

統計的方法に基づく階層分析法の研究

M2017SS002 小林優
指導教員：松田真一

1 はじめに

オペレーションズ・リサーチ (OR) の分野では複数の要素からウエイトを決定し、意思決定を行う階層分析法 (AHP 理論) が存在する。AHP 理論は意思決定のために問題、評価基準、代替案の3つで階層図を構成し、評価基準から代替案を決めるために一対比較法を用いて評価基準のウエイトを求めて、代替案の総合得点を定める方法である。本研究では、既存のデータを利用して主成分分析で因子を抽出して AHP 理論を用いる分析 [分析 1], AHP 理論用いる分析 [分析 2], データが存在しない状況で配点法を用いて主成分分析で項目を絞り AHP 理論用いる分析 [分析 3] を行う。[分析 1][分析 2][分析 3] の3つの結果を比較していき、主成分分析の有用性を検討していく。

2 AHP 理論

AHP 理論は意思決定に対する問題があり、複数の評価基準からウエイトを定め、代替案を決定するものである。意思決定のために大まかに問題、評価基準、代替案の3つで階層図を構成する。一対比較法を用いて、それぞれの評価基準と代替案のウエイトの推定を行い総合的に判断し、意思決定を行う。(加藤・小沢 [3] 参照) 図1は具体的な階層図の様子を示している。

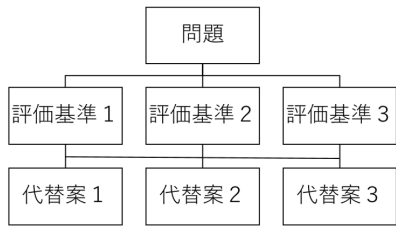


図1 階層図

2.1 一対比較法

一対比較法とは、意思決定のために一対比較値を用いて、項目に対して1対1で質問し程度を測る手法である。それぞれの一対比較値は表1のようになる。

表1 一対比較値

一対比較値	意味
1	両方の項目が同じ位重要
3	前の項目が後の項目より若干重要
5	前の項目が後の項目より重要
1/3	後の項目が前の項目より若干重要
1/5	後の項目が前の項目より重要

一対比較行列は次のようになる。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし n=項目数

$$a_{ij} > 0 (\forall i, j) \quad a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} (\forall i, j)$$

2.2 ウエイト

評価基準と代替案、それぞれの項目で複数人の一対比較から得た一対比較行列について要素ごとの幾何平均を求める。(刀根・真鍋 [6] 参照) 行列のそれぞれの要素を幾何平均を使用しウエイトを求める。評価基準のウエイトと代替案のウエイトを掛け合わせ、総合評価を行う。評価基準の計算方法は以下の通りになる。(堀田 [2] 参照)

$$g_i = \sqrt[m]{a_{i1} \times \cdots \times a_{im}} \quad (i = 1, \cdots, m) \quad (2)$$

$$w_i = \frac{g_i}{\sum_{i=1}^m g_i} \quad (i = 1, \cdots, m) \quad (3)$$

ただし、m:対象人数、 $w = (w_1, \cdots, w_m)$:重み、 $g = (g_1, \cdots, g_m)$:幾何平均である。

評価基準の幾何平均の計算と同様にして代替案の幾何平均を求め総合評価を算出する。

3 住みやすさに関する事例研究

3.1 既存のデータを利用して主成分分析で因子を抽出して AHP 理論を用いたもの [分析 1]

平成 24 年に名古屋市が調査した他都市市民アンケート (Web[4]) の中では 12 都市 40 項目の質問内容が存在する。因子分析で因子を抽出し AHP 理論を適用してはどうか考えたのであるが、都市の数に対して項目数が多いので因子分析は適用できなかった。因子分析の代わりに主成分分析を用いて分析を行った。主成分分析にかけバリマックス回転を行い、因子の意味づけを行った結果を表2に示す。(緒賀 [5], 林 [1] 参照)

表2 小項目の分類

大項目 (因子)	小項目
街づくりの環境の因子	子供安心 安心 自立 心身健康 衛生的 健全さ 社会 自立 文化継承 関心 尊重 若者尊重 次世代産業 中小企業 魅力発信 食の安定 職
防犯に関する因子	犯罪対策
福利厚生などの家庭に関する因子	介護 子育て 子供支援 子供権利 医療 防災意識 情報伝達 緊急対策 防災対策 快適さ ゴミ分別 ごみ処理 住みたい 美味しい水 人権尊重 親切な応対
交通に関わる行政の因子	交通安全 交通機関 道路快適 歩行者快適 消費生活の向上 行政運営 施設の管理

