

磁気浮上システムへの可変微分動作により極指定した単純適応制御 (SAC) の設計法

M2010MM027 水谷明博

指導教員：高見勲

1 はじめに

モデリングの際、制御対象のパラメータが不確定であるということは、実際の制御対象を実用化する上で大きな問題である。制御対象の多くは、時間や状態とともに制御対象のパラメータが変化すること(特性変動)が多いため、コントローラの特性を固定した従来の制御方式では、そのような不確定要素を含むシステムに対して良好な制御結果が保障されていない。このような問題を解決する制御手法として、コントローラ内のパラメータを制御対象のパラメータ変動に対応して自動調整する適応制御がある [1]。

適応制御の一つとして、制御対象の出力が理想状態を実現するモデルの出力に追従するようにコントローラを構成するモデル規範形適応制御 (Model Reference Adaptive Control:MRAC) [2] があるが、制御器構成の複雑さと、それに伴う設計パラメータ数の増加、及びチューニングに長い時間を要するという問題が生じている。この問題を解決する手法として、単純適応制御 (Simple Adaptive Control:SAC) があり、これは制御対象の概強正実性 (Almost Strictly Positive Real:ASPR) を利用することで、他の適応制御に比べ、構成が極めて簡単な制御系を実現している。

しかし、実際の制御対象の多くは ASPR ではないため、その解決法として並列フィードフォワード補償器 (Parallel Feedforward Compensator:PFC) を導入する等、実用化に向けての動きが見られる [3]。事実、SAC は構造の簡単さや制御性能およびロバスト安定性に優れていることから、産業や医療の分野での製品への積極的な実用化に向けての研究が行われ、実用的な適応制御手法として注目を集めている [4, 5]。

本研究の目的は、SAC による閉ループ系の極、及び減衰係数の改善とその理論の展開である。従来の SAC は、微小ゲインを有する補償器の導入により、出力フィードバックゲイン $k_e(t)$ がハイゲインになってしまい、閉ループ系の極が複素平面上の虚軸に近くなることから減衰係数が微小となり、出力に振動をきたす問題が生じる。これまでに、従来の SAC に微分動作を付加することでこの問題を解決した報告がされているが [6]、理論的にその理由が明確にされていない。また同時に、微分項フィードバックゲイン k_D の大きさの選択基準も課題とされていた。そこで本研究の特色として、その理論的な理由を示すとともに、制御対象の変動パラメータ、及び指定した閉ループ系の減衰係数に応じて自動調整される可変微分ゲイン $k_D(t)$ による可変微分動作なるものを提案することで、微分ゲインの決定の簡易化、振動の抑制を実現する。また、シミュレーション及び実験によりその有効性の検証を行う。

2 制御対象とモデリング

本研究で用いる磁気浮上システムは図 1 のような構成である。実機の台座に埋め込まれている感光型センサーにより、鉄球の位置が検出される。また、コイルに電流を流すことで発生した電磁石引力により、鋼球の位置を制御する。

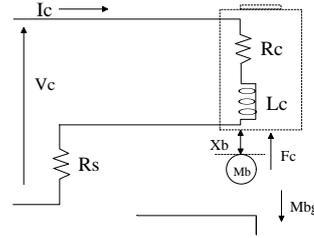


図 1 磁気浮上システムモデル

2.1 電気-機械システムのモデリング

制御対象である磁気浮上システム (電気-機械システム) のモデリングを行う。ここで、 $K_m[\text{Nm}^2/\text{A}^2]$:電磁力定数、 $M_b[\text{kg}]$:鋼球質量、 $g[\text{m}/\text{s}^2]$:重力定数、 $F_c[\text{N}]$:電磁石引力、 $x_b[\text{m}]$:鋼球位置 (コイルと鋼球間の距離)、 $I_c[\text{A}]$:電流、 $R_c[\]$:コイル抵抗、 $L_c[\text{mH}]$:コイル・インダクタンス、 $R_s[\]$:電流検知抵抗とする。

