$

### 3 制御系設計

本研究では、むだ時間要素をパデ近似の考え方に基づき、新たな近似式の導出を行う。この近似式を制御系設計内で考慮し、アクティブサスペンションのロバスト  $H_2$  制御器の設計を行う。

#### 3.1 パデ近似の考え方に基づいた新たな近似式の導出

むだ時間要素をパデ近似を用いて近似をすることが多いが、その中で次元数が最も低いパデ1次近似を以下に示す [2][3]。

$$e^{-\tau(v(t))s} \approx \frac{2 - \tau(v(t))s}{2 + \tau(v(t))s} \quad (7)$$

(7) 式を用いてむだ時間要素を取り扱いたいだが、本研究では新たな近似式を提案する。なぜなら、本研究で考慮するむだ時間要素に対して位相遅れが180度の逆位相の特性を持つ(7)式を用いることが難しいからである。具体的には、むだ時間要素を含む車体の上下加速度とピッチ角加速度の周波数応答に対して、(7)式を用いると、前輪と後輪に入る逆位相の外乱入力最悪な状況となるため、ピッチ角加速度の周波数応答の各共振点のみ覆う近似ができる。しかし、むだ時間要素を含む車体の上下加速度の周波数応答では、前輪と後輪に同時に入る同位相の外乱入力最悪な状況となるため、(7)式では正確に各共振点を覆う近似が難しくなる。これに対して、パデ2次近似の特性(位相遅れが360度)を用いて(7)式を補正するフィルタを設計し、各共振点を正確に覆う近似を可能にした論文 [2] がある。しかし、このフィルタはおよそ30[dB]という高いゲインを持つ特性があるため、制御器を設計する上で影響が出ると考えられる。そこで、本研究では、むだ時間要素を含む車体の上下加速度、ピッチ角加速度の周波数応答を共に近似するために、パデ近似の考え方に基づいて新たに近似式を導出する。

むだ時間要素  $e^{-\tau(v(t))s}$  は未知パラメータ  $\alpha, \beta$  を用いて以下のように式変形することができる。

ただし、 $0 < \beta \leq \alpha, \alpha + \beta = 1$  とする。

$$e^{-\tau(v(t))s} = \frac{e^{-\alpha\tau(v(t))s}}{e^{\beta\tau(v(t))s}} \quad (8)$$

(8) 式に対して、マクローリン展開を用いると、以下のようになる。

$$\frac{e^{-\alpha\tau(v(t))s}}{e^{\beta\tau(v(t))s}} \approx \frac{1 - \alpha\tau(v(t))s}{1 + \beta\tau(v(t))s} \quad (9)$$

ここで、(9) 式に  $\alpha=3/4, \beta=1/4$  をそれぞれ代入すると、以下のような近似式が得られる。

$$e^{-\tau(v(t))s} \approx \frac{4 - 3\tau(v(t))s}{4 + \tau(v(t))s} \quad (10)$$

提案した(10)式を  $P_d(s)$  とする。また、(7)式を比較対象とし、これを  $D_1(s)$  とする。近似精度の有用性を示すために、車速30[km/h]、230[km/h]及び430[km/h]で走行した場合のむだ時間要素を含む車体の上下加速度とピッチ角加速度の周波数応答を考える。図2、図3に車速30[km/h]、図4、図5に車速230[km/h]、図6、図7に車速430[km/h]で走行した場合のむだ時間要素を含む車体の上下加速度とピッチ角加速度の周波数応答をそれぞれ示す。

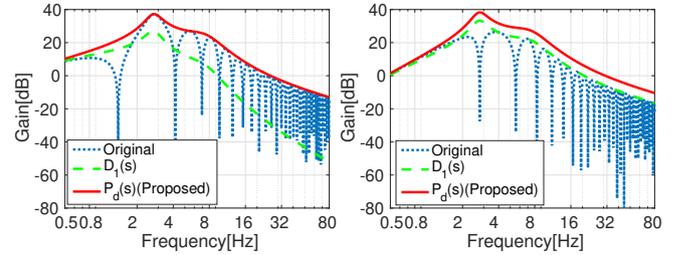


図2 むだ時間要素を含む車体の上下加速度の周波数応答 (30[km/h])