ウエイトをつけるために学生にアンケートをとった。アンケートには都市名を入れず、4つの大項目を一対比較で質問し、ウエイトを求めた。4つの大項目のウエイトと名古屋市が調査した他都市市民アンケート (Web[4]) の中の各都市の小項目の得点に主成分分析とバリマックス回転を行った結果を掛け合わせることで各都市の総合得点を求めた。

総合得点を表したものが表3である。

表3 総合的な住みやすさ [分析1]

札幌	仙台	さいたま	川崎	横浜	名古屋	京都	大阪	神戸	広島	福岡	東京
0.502	1.178	0.571	-1.347	-1.216	-0.163	0.474	0.116	0.204	-0.487	0.805	-0.637

結果より仙台、福岡、さいたまの順である事が分かった。

3.2 都市の選定と階層図の構成

表3で示した総合得点を構成する大項目の4因子の主成分得点を基準化したものを表4で示す。

表4 4つの大項目の都市ごとの因子得点

	街づくり	犯罪	福利厚生	交通
札幌	0.863	0.850	0.882	-0.568
仙台	1.174	1.307	0.882	1.319
さいたま	0.574	0.801	0.895	0.014
川崎	-1.429	-1.342	-1.389	-1.245
横浜	-1.334	-1.146	-1.316	-1.098
名古屋	-0.329	-0.362	-0.242	0.285
京都	0.527	0.322	0.431	0.637
大阪	0.017	-0.130	0.272	0.336
神戸	0.166	0.093	0.118	0.444
広島	-0.223	-0.407	-0.515	-0.795
福岡	1.456	1.488	1.471	-1.169
東京	-1.463	-1.473	-1.489	1.841

表4より以下のように考察された。

- 大項目4つ全てが負である都市:川崎, 横浜, 広島
 - 大項目3つが負の値である都市:東京, 名古屋
 - 大項目1つが負の値である都市:大阪, 福岡, 札幌
 - 大項目4つ全てが正である都市:仙台, 埼玉, 京都, 神戸
- 4つにグループ分けを行い仙台, 札幌, 神戸, 名古屋, 横浜の5都市を選定した。項目4つ全てが正である都市のグループうち, 4つの正の項目の数値に差が大幅にあるため仙台と神戸の2つを選んだ。

次に防犯に関する因子の中の項目は少ない事から4つの大項目から3つの大項目に分析しなおし項目数を減らした。小項目の一対比較は質問数が増えすぎるので小項目をまとめた中項目を作り意味づけを行い3つの大項目, 8つの中項目, 40個の小項目に分けられ階層構造が構成されると考察した。ここでは40個すべての小項目についての分類は割愛し, 抽象的な表現である8つの中項目から具体的に回答者がイメージしやすいよう小項目を一つずつ抜き出し, アンケートの質問項目にした。

階層構造については利根・真鍋[6]を参照のこと。

(1) 街づくりの環境の因子

- ・リスクに関すること
 - ・犯罪が少なく安全に暮らせる (防犯対策)
- ・文化に関すること
 - ・魅力や文化が大切にされている (文化継承)
- ・職に関すること
 - ・若者が学び、遊び、働く場がある (若者重視)

(2) 福利厚生などの家庭に関する因子

- ・社会保障に関すること
 - ・安心して医療が受けられる (医療)
- ・生活の質に関すること
 - ・快適な居住環境が守られている (快適さ)

- ・個人の意識に関すること
 - ・地域・地域活動への関心 (社会関心)

(3) 交通に関する因子

- ・行政の交通に関する事
 - ・公共交通機関が便利である (交通機関)
- ・交通マナーに関する事
 - ・歩行者と自転車が安全に通行 (歩行者)

3.3 AHP理論を用いる分析 [分析2]

アンケートは学生に8つの小項目ごとに5つの都市の一対比較を行ってもらった。その結果からウエイトを求め表5に示した。また街づくりと福利厚生と交通に関する因子の大項目と小項目のウエイトを求めたが割愛する。