鋼球にニュートンの第 2 法則を用いて、平衡点 (x_{b0}, I_{c0}) の周りで線形化を行う。

$$x_b = x_{b0} + x_{bl}, I_c = I_{c0} + I_{cl} \quad (1)$$

(x_{bl}, I_{cl} はそれぞれ鋼球位置の微小変位、電流の微小変化である。) この時、伝達関数は

$$G_{bl}(s) = \frac{x_{bl}(s)}{I_{cl}(s)} = \frac{-\omega^2 K_{bc}}{s^2 - \omega^2} = \frac{-\beta}{s^2 - \alpha} \quad (2)$$

$$\alpha = \omega^2 (> 0), \beta = \omega^2 K_{bc} (> 0)$$

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{2g}{x_{b0}}}, K_{bc} = \frac{x_{b0}}{I_{c0}}, I_{c0} = \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}} x_{b0}$$

となる。式 (2) の極の 1 つが $s = \omega$ で存在してしまうため、システムは不安定である。また、鋼球位置が変わることによって特性変動が生じることがわかる。

3 制御系設計

3.1 概強正実 (ASPR) 条件

本研究で用いる単純適応制御は、プラントの概強正実性 (ASPR) を利用することから、プラントが以下の概強正実条件を満たす必要がある。

最小位相系である。
 相対次数が0または1である。
 分子の最高位係数が正である。

3.2 単純適応制御 (SAC) の概要

単純適応制御は、制御目的 $y(t) \rightarrow y_M(t)$ を達成するために、制御入力 $u(t)$ を以下のように与える。

$$u(t) = k_e(t)e(t) + k_x^T(t)x_M(t) + k_r(t)r(t) \quad (= k^T(t)z(t))$$

$$k(t) = [k_e(t) \quad k_x^T(t) \quad k_r(t)]^T, z(t) = [e(t) \quad x_M^T(t) \quad r(t)]^T$$

ここで、 $y(t)$ はプラントの出力、 $y_M(t)$ は規範出力、 $x_M(t)$ は規範モデルの状態ベクトル、 $r(t)$ は規範入力 (目標値) であり $e(t)$ は規範モデルとプラントとの出力誤差、 $k_e(t)$ 、 $k_x(t)$ 、 $k_r(t)$ は可変パラメータである。

3.3 適応則

先の $k(t)$ は $e(t) \rightarrow 0$ が安定に達成できるように調整されねばならず、そのためには適応則を施す必要がある。一般的な適応則として、以下のような積分型適応調整則がある。

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= k_I(t) \\ \dot{k}_I(t) &= -\Gamma_I z(t)e(t), \quad \Gamma_I (= \Gamma_I^T) > 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Γ_I は調整則ゲイン行列である。本研究ではこの積分型適応調整則を用いて、可変パラメータを調整した。

4 磁気浮上システムに対する単純適応制御系の設計

4.1 制御対象の ASPR 化

磁気浮上システムのプラント $G_{bl}(s)$ は3章の概強正実 (ASPR) 条件を満足しない。そこで以下のような補償器 $G_f(s)$ を用い、補償器を含む拡大系 $G_a(s)$ が概強正実なプラントになるように設計する。今回、 $\delta = 10^{-5}$ とした。

$$G_a(s) = -G_{bl}(s)G_f(s) = -G_{bl}(s)(1 + \delta s) \quad (4)$$

4.2 規範モデルと調整則ゲイン Γ_I の決定

規範モデルは制御系としての速応性や安定性などが最適になるように決める。ここでは定常偏差およびオーバーシュートがなく、整定時間が約4秒になるようなモデルを考える。その結果、規範モデルを以下のように決める。

$$\begin{aligned} \dot{x}_M(t) &= -2x_M(t) + 2r(t) \\ y_M(t) &= x_M(t) \end{aligned} \quad (5)$$

次に、適応則に含まれる調整則ゲイン Γ_I の値を決める。 Γ_I の値は、出力 $y(t)$ が即座に規範出力 $y_M(t)$ に追従するように選ぶ。今回は、 $\Gamma_I = \text{diag}[10^{13} \quad 10^{10} \quad 10^8]$ とした。

