知識構成型ジグソー法における組み合わせ型と多思考型の考察

M2016SS005 稲垣 元哉
指導教員:佐々木 克巳

1. はじめに

知識構成型ジグソー法は, 東京大学 大学発教育支援コンソーシアム推進機構(以下 CoREF)が開発した学習法である. その目的は, CoRFF 発行の[3]において『知識構成型ジグソー法は, 人が本来持っている対話を通じて人の考えをよりよくしていく力を引き出しやすくするためのひとつの授業の型である』と説明されていることから読み取れる. 知識構成型ジグソー法でこの目的の力を引き出しやすくしくみは, [1],[3]などで説明されているが, その根幹は, 2 種類のグループ活動, すなわち, エキスパート活動とジグソー活動にある. まず, エキスパート活動ではその授業のテーマに関する複数の課題を用意し, 各課題に 1 つのグループを割り当ててその課題を解く. そして, ジグソー活動のグループ分けを, エキスパート活動の各課題を解いた人が一人ずついるように行い, ジグソー活動では, エキスパート活動のすべての課題を用いる課題を解く. ジグソー活動での各グループにおいて, エキスパート活動での各課題を解いた人が一人だけという状況が, 目的の力を引き出しやすくしている.

この知識構成型ジグソー法は, 算数・数学においては, 次の組み合わせ型と多思考型に分類されている([4],[8]など).

組み合わせ型:エキスパート活動の各課題の内容を組み合わせて, ジクソー活動の課題を解く型

多思考型:ジグソー活動のテーマへの多様な考え方をエキスパート活動の課題とする型

2 つの型における課題設定は, たとえば, 次のように行うことができる.

(課題設定 1) エキスパート活動の各課題を既修の内容とし, ジグソー活動の課題を既修の内容を組み合わせて解く問題とする(組み合わせ型).

(課題設定 2) エキスパート活動の各課題をある解法の理解(復習も場合もある)とし, シグソー活動の課題を多様な解法の比較とする(多思考型).

そして, 上の課題設定では, それぞれ, 次の効果を期待できる.

(効果 1) エキスパート活動で扱う復習の内容の, 体系的な理解を深められる.

(効果2) 各解法のよさを, 他の解法との関係からも理解できる.

本研究では, 上の各課題設定を用いた高等学校の実践例を挙げ, 対応する効果:(効果 1)と(効果 2)を, より高めるための方法を考察した. 本稿では, そのうちの 4 つ(組み合わせ型と多思考型から各 2 つ)の実践例と考察の結果を示す. なお, 知識構成型ジグソー活動には, 主体的に意見を述べた経験や, 他者の意見により, より高度な応用問題を解いたという経験による知識の定着など効果も期待できる. 本稿の実践例でもその効果は確認できたが, 本稿でも修士論文でも, 言及していない. 考察の対象を, 上の(効果 1)と(効果 2)に絞っているからである.

以下, 次節で, 知識構成型ジグソー法の詳細を示し, 第 3 節と第 4 節で, それぞれ, 組み合わせ型の(課題設定 1)での実践例と多思考型の(課題設定 2)での実践例を示す. なお, 本稿における実践例の一部は, [2]でまとめた内容である.

2. 知識構成型ジグソー法

この節では, [1]で紹介されている知識構成型ジグソー法の 5 つのステップとその概要を[1]から適宜表現を引用して示す.

ステップ 1:課題について各自が自分で考えを持つ

本時のメインとなる課題に一人ひとりがまず答えを出してみる. この課題は, 条件「一人では十分な答えが出ない」を満たす必要がある.

ステップ 2:エキスパート活動

ステップ 1 の課題に対して教師が異なる角度からの答えの部品を複数用意しておき, この答えの部品を, 部品ごとの小グループに分かれて学ぶ.

ステップ 3:ジグソー活動

グループの組み替えを, ステップ 2(エキスパート活動)の答えの各部品を持ったメンバーが一人ずついるように行い, このグループでステップ1の課題を解決する.

ステップ 4:クロストーク

それぞれのグループがステップ 3(ジグソー活動)でつくり上げた考えを, 教室全体で交流する.

ステップ 5:課題について最後にもう一度一人で答えを出す

ステップ 1 の課題の解を, 一人ひとりが, これまでの学習を自分なりに統合して自分のことばで書いてみる. このステップにより, 次の学びにつながる.