表5 8つの項目ごとの都市のウエイト

	防犯対策	文化継承	若者重視	医療	快適さ	社会関心	交通機関	歩行者
横浜	0.149	0.200	0.303	0.295	0.216	0.151	0.333	0.196
名古屋	0.172	0.127	0.264	0.258	0.177	0.127	0.307	0.109
神戸	0.205	0.233	0.205	0.200	0.229	0.203	0.174	0.216
札幌	0.242	0.252	0.116	0.120	0.172	0.248	0.080	0.237
仙台	0.232	0.188	0.112	0.127	0.205	0.271	0.106	0.242

大項目と小項目の掛け算を行い全体のウエイトを求めた。全体のウエイトを表6に示した。

表6 大項目と小項目から得た全体のウエイト

犯罪対策	文化継承	若者重視	医療	快適さ	社会関心	交通機関	歩行者
0.179	0.071	0.087	0.145	0.129	0.062	0.209	0.117

全体のウエイトと8つの小項目ごとの都市のウエイトをかけることにより, 各都市の住みやすさを算出した。結果を表7に示した。

表7 総合的な住みやすさ [分析2]

横浜	名古屋	神戸	札幌	仙台
0.240	0.208	0.204	0.171	0.177

表7より, 総合的な住みやすさは横浜, 名古屋, 神戸, 仙台, 札幌の順になった。

3.4 配点法を用いて主成分分析で項目を絞り AHP理論を用いた結果 [分析3]

5段階評価の配点法を用いてアンケートを実施し, 8つの中項目について各都市の絶対評価で得点をつけてもらい個人ごとのアンケート結果を平均したものが表8である。

表8 都市ごとの5段階評価の配点法の結果

	犯罪	魅力	遊び	医療	快適	地域	公共	安全
横浜	2.786	3.357	4.214	4.286	3.786	2.929	4.500	3.286
名古屋	2.929	2.000	4.000	4.357	3.714	3.143	4.500	2.643
神戸	3.286	3.286	3.643	4.000	3.643	3.214	4.000	3.701
札幌	4.701	3.926	2.786	3.500	3.286	3.786	2.929	3.643
仙台	3.929	3.500	2.786	3.500	3.214	3.643	2.714	3.429

表8の結果に主成分分析を行いバリマックス回転をかけ因子負荷量を示したものが表9である。

表 9 因子負荷量

	RC1	RC2
犯罪	-0.902	0.402
魅力	-0.317	0.944
若者	0.918	-0.387
医療	0.846	-0.526
快適	0.934	-0.352
地域	-0.956	0.259
公共	0.895	-0.440
安全	-0.389	0.910

表 9 で示した中で RC1 の負の数値である犯罪、地域、安全の項目から都会的な要素が含まれており、RC2 の大きな数値である魅力、安全の項目から文化的な要素を持つのではないかと考察した。街の住みやすさを考えた際に、都会的な要素または文化的な要素のどちらが重要であるかを一対比較でアンケートを取り、重要度をつけ、5 都市の総合的な住みやすさを求め、表 10 に示した。

表 10 総合的な住みやすさ [分析 3]

横浜	名古屋	神戸	札幌	仙台
2.427	1.373	0.754	-1.984	-2.570

結果より、横浜、名古屋、神戸、札幌、仙台的順となった。

3.5 考察

[分析 2] と [分析 3] の結果がほぼ一致した事から質問数が多くなる一対比較法を用いるより配点法を用いてアンケートを取る方が簡単ではないかと考察された。また 3 つの研究の結果が一致しなかったは既存のデータを利用して主成分分析で因子を抽出して AHP 理論を用いたものの既存のデータは全国の都市の住人にアンケートを実施しているのに対して後の二つの研究は学生に対してアンケートを実施しているおり、対象が異なるからだと考察される。

4 自動車のブランドイメージに関する事例研究

自動車のブランドイメージの既存のデータが存在しなかったため、住みやすさに関する事例研究とは異なり、[分析 2] と [分析 3] の 2 つの手法の比較を行った。