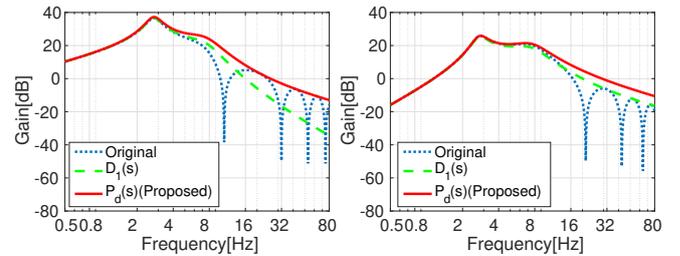


図4 むだ時間要素を含む車体の上下加速度の周波数応答 (230[km/h])

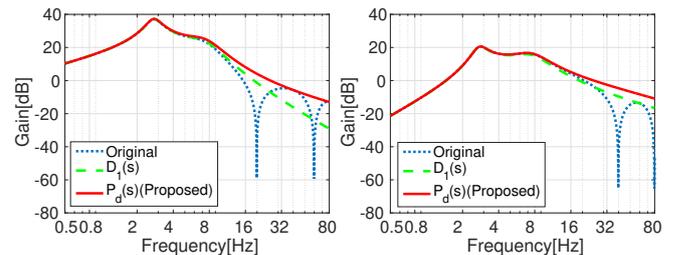


図6 むだ時間要素を含む車体の上下加速度の周波数応答 (430[km/h])

また、提案した新たな近似式  $P_d(s)$  の状態空間表現  $P_d$  は以下のように定義される。

$$P_d : \begin{cases} \dot{x}_{pd}(t) = A_{pd}x_{pd}(t) + B_{pd}\omega_f(t) \\ \omega_r(t) = C_{pd}x_{pd}(t) + D_{pd}\omega_f(t) \end{cases} \quad (11)$$

### 3.2 周波数重み $W_v(s)$ , $W_p(s)$

ISO2631-1 で定義されている車体の上下加速度とピッチ角加速度の周波数重み曲線は高次元の伝達関数であるため、線形制御において取り扱うことは難しい。ここで、周波数整形により、低次元化した車体の上下加速度  $W_v(s)$ 、ピッチ角加速度の周波数重み  $W_p(s)$  の伝達関数を以下に示す。また、表 2 に  $W_v(s)$ ,  $W_p(s)$  に含まれるパラメータを示す。

$$W_v(s) = \frac{\frac{\omega_v}{Q_v} s}{a_v(s^2 + \frac{\omega_v}{Q_v} s + \omega_v^2)} \quad (12)$$

$$W_p(s) = \frac{\frac{\omega_p}{Q_p} s}{a_p(s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2)} \quad (13)$$

表 2  $W_v(s)$ ,  $W_p(s)$  に含まれるパラメータ

	$f_j$	$a_j$	$\omega_j (=2\pi f_j)$	$Q_j$
$W_v(s)(j=v)$	6.0	0.95	37.7	0.19
$W_p(s)(j=p)$	0.72	1.05	4.52	0.68

図 8, 図 9 に上記のパラメータを用いた (12) 式と (13) 式によって得られる上下加速度とピッチ角加速度の周波数重みをそれぞれ示す。ただし、図 8, 図 9 には、ISO2631-1 で定義されている上下加速度の周波数重み  $H_v(s)$ 、ピッチ角加速度の周波数重み  $H_p(s)$  をそれぞれ対比させている。