3. 組み合わせ型の実践例

この節では, 組み合わせ型の

(課題設定 1) エキスパート活動の各課題を既修の内容とし, ジグソー活動の課題を既修の内容を組み合わせて解く問題とする

での実践例を 2 つ挙げ,

(効果 1) エキスパート活動で扱う復習の内容の, 体系的な理解を深められる

をより高めるための方法を考察する. 組み合わせ型におけるエキスパート活動の課題設定にはフローチャートを用いるため, ジグソー活動の課題(以下 問題)の詳細を述べたのち, フローチャートについても述べる.

1 つ目の実践例は, [7]の「確率とその基本性質」の例である. 具体的には次の問題である.

問題 3.1. 1 個のバクテリアが 10 分後に 2 個, 1 個, 0 個になる確率が, それぞれ 1/2, 1/3, 1/6 であるとする.
(1)1 個のバクテリアが, 20 分後に 2 個になっている確率を求めよ.
(2)1 個のバクテリアが, 30 分後に 6 個になっている確率を求めよ.

この問題(1)の解法を, フローチャートで示すと, 図 1 となる.

図 1 は, 各矢印に, そこで用いた道具を記していて, その道具から, エキスパート活動の課題の候補がわかる. (2)のフローチャートは本稿では省略しているが, 図 1 と同じ道具が使われ

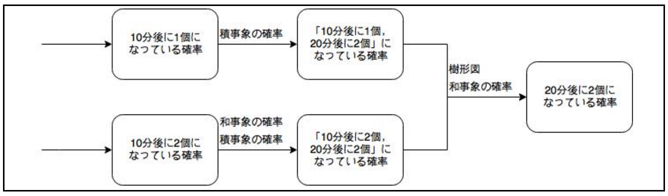

図 1：問題 3.1(1)のフローチャート

ている．これらのことから，エキスパート活動の課題は，課題 A～課題 C の 3 つを設定した．そのテーマは以下の通りである．

課題 A．樹形図
課題 B．積事象の確率
課題 C．和事象の確率

このうち，課題 B，課題 C は「確率」の復習，課題 A はそれ以前の内容の復習である．

2 つ目の実践例は，[5]の「平面上のベクトル」の例である．具体的には次の問題である．

問題 3.2．正十二角形 $ABCDEFGHIJKL$ の 1 辺の長さを 1 とし，外接円の中心を O とするとき，次のベクトルの内積を求めよ．
(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$
(2) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AL}$
(3) $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AL}$

この問題(1)の解法を，フローチャートで示すと，図 2 となる．

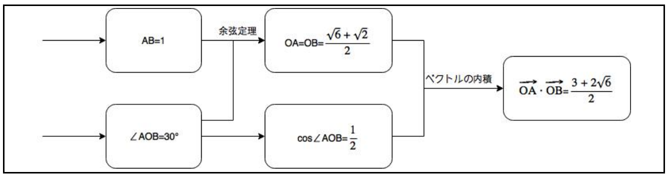

図 2：問題 3.2(1)のフローチャート

図 2 は，各矢印に，そこで用いた道具を記していて，その道具から，エキスパート活動の課題の候補がわかる．(2)，(3)のフローチャートは本稿では省略しているが，図 2 と同じ道具が使われている．これらのことから，エキスパート活動の課題は，課題 A～課題 D の 4 つを設定した．そのテーマは以下の通りである．

課題 A．ベクトルの内積
課題 B．正弦定理
課題 C．余弦定理
課題 D．加法定理

このうち，課題 A は「ベクトル」の復習，課題 B，課題 C，課題 D は「三角関数」の復習である．

以下，(効果 1)をより高めるための方法を考察した結果を示す．

(1) 課題設定を行うにあたりフローチャートを用いることは，(効果 1)を高める方法のひとつである．例えば，図 1 を眺めてみる．前述したとおり，この各矢印には，そこで用いられる性質が示されており，どの性質をどの段階で用いるのかが明らかになっている．このことから問題 3.1(ジグソー活動の課題)を生徒のレベルに応じてどう分解するかを考察しやすくなっている．結果として，図 1 の矢印にある，樹形図，積事象の確率，和事象の確率がエキスパート活動の各課題のテーマになっている．他の問題も同様である．

(2) エキスパート活動に異なる単元の内容を取り入れることも，(効果 1)を高める要因になる．実践例では，問題 3.1，問題 3.2，において，一部分がジグソー活動とは異なる単元の復習であったが，これを取り入れることで，多くの生徒が，異なる単元の内容を利用することができることに気づくことができた(体系的理解ができた)．

(3) エキスパート活動に異なる単元の内容を取り入れるときは，習ってからの期間に注意が必要である．実践例では，問題 3.1，問題 3.2 において，課題の内容を習ってからの期間が長く，エキスパート活動において，その課題のグループのみ遅れが見られる場合，エキスパート問題の難易度を変更することなどの対応が必要であると考える．