4.3 実験

図2~図5は、SACにより0.068kgの鋼球を初めは4mmで制御し、10秒後に10mmに制御した時の実験結果である。特性変動が生じて、出力 $y(t)$ を規範出力 $y_M(t)$ に追従させることで目標値追従を可能とし、それに伴って可変パラメータもそれぞれ適応して異なる値に自動調整されている。図2において、実験結果の出力に振動が生じているが、これは本研究で用いている制御対象の磁気浮上システムは、上下方向の位置制御機能だけを備え、左右方向の位置制御機能を持たないため、実験時に鋼球が左右にわずかに揺れ、上下方向の位置の検出に影響を与えているためだと考えられる。しかし、シミュレーションにおい

ても振動が生じているのは、閉ループ系の極が虚軸に近く、減衰係数が微小であるためだと考えられ、実験における出力の振動の原因は、この極及び減衰係数の問題も加味できる。

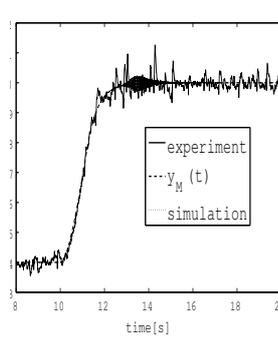


図2 鋼球位置

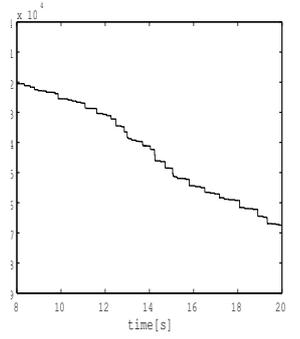


図3 $k_e(t)$

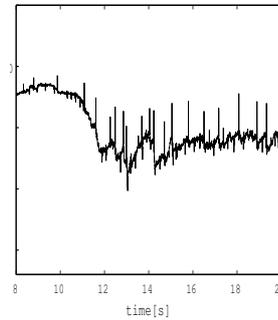


図4 $k_x(t)$

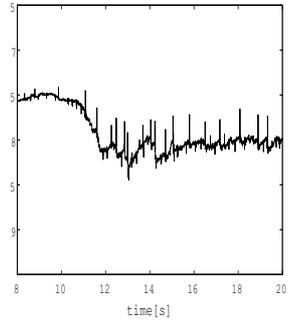


図5 $k_r(t)$

4.4 閉ループ系の極と減衰係数の問題

ここでは、閉ループ系の極が複素平面上で虚軸に近くなってしまい、減衰係数が微小になってしまうことを示す。

$$\begin{aligned} 1 - G_a(s)k_e(t) &= 0 \\ \Leftrightarrow s^2 - \beta\delta k_e(t)s - (\alpha + \beta k_e(t)) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)は、閉ループ系の特性方程式であり、図3における $k_e(t)$ の定常値を用いると、極は

[4mmの場合 ($k_e(t) = -4.25 \times 10^4$)] $-6.6 \pm 1149.6j$
 [10mmの場合 ($k_e(t) = -4.68 \times 10^4$)] $-2.96 \pm 763.26j$
 となり、虚軸に近い極が存在してしまう。これに伴い、減衰係数が微小になってしまう。

2次遅れ系の特性方程式は、 ζ :減衰係数、 ω_n :固有角周波数とすると

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (7)$$

と表すことができ、式(6)、式(7)を比較して

$$\zeta = -\frac{\beta\delta k_e(t)}{2\omega_n} \quad (8)$$

$$\omega_n = \sqrt{-(\alpha + \beta k_e(t))} \quad (9)$$

となる。ゆえに減衰係数 ζ は

$$[4\text{mmの場合}] \quad \zeta = 0.0058$$

$$[10\text{mmの場合}] \quad \zeta = 0.0038$$

となり、確かに微小である。

5 微分動作を付加した単純適応制御

本研究では従来のSACに図6のように微分動作 $k_D \dot{e}(t)$ を付加することで閉ループ系の極、及び減衰係数の改善を行う。SACに微分動作を付加した場合の制御入力は以下ようになる。

$$u(t) = k_e(t)e(t) + k_x^T(t)x_M(t) + k_r(t)r(t) + k_D \dot{e}(t) \\ (= k^T(t)z(t) + k_D \dot{e}(t))$$