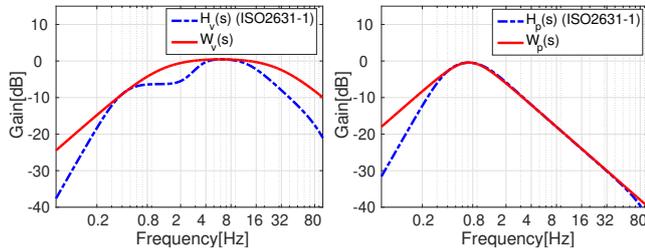


図 8 上下加速度の周波数重み 図 9 ピッチ角加速度の周波数重み

また、周波数重み  $W_v(s)$ ,  $W_p(s)$  の状態空間表現  $W_v$ ,  $W_p$  はそれぞれ以下のように定義される。

$$W_v : \begin{cases} \dot{x}_{wv}(t) = A_{wv}x_{wv}(t) + B_{wv}y_1(t) \\ y_{wv}(t) = C_{wv}x_{wv}(t) + D_{wv}y_1(t) \end{cases} \quad (14)$$

$$W_p : \begin{cases} \dot{x}_{wp}(t) = A_{wp}x_{wp}(t) + B_{wp}y_2(t) \\ y_{wp}(t) = C_{wp}x_{wp}(t) + D_{wp}y_2(t) \end{cases} \quad (15)$$

### 3.3 拡大系 $G$ と重み行列 $W$

制御対象であるアクティブサスペンション  $P$ 、むだ時間要素  $e^{-\tau(v(t))s}$  の新たな近似  $P_d$ 、低次元化した上下加速度とピッチ角加速度の周波数重み  $W_v$ ,  $W_p$  の状態空間表現をそれぞれ用いて構成される新たな状態空間表現  $G$  は以

下のようになる。

$$G : \begin{cases} \dot{x}_g(t) = A_g x_g(t) + B_{1g} u(t) + B_{2g} \omega_f(t) \\ z_g(t) = C_g x_g(t) + D_g u(t) \end{cases} \quad (16)$$

また、ISO2631-1 では、車体の上下加速度とピッチ角加速度の重みの比を 1 : 0.4 で評価するように定義されている [1]。重み行列  $W$  を以下に示す。

$$W = \text{diag} ( W_{11} \quad W_{11} \quad 1W_{22} \quad 0.4W_{22} ) \quad (17)$$

この重み行列  $W$  を用いて評価出力を次のように書きかえる。

$$\begin{aligned} \tilde{z}(t) &= Wz(t) \\ &= \tilde{C}_g x_g(t) + \tilde{D}_g u(t) \end{aligned} \quad (18)$$

### 3.4 行列ポリトープ表現

本研究では、むだ時間  $\tau(v(t))$  の変動を行列ポリトープ表現を用いて考慮する。変動範囲の下界を  $\tau_{\min}$ 、上界を  $\tau_{\max}$  とすると、むだ時間  $\tau(v(t))$  の変動範囲は以下のようになる。

$$\tau(v(t)) \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}] \quad (19)$$

### 3.5 LMI の定式化

本研究では、サスペンションの役割から  $H_2$  制御を用いる。むだ時間の下界  $\tau_{\min}$ 、上界  $\tau_{\max}$  を含んだ拡大系に対して LMI 条件を連立して解く。これにより、状態フィードバックゲイン  $K_g$  を導出することができる。ただし、 $p = \min, \max$  はそれぞれむだ時間の下界  $\tau_{\min}$ 、上界  $\tau_{\max}$  と関係している。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \gamma^2 \text{ subject to} \\ &X > 0 \\ &\begin{bmatrix} \text{He}\{A_{gp}X + B_{1g}Y\} & Q_g^T \\ Q_g & -I \end{bmatrix} < 0 \\ &(Q_g = \tilde{C}_g X + \tilde{D}_g Y) \\ &\begin{bmatrix} Z & B_{2g}^T \\ B_{2g} & X \end{bmatrix} > 0, \gamma^2 - \text{trace}(Z) > 0 \quad (p = \min, \max) \end{aligned} \quad (20)$$