(4) エキスパート活動に同じ単元の内容を網羅的に取り入れることも，(効果 1)を高める要因になる．実践例では，すべての問題において，ジグソー活動と同様の単元の公式をいくつか集めたエキスパート活動が多くなっているが，これがそれらの公式の適用の場面の違いなどの体系的理解につながっている．

(5) 直前の内容の復習は，エキスパート活動の課題に加える優先度は低い．実践例では，問題 3.1 において，ジグソー活動において，いくつか容易ではない場合分けが存在するが，エキスパート活動の課題から外している．理由は，各々の授業の直前で関連する問題を扱っていることである．結果，ジグソー活動のどのグループもとくに混乱なく行えていた．

(6) 時間配分は，エキスパート活動よりもジグソー活動・クロストークに時間をとるのがよい．実践例での時間配分は表 1 のとおりに計画し，概ね計画どおりに実践できた．エキスパート活動は復習であるため，その課題の難易度を低めに設定することで，費やす時間を短くしても(効果 1)が低くなることはなかったと考える．その分をジグソー活動・クロストークに充てることで，(効果 1)が高まったと考える．

表 1:時間配分

時間	学習活動
5 分	導入(目標確認など)
7～10 分	エキスパート活動
15～20 分	ジグソー活動
13～15 分	クロストーク
5 分	まとめ

4. 多思考型の実践例

この節では，多思考型の

(課題設定 2) エキスパート活動の各課題をある解法の理解(復習も場合もある)とし，ジグソー活動の課題を多様な解法の比較とする(多思考型)．

での実践例を 2 つ挙げ，

(効果 2) 各解法のよさを，他の解法との関係からも理解できる．

をより高めるための方法を考察する．

1 つ目の実践例は，[5]の「平面上のベクトル」の例である．この例のテーマは，内分する点の位置ベクトルの応用問題で，具体的には次の問題である．

問題 4.1 $\triangle OAB$において，線分OAを$2:1$に内分する点をP，辺OBを$1:3$に内分する点をQ， 2 直線AQ，BPの交点をRする．

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$とするとき, $\overrightarrow{OR}$を$\vec{a}$, $\vec{b}$を用いて表せ.

エキスパート活動の課題は 3 つで,
課題 A. [線分ABを$m:n$に内分する点の公式]を用いる課題
課題 B. メネラウスの定理を用いる課題
課題 C. 加重重心を用いた性質を用いる課題
とした. 課題 A はベクトルの復習, 課題 B は数学 A の図形の性質の復習である. また, 課題 C は新しい解法である. 以下に加重重心を用いた性質を示す.

加重重心を用いた性質 : ΔABCの頂点A, B, Cにそれぞれ$a[g], b[g], c[g]$のおもりを置いた時の重心の位置を点Pとする. 3 点D, E, Fはそれぞれ, APとBCの交点, BPとCAの交点, CPとABの交点である. このとき, $AF:FB=b:a$, $BD:DC=c:b$, $CE:EA=a:c$である. 逆に, 求めた 3 つの比のうちの 2 つがわかると, Pが最初の条件を満たす位置にある. また, Pが最初の位置にあるとき, 点D, E, Fにはそれぞれ$b+c[g], c+a[g], a+b[g]$のおもりが置かれていると考えることができるため, $AP:PD=(b+c):a$, $BP:PE=(c+a):b$, $CP:PF=(a+b):c$である.

そして, ジグソー活動の課題は, 問題 4.1 をエキスパート活動の 3 つの課題における解法で解き, その 3 つの解法の比較することである. この課題設定が, (課題設定 2)の枠組みで行われていることは, 問題 4.1 を, 実際にエキスパート活動の 3 つの課題の解法で解いてみれば確認できる. 以下にその 3 つの解法での略解を示す.

問題 4.1 の略解.
(i) 課題 A の解法を用いた略解
$BR:RP=s:(1-s)$, $AR:RQ=t:(1-t)$とおくと,

$$\begin{cases}\overrightarrow{OR}=s\cdot(2/3)\vec{a}+(1-s)\vec{b}\\ \overrightarrow{OR}=(1-t)\vec{a}+t\cdot(1/4)\vec{b}\end{cases}$$

となる. ゆえに,

$$\begin{cases}s\cdot(2/3)=1-t(1-s)\vec{b}\\ \quad t(1-s)=t\cdot(1/4)\end{cases}$$

であり, この連立方程式の解を求め, 最初のどちらかの式に代入すると,

$$\overrightarrow{OR}=(3/5)\vec{a}+(1/10)\vec{b}$$

となる.
(ii) 課題 B の解法を用いた略解
メネラウスの定理より,

$$(BQ/QO)\cdot(OA/AP)\cdot(PR/RB)=1$$

であることから, $BR:RP=9:1$となる. ベクトルの和の計算により,

$$\overrightarrow{OR}=(3/5)\vec{a}+(1/10)\vec{b}$$

となる.