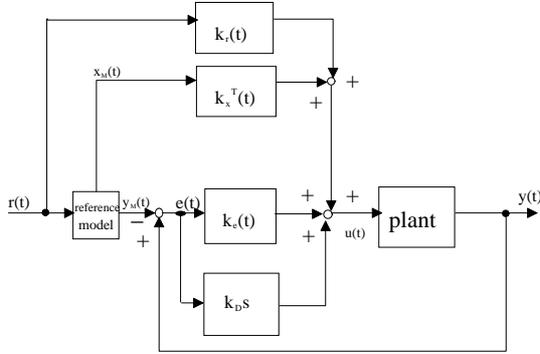


図6 微分動作を付加したSACの構成

5.1 微分動作付加による改善

4.4節において、閉ループ系の極が虚軸に近くなり、減衰係数が微小となってしまう問題点を示したが、ここでは微分動作を付加することで減衰係数を増大させ、改善できることを示す。

$$1 - G_a(s)(k_e(t) + k_D s) = 0 \\ \Leftrightarrow s^2 - \frac{\beta(\delta k_e(t) + k_D)}{1 - \beta \delta k_D} s - \frac{\alpha + \beta k_e(t)}{1 - \beta \delta k_D} = 0 \quad (10)$$

式(10)は、閉ループ系の特性方程式であり、式(7)と比較すると

$$\zeta = -\frac{\beta(\delta k_e(t) + k_D)}{2\omega_n(1 - \beta \delta k_D)} \quad (11)$$

$$\omega_n = \sqrt{-\frac{\alpha + \beta k_e(t)}{1 - \beta \delta k_D}} \quad (12)$$

となる。ゆえに、微分ゲイン k_D を付加することで、減衰係数 ζ を増大させることができる。

5.2 可変微分動作の提案

1章でも述べたが、従来のSACに微分動作を付加することで、出力の振動を抑制する報告がこれまでにされているが、微分ゲイン k_D の大きさを明確に決定することは課題とされていた。そこで本研究では、可変微分ゲイン $k_D(t)$ による可変微分動作 $k_D(t)\dot{e}(t)$ なるものを提案した。これは、式(11)を k_D について解き、さらに減衰係数と固有角周波数を指定することで、自動で理想的な微分ゲイン $k_D(t)$ を調整する調整則を含めた微分動作となっている。

指定する減衰係数と固有角周波数を ζ^* 、 ω_n^* とし、 β は鋼球位置が変わることで起こる特性変動による変動パラメータであるから、 $x_{b0} = r(t)$ とすると、式(11)より可変微分ゲイン $k_D(t)$ の調整則は以下ようになる。

$$k_D(t) = \frac{2\omega_n^* \zeta^* + \beta \delta k_e(t)}{(2\omega_n^* \zeta^* - 1)\beta} \quad (13)$$

ここで、

$$\beta = \frac{2g}{I_{c0}}, \quad I_{c0} = \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}} x_{b0} = \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}} r(t)$$

である。

5.3 シミュレーション

図7~図12は、可変微分動作を付加したSACを用いて、0.068kgの鋼球を初めは4mmで制御し、10秒後に10mmで制御した時のシミュレーション結果である。適応則に含まれる調整則ゲイン Γ_I の値は、4章同様、 $\Gamma_I = \text{diag}[10^{13} \ 10^{10} \ 10^8]$ とし、指定する減衰係数 ζ^* 、固有角周波数 ω_n^* は、 $\zeta^* = 1$ 、 $\omega_n^* = 400$ とした。