この LMI 条件を満足する  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  が存在するとき、閉ループ系は漸近安定となる。状態フィードバックゲインは  $K_g = YX^{-1}$  で求められる。

## 4 シミュレーション

本研究では、むだ時間要素を考慮した車体の上下加速度とピッチ角加速度の評価をする。車速 30[km/h]、230[km/h] 及び 430[km/h] で走行し、0.01[m] の段差を乗り上げることを想定したシミュレーションを行う。むだ時間要素を (10) 式で考慮した車速 10[km/h] から 500[km/h] の範囲で安定性を保証するロバスト  $H_2$  制御器 (提案法)、むだ時間要素を (7) 式で考慮した車速 10[km/h] から 500[km/h] の範囲で安定性を保証するロバスト  $H_2$  制御器 (従来法)、制御なし (パッシブ) の比較を行い、提案法の有用性を検証する。図 10, 図 11 に車速 30[km/h]、図 12, 図 13 に車速 230[km/h]、図 14, 図 15 に車速 430[km/h] で走行した場合の車体の上下加速度、ピッチ角加速度の時間応答をそれぞれ示す。ただし、むだ時間  $\tau(v(t))$  の変動範囲を  $\tau(v(t)) \in [0.0216, 1.08]$  とする。

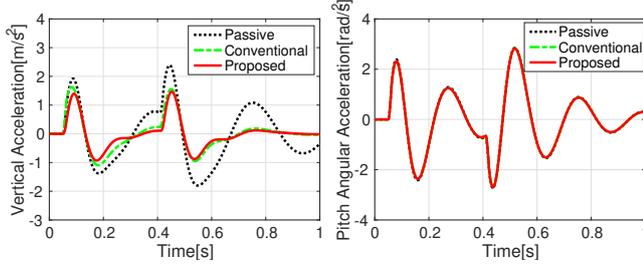


図 10 車体の上下加速度の時間応答 (30[km/h])

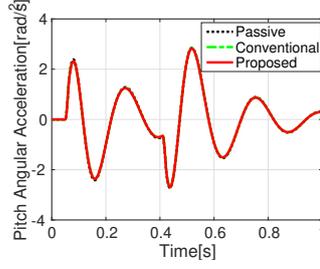


図 11 車体のピッチ角加速度の時間応答 (30[km/h])

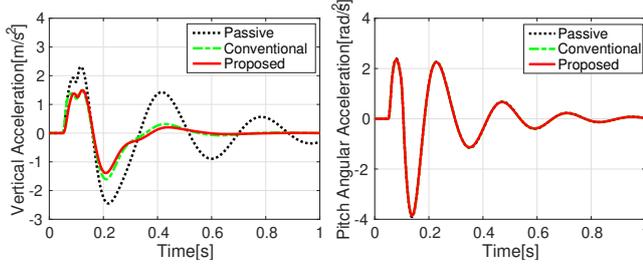


図 12 車体の上下加速度の時間応答 (230[km/h])

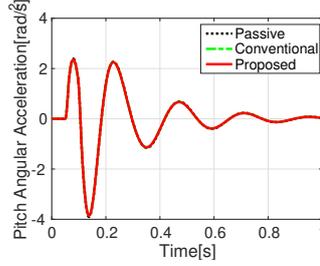


図 13 車体のピッチ角加速度の時間応答 (230[km/h])

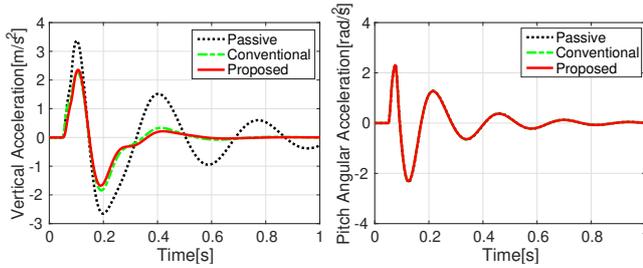


図 14 車体の上下加速度の時間応答 (430[km/h])