(iii) 課題 C の解法を用いた略解
直線ORと直線ABの交点をSとする. 加重重心の考え方を用いた性質より,

$$AS:SB=1:6, OR:RS=7:3$$

となる. ゆえに,

$$\overrightarrow{OR}=(3/5)\vec{a}+(1/10)\vec{b}$$

となる.

3 つの解法の比較の結果は, たとえば表 2 のようにまとめられる.

表 2:問題 4.1 の解法の比較

	課題 A の解法	課題 B の解法	課題 C の解法
用いる性質	ベクトル(数学 B)の手法のいくつかを用いる	メネラウスの定理(数学 A)とベクトル(数学 B)の手法を用いる	1 つの性質で求められる
用いる性質の教科書の扱い方	どれも基本的な性質	どれも基本的な性質	教科書にはない裏技
発想のしやすさ	問題の設定から発想可能, すなわち, RがAQとBPの交点であることから, 2 条件「RがAQ上にある」と「RがBP上にある」を連立させればよい	関連しそうな基本的な性質との関連付けから発想可能, すなわち, 各線分の比がわかれば, ベクトルの和とスカラー倍の計算で求められ, その比はメネラウスの定理から求められる	難しい(天秤が釣り合う条件や重心の意味などから発想できることがあるかもしれない)
計算量	連立方程式を解く必要があり, 比較的時間もかかる	比の計算も, ベクトルの和とスカラー倍の計算も容易である	性質の適用のみで求められる

2 つ目の実践例は, [6]の「整数の性質」におけるユークリッドの互除法の導入時の例である. この例のテーマは, 最大公約数を求める問題で, 具体的には次の問題である.

問題 4.2. 次の各組の数の最大公約数を求めよ.
(1) 30, 36
(2) 667, 299
(3) 24, 76, 52

エキスパート活動の課題は 3 つで,
課題 A. 素因数分解を用いる課題
課題 B. ユークリッドの互除法を用いる課題
課題 C. ユークリッドの互除法(簡易形)を用いる課題
とした. 以下にユークリッドの互除法(簡易形)について示す.

ユークリッドの互除法(簡易形)とは, ユークリッドの互除法の正当性を示す基本の性質
$m>n$ のとき $(m,n)=(m \bmod n, n)$
$m<n$ のとき $(m,n)=(m, n \bmod m)$
$m=n$ のとき $(m,n)=m$
の左辺から右辺への変形を繰り返して最大公約数を求める方法である. ただし, (m,n)はmとnの最大公約数を表すとする.
そして, ジグソー活動の課題は, 問題 4.2 をエキスパート活動の 3 つの課題における解法で解き, その 3 つの解法の比較することである. この課題設定が, (課題設定 2)の枠組みで行われていることは, 問題 4.2 を, 実際にエキスパート活動の 3 つの課

題の解法で解いてみれば確認できる. 以下にその 3 つの解法での略解を示す.

問題 4.2 の略解.

(i) 課題 A の解法を用いた略解

(1) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$より, 最大公約数は 6 である.

(2) 桁が多いため, 解くことが難しい.

(3) $24 = 2^3 \cdot 3$, $76 = 2^2 \cdot 19$, $52 = 2^2 \cdot 13$より, 最大公約数は4である.

(ii) 課題 B の解法を用いた略解

(1) ユークリッドの互除法より,

$36 = 30 \cdot 1 + 6$

$30 = 6 \cdot 5$

ゆえに, 最大公約数は 6 である.

(2) ユークリッドの互除法より,

$667 = 299 \cdot 2 + 69$

$299 = 69 \cdot 4 + 23$

$69 = 23 \cdot 3$

ゆえに, 最大公約数は 23 である.

(3) 整数が 3 つのためユークリッドの互除法を用いるのが難しい.

(iii) 課題 C の解法を用いた略解

(1) ユークリッドの互除法より,

$(30, 36) = (30, 6) = (6,6) = 6$

ゆえに, 最大公約数は 6 である.

(2) ユークリッドの互除法より,

$(667, 299) = (69, 299) = (69, 23) = (23, 23) = 23$

ゆえに, 最大公約数は 23 である.