4.1 AHP 理論を用いる分析 [分析 2]

5 つの項目ごとに自動車メーカー間の一対比較アンケートを実施し、その結果からウェイトを求めた。また質問項目同士のウェイトについても求め、自動車メーカーの総合得点を算出した。ここでは各ウェイトについて割愛する。表 11 は自動車メーカーの総合得点を示している。

表 11 自動車メーカーのブランドイメージの総合得点

トヨタ	日産	ホンダ	ベンツ
0.426	0.215	0.196	0.162

結果より、トヨタ、日産、ホンダ、ベンツの順となった。

4.2 データが存在しない状況で配点法を用いて主成分分析で項目を絞り AHP 理論を用いる分析 [分析 3]

5 段階評価の配点法を用いて、項目について絶対評価で得点をつけてもらい結果を表したものが表 12 である。

表 12 配点法による 5 段階評価

	コスパ	環境	安全性能	デザイン	燃費
トヨタ	4.615	4.538	4.692	3.615	4.692
日産	4.000	4.077	4.308	3.692	4.231
ホンダ	4.077	3.923	4.154	3.615	3.846
ベンツ	2.538	2.769	3.769	4.615	2.846

表 12 の結果に主成分分析を行いバリマックス回転をかけ因子負荷量を示したものが表 13 である。

表 13 因子負荷量

	RC1	RC2
コスパ	0.67	0.74
環境	0.73	0.68
安全性能	0.89	0.46
デザイン	-0.46	-0.89
燃費	0.80	0.59

表 13 で示した中で安全性能、燃費、環境、コスパの項目から、RC1 は先進的な要素であると考えられ、コスパ、環境、燃費の項目と負の値が大きいデザインの項目から RC2 は経済的な要素であると考えられる。デザインの項目は反転項目となっており負の値が大きい事からデザインの項目は独自にデザイン性を持つのではないかと考察した。自動車メーカーのブランドイメージを考える際に、先進的な要素が重要と考えるかまたは経済的な要素が重要であるかまたはデザイン性が重要であるかを一対比較でアンケートを取り、それぞれにウェイトをつけ表 14 に示した。

表 14 項目のウェイト

	先進的	経済的	デザイン	幾何平均	ウェイト
先進的	1.000	1.142	1.365	1.159	0.384
経済的	0.876	1.000	0.872	0.914	0.303
デザイン	0.732	1.147	1.000	0.944	0.313

表 14 の中で 3 つの要素が考えられたので、デザイン性のために表 14 の第 2 因子の値を正を負に負を正に反転させるパターンと表 14 の第 2 因子の値を経済性とデザイン性に分離させたパターンの 2 つの場合で考えた。表 15 と表 16 は表 13 で求めた因子負荷量を掛け合わせた総合得点を示している。

表 15 反転させた場合のメーカーの総合得点 [分析 3]

トヨタ	日産	ホンダ	ベンツ
1.289	0.405	0.113	-1.807

表 15 より、トヨタ、日産、ホンダ、ベンツの順となった。

表 16 分離させた場合のメーカーの総合得点 [分析 3]

トヨタ	日産	ホンダ	ベンツ
2.213	0.741	0.321	-0.385

表 16 より、トヨタ、日産、ホンダ、ベンツの順となった。

4.3 考察

[分析 2] と [分析 3] の結果が一致した。また [分析 3] の中の因子負荷量で反転項目が存在し、2 つのパターンに分けたが、それらについても結果が一致した。さらにデザイン性は反転させたパターンと [分析 2] の相関係数を求めると 0.782、経済性とデザイン性を分離させるパターンの方と [分析 2] の相関係数を求めると 0.968 となったので、後者の方が有効的な手法であると考察された。しかし、これについては 1 つのデータのみの結果であるのでさらに研究し検討していく必要があると思われる。

5 シミュレーション

一対比較法を用いた通常の AHP 理論と 5 段階評価の配点法を用いて主成分分析で項目を絞り AHP 理論を用いたものの 2 種類の研究の結果が異なるものになったので、学生から得たアンケートをもとにシミュレーションを行った。

5.1 プログラムについて

表 17 都市ごとの配点法の結果から得られた分散

	犯罪	魅力	遊び	医療	快適	地域	公共	安全
横浜	1.104	0.555	0.181	0.220	0.643	0.841	0.423	1.297
名古屋	1.385	1.341	0.308	0.247	0.835	1.209	0.269	1.632
神戸	0.835	0.989	0.247	0.615	0.709	1.055	0.615	1.148
札幌	0.841	0.687	0.797	0.885	0.835	0.797	0.995	0.401
仙台	0.841	1.187	0.797	1.038	1.258	0.462	0.989	0.725