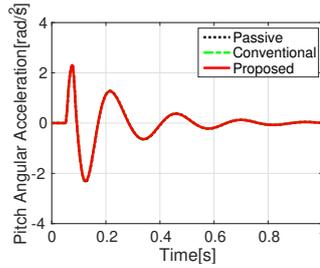


図 15 車体のピッチ角加速度の時間応答 (430[km/h])

## 5 ISO2631-1 に基づいた RMS 解析

乗り心地を評価するために、ISO2631-1 に基づいて RMS 解析を行う [1]. 0.5[Hz] から 80[Hz] までの周波数帯域において、1/3 オクターブバンド毎の正弦波をシステムに与えていき、周波数重み  $H_v(s)$ ,  $H_p(s)$  の補正係数  $H_{vk}$ ,  $H_{pk}$  を上下加速度、ピッチ角加速度に掛けると、補正された上下加速度  $r_{vk}$ 、ピッチ角加速度  $r_{pk}$  が得られる。  $r_{vk}$ ,  $r_{pk}$  の RMS 値  $R_v$ ,  $R_p$  はそれぞれ以下のような計算式で求められる。ただし、 $k$  は ISO2631-1 に定義されている周波数バンド番号を表す。

$$R_v = \left[ \sum_k r_{vk}^2 \right]^{\frac{1}{2}}, R_p = \left[ \sum_k r_{pk}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

また、補正された上下加速度とピッチ角加速度の合計 RMS 値  $R_t$  は以下のように求められる。

$$R_t = \left[ R_v^2 + (0.4R_p)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

(21), (22) 式を用いて、車速 30[km/h], 230[km/h], 及び 430[km/h] で走行した場合の補正された上下加速度の RMS 値  $R_v$ , ピッチ角加速度の RMS 値  $R_p$  及び 2 つの加速度の合計 RMS 値  $R_t$  を表 3 から表 5 にそれぞれ示す。

表 3 RMS 解析 (車速 30[km/h])

	上下	ピッチ角	合計
	加速度	加速度	
Passive	2.16	0.74	2.18
Conventional	1.57	0.73	1.60
Proposed	1.42	0.73	1.45

表 4 RMS 解析 (車速 230[km/h])

	上下	ピッチ角	合計
	加速度	加速度	
Passive	2.05	0.62	2.07
Conventional	1.30	0.61	1.32
Proposed	1.21	0.61	1.23

表 5 RMS 解析 (車速 430[km/h])

	上下	ピッチ角	合計
	加速度	加速度	
Passive	2.58	0.37	2.59
Conventional	1.70	0.36	1.71
Proposed	1.68	0.36	1.69

## 6 まとめ

本研究では、むだ時間要素を含む車体の上下加速度、ピッチ角加速度の周波数応答を共に近似可能にするためにパデ近似の考え方に基づいて新たな近似式を導出した。また、むだ時間に対してロバスト性を保証する制御器を設計し、乗り心地の向上を時間応答、RMS 解析によって確認した。

## 参考文献

- [1] ISO 2631-1, Mechanical vibration and shock evaluation of human exposure to whole-body vibration Part 1 : General requirements, (1997)
- [2] K.Suzuki, I.Takami,  $H_2$  Control for Active Suspension to Improve Ride Comfort based on ISO 2631, MASTER THESIS, Graduate School of Science and Engineering Nanzan University, (2017)
- [3] 鈴木 卓馬, 高橋 正樹, 車速による車両ダイナミクスの変化を考慮した自動車用アクティブサスペンションの制御系設計, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.78, No.786, pp.446-pp.461, (2012)