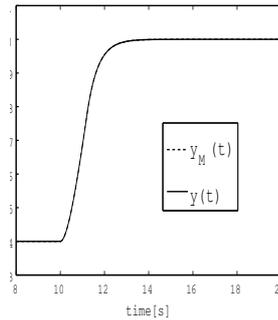


図7 鋼球位置

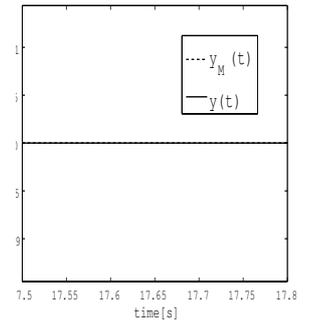


図8 鋼球位置の拡大図

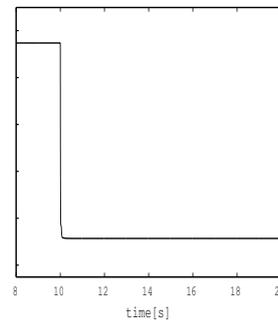


図9 $k_e(t)$

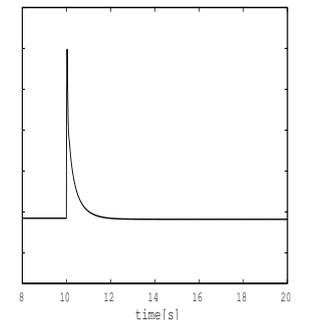


図10 $k_x(t)$

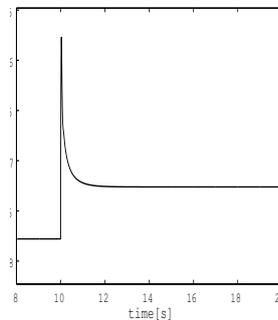


図11 $k_r(t)$

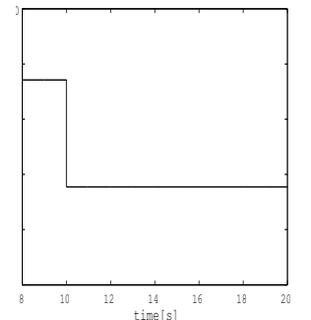


図12 $k_D(t)$

特性変動が生じて、出力 $y(t)$ を規範出力 $y_M(t)$ に追従させることで目標値追従を可能とし、それに伴って可変パラメータもそれぞれ適応して異なる値に自動調整され

ている。従来の SAC では生じていた出力の振動が、図 7、図 8 を見てもわかるように非振動的にできている。これは、付加する可変微分動作の可変微分ゲイン $k_D(t)$ が、図 12 のように特性変動に応じ、尚且つ減衰係数が指定した通り $\zeta^* = 1$ となるように自動調整されたためである。

実際、 $k_e(t), k_D(t)$ の定常値を用いると、極は

$$[4\text{mm の場合 } (k_e(t) = -4957, k_D(t) = -26) \\ -521.8066, -284.6558$$

$$[10\text{mm の場合 } (k_e(t) = -4977, k_D(t) = -64) \\ -709.4557, -84.1819$$

と実軸上に移動できており、減衰係数も

$$[4\text{mm の場合}] \quad \zeta = 1.0464$$

$$[10\text{mm の場合}] \quad \zeta = 1.624$$

とほぼ指定した通りにできた。

5.4 実験

図 13 ~ 図 17 は、可変微分動作を付加した SAC を用いて、0.068kg の鋼球を初めは 4mm で制御し、10 秒後に 10mm に制御した時の実験結果である。