学生から得た住みやすさの配点法のアンケートの結果をもとに表 17 のように分散を求めた。表 8 と表 17 を元に各 (i, j) セルに対し平均 m_{ij} 、分散 v_{ij} の正規乱数を与え、4 つの数値 (1.5, 2.5, 3.5, 4.5) で区切って整数化してアンケートの対象人数と同様の 14 人分の 5 行 8 列の行列を作成した。この行列に主成分分析のバリマックス回転を行い因子を求め、因子間の一対比較の行列を AHP 理論に基づき作成した。作成した 14 人分の一対行列を成分ごとに 1 つに集約した新たな行列を作成した。その後集約した行列から因子のウェイトを求め、総合得点を求めるプログラムを作成した。

また一対比較のプログラムに関しても作成した。まず初めに配点法のアンケートの結果から項目ごとに都市間の数値を一対比較し、14 人分の一対比較行列群を作成した。これを一つの行列に集約しウェイトを求めた。同様の手順で質問項目についてもウェイトを求め、これらより総合得点を求めた。

配点法と一対比較のシミュレーションは 1 万回同時に行い、それぞれの総合得点を平均して算出するプログラムを作成した。

5.2 シミュレーションの結果と考察

表 18 2 つの方法で求めた総合得点の平均値

	横浜	名古屋	神戸	札幌	仙台
配点法	2.768	1.892	0.813	-2.409	-3.064
AHP 理論	0.211	0.201	0.199	0.198	0.189

表 18 のシミュレーションの結果より、一対比較法の総合得点は横浜、名古屋、神戸、札幌、仙台の順になり、配点法の総合得点も同様の順となった。実際に学生にアンケートを行ったのは 1 回であったため、一対比較法と配点法の順番が異なると考えられるが、1 万回に回数を増やしシミュレーションを行い結果が同様になった事により、[分析 2] よりも [分析 3] を用いたものの方が質問数が少なく簡単で手間がかからないのではないかと考察された。また配点法と一対比較の都市の並びの一致率を調べたところ 0.08 となり、ほぼ一致しなかったことから、1 回ごとのゆらぎは大きく微少な差の代替案の順位は不安定であることが分かった。

6 まとめ

事例研究から [分析 2][分析 3] を用いて得られた結果がほぼ同じになったから事から [分析 3] が有用であると考えられた。また今回は住みやすさのアンケートを用いてシミュレーションを行ったが、[分析 2] と [分析 3] を用いて得られた結果が同じであることから有用であると示された。この事より [分析 2] よりも [分析 3] を用いたものの方が質問数が少なく簡単で手間がかからないのではないかと考察された。

7 おわりに

今回は事例研究から既存のデータが存在する場合は [分析 1] が好ましいと考察され、アンケートとシミュレーションから [分析 3] の有用性を明らかにすることができた。しかしアンケートの内容によっては自動車のブランドイメージに関する事例研究のように反転項目が存在する場合があると思うので、この時の状況をどう扱うべきかが課題になってくると考えられた。

参考文献

- [1] 林邦好：『多変量解析法の統計的性質に関する研究』，南山大学大学院数理情報研究科修士論文，2007。
- [2] 堀田敬介：『意思決定科学』，
http://www.bunkyo.ac.jp/~hotta/lab/courses/2009/2009dmt/09dmt_6.pdf
(2018/9/22 閲覧)。
- [3] 加藤豊・小沢正則：
『OR の基礎 AHP から最適化まで』，実教出版，1998。
- [4] 名古屋市：他都市市民アンケート調査：
<http://www.city.nagoya.jp/somu/cmsfiles/contents/0000049/49243/tatoshi.pdf>
(2018/7/20 閲覧)。
- [5] 緒賀郷志：R による因子分析関連メモ&主成分分析とその回転メモ，
<https://sites.google.com/site/officeoga/r/fa>
(2018/7/1 閲覧)。
- [6] 刀根薫・真鍋龍太郎：『AHP 事例集』，日科技連出版社，40-41，1990。