(3) ユークリッドの互除法より,

$(24, 76, 52) = (24, 4,4) = (4, 4, 4) = 4$

ゆえに, 最大公約数は 4 である.

3 つの解法の比較の結果は, たとえば表 3 のようにまとめられる.

表 3:問題 4.2 の解法の比較

	課題 A の解法	課題Bの解法	課題 C の解法
解法の正当性の理解	容易	困難	困難
各ステップの除算	割り切れない除算をしても, 対象の数は小さくならない	除算毎に, 対象の2数は小さくなる	除算毎に, 対象の 2 数は小さくなる
3 数の最大公約数を求める場合への応用	容易に応用可能 計算のしくみも, 計算の手順も 2 数の場合と同様	困難	応用可能 計算のしくみの理解は容易でないが, 計算手順は 2 数の場合とほぼ同様

以下, (効果 2)をより高めるための方法を考察した結果を示す.

(1) 複数の解法のうちの 1 つを新しい解法とする形で適用するのも, (効果2)を高める要因となる. 新しい解法を学ぶと, 既知の解法や未知の方法への興味を示さなくなる場合があるが, 新しい解法を学ぶタイミングでこの多思考型の授業を実践すると, 既知の解法への理解を深めることや未知の解法への興味を高めることを効果的に行える. 問題 4.2 の実践例では, 多くの生徒が, 新しい解法(多項定理, ユークリッドの互除法)を習うことで既習の解法は不要になると考えていたが, この実践によってその既習の解法にもよさがあり不要でないことに気づいている. 問題 4.1 の実践例では, 直前でベクトルの方法を習っていたので, それが新しい解法に相当し, 他の未知の方法に興味を示していなかったが, この実践により加重重心の方法のよさに気づいている.

(2) エキスパート活動では, ある解法とその解法から派生した解法の 2 つを加えることも, (効果 2)を高める要因となる. 問 4.2 の実践例では, 課題 C のユークリッドの互除法(簡易形)が課題 B のユークリッドの互除法の派生形であるが, 派生形の課題Cのグループの理解が不十分な際に, 課題 B のグループと交流させることで理解度を向上させることができている. 一般に, 派生形の理解のためには, もとになった解法の理解が必要であることから, この効果は他の同様の場合にも当てはまると考える.

(3) エキスパート活動の課題に新しい解法を加えるときは, その課題のグループにはとくに注意が必要である. 問 4.1 の実践例では, 課題 C の加重重心の考え方が全く新しい内容であるが, 適宜教師の助言が必要であった.

(4) ジグソー活動で各解法のよさに気づけるような課題設定などの工夫が必要である. 問 4.1 の実践例では, ジグソー活動で課題 A と課題 B の解法のよさにも注目するような課題設定も指導もしていなかった. 結果, 課題 C のよさは理解できていたが, 表 2 に示した課題 A,課題 B のよさを意識することはできなかった. 一方, 問 4.2 の実践例では, 問 4.2 そのものに各解法のよさにも注目できるしくみをとりいれた. すなわち, 問 4.2(2)は課題 A の素因数分解での方法が困難であり, 問 4.2(3)は課題 B のユークリッドの互除法では困難である(表 3 も参照). 結果, 3 つの解法のよさを概ね理解できていた.

参考文献

[1] 飯窪真也・齊藤萌木・白水始:『「主体的・対話的で深い学び」を実現する 知識構成型ジグソー法による数学授業』. 明治図書, 東京, 2017

[2] 稲垣元哉・佐々木克巳:『知識構成型ジグソー法における組み合わせ型と多思考型の考察』. 南山大学教職センター紀要, 2017

[3] 白水始, 飯窪真也, 齊藤萌木, 三宅なほみ:『協調学習 授業デザインハンドブック第2版 —知識構成型ジグソー法を用いた授業づくり—』. 自治体との連携による協調学習の授業づくりプロジェクト, 2017

[4] 大学発教育支援コンソーシアム推進機構:『授業づくりの軌跡』.「新しい学びプロジェクト—市町村と東京大学による協調学習研究連携—」, 平成 22 年度年次報告会スライド, 2011

[5] 高橋陽一郎 ほか 33 名:『新編 数学 B』. 啓林館, 大阪, 2011

[6] 坪井俊 ほか 13 名:『数学 A』. 数研出版, 東京, 2017

[7] 若山正人 ほか 25 名:『新編 数学 A 改訂版』. 啓林館, 大阪, 2016

[8]『協調学習を引き起こす授業づくり－「知識構成型ジグソー法」の教材－』.「新しい学びプロジェクト—市町と東京大学による協調学習研究連携—」, 平成 23 年度報告会 配布資料, 2012