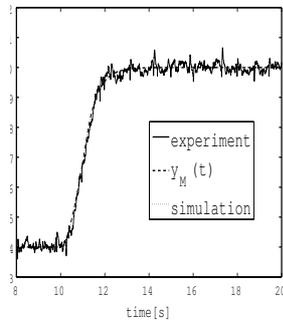


図 13 鋼球位置

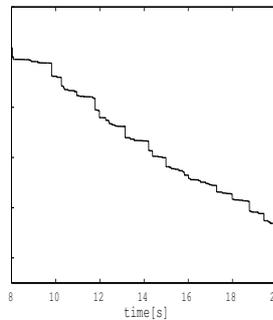


図 14 $k_e(t)$

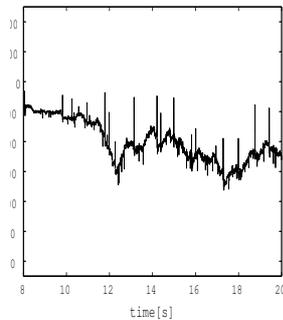


図 15 $k_x(t)$

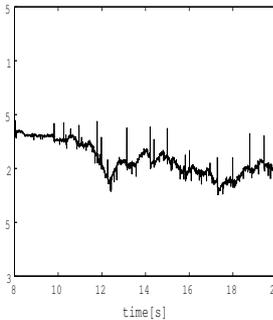


図 16 $k_r(t)$

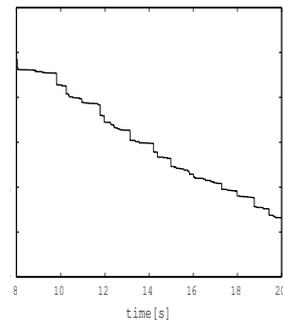


図 17 $k_D(t)$

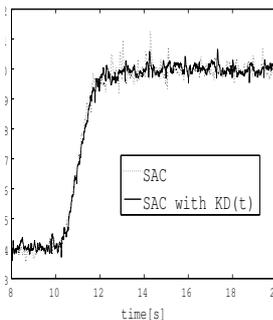


図 18 出力の比較

特性変動が生じても、出力 $y(t)$ を規範出力 $y_M(t)$ に追従させることで鋼球を所望の位置に浮上させ、それに伴って可変パラメータもそれぞれ適応して異なる値に自動調整されていることがわかる。なお、実験における出力に振動が生じていることに関しては、先述した実験機の問題のためである。シミュレーション同様、付加する可変微分動作の可変微分ゲイン $k_D(t)$ が、図 17 のように特性変動に応じ、尚且つ減衰係数が指定した通り $\zeta^* = 1$ となるように自動調整されている。実際、 $k_e(t), k_D(t)$ の定常値を用いると、極は

$$[4\text{mm の場合 } (k_e(t) = -4200, k_D(t) = -42.5) \\ -1207.2, -103.2$$

$$[10\text{mm の場合 } (k_e(t) = -4530, k_D(t) = -45.5) \\ -443.0725, -122.5738$$

と実軸上に移動できており、減衰係数も

$$[4\text{mm の場合}] \quad \zeta = 1.8571$$

$$[10\text{mm の場合}] \quad \zeta = 1.2137$$

とほぼ指定した通りにできた。これにより、図 18 から、従来の SAC で生じていた振動をわずかながら抑えることができていくことがわかる。規範モデルと実験との出力誤差の分散を調べると、

$$\text{従来の SAC} : 12.2 \times 10^{-3}$$

$$\text{可変微分動作を付加した SAC} : 7.9 \times 10^{-3}$$

であり、確かに振動を抑えることができていくといえる。

6 おわりに

本研究で得られた成果は以下の通りである。

- 磁気浮上システムにおいての微分動作付加による振動抑制の理論の展開ができた。
- 指定した閉ループ極を実現できる微分ゲインの調整則を提案することにより、微分ゲイン決定の簡易化、及び振動を抑制できた。

参考文献

- [1] 大森浩充：適応制御系の制御構造といくつかの手法．計測と制御,48-8,591/599,(2009).
- [2] Daniel E.Miller,Naghmech Mansouri:Model Reference Adaptive Control Using Simultaneous Probing,Estimation and Control, IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, 55-9 2014/2029,(2010).
- [3] 水本郁朗, 岩井善太:単純適応制御 (SAC) の最近の動向．計測と制御,40-10,723/728,(2001).
- [4] 岩井善太, 江頭豊一, 日野満司, 高橋将徳, 京和泉宏三：単純適応制御 (SAC) 手法の油圧サーボシステムの位置制御への応用,日本機械学会論文集 (C 編), 61-590, 187/194,(1995).
- [5] 札幌勇大, 蛸原義雄, 萩原朋道, 岡崎安直, 小松真弓：単純適応制御系設計におけるスケージングの導入と拮抗型空圧人工筋駆動機構の位置決め制御への応用,システム制御情報学会論文誌, 22-10, 350/356,(2009).
- [6] 藤中透, 柴田浩：微分動作を含む簡易型適応制御. 計測自動制御学会論文集,30-5,562/567,(1994)