非線形ゲインを用いた単純適応制御による磁気浮上システム位置制御の安定化

M2009MM021 曽原貴志

指導教員：高見勲

1　まえがき

良好な制御結果を得るためには正確な制御対象の数式モデルが必要となる．しかし現実には制御対象のパラメータが時間や状態とともに変化すること (特性変動) が多い．その結果，ある時刻で正確な数式モデル化を行ったとしても，その結果を用いて構成した制御系は，時刻の経過や状態の変化によって良い制御結果を与えなくなる．このような場合に対し，同定機構を常に走らせておき，その同定機構から得られる最新の制御対象の数式モデルに基づき，コントローラのパラメータも変化させ，その時々に最適な値に調整することが出来れば，常に良い制御結果が得られることが期待できる．このような同定と制御を同時に行う制御方式を適応制御という．

単純適応制御 (Simple Adaptive Control : SAC)[1] はモデル規範型適応制御 (MRACS) と同様にある理想な状態を実現するモデルを考え，実際の制御対象の出力が理想状態のモデルと一致するように，コントローラのパラメータを変化させる制御である．しかし MRACS はコントローラが複雑になりすぎパラメータチューニングに多くの時間を要してしまうといった問題を抱えていた．これに対し SAC は概強正実性 (Almost Strictly Positive Real : ASPR)[2] と CGT(command generator tracker) [2] の二つの性質を利用することで，他の適応制御方式に比べ，コントローラに含まれる設計パラメータの個数が少なく，制御構成を極めて簡単にする事ができる．それに加え、制御性でロバスト性を有している事がベンチマーク問題で検証されている [3].

現在、医療や産業といった分野で SAC を適用した製品の実用化に向けた研究が見られ [4] [5]，その内のいくつかは実用化されている。そのためこれから多くの分野で実用化の期待が出来る制御理論である．

本研究の目的は,SAC の新たな適応調整則を考案することである．基本的な適応調整則として積分調整則や積分＋比例型調整則がある．これらの調整則は一般的に任意で与える一定値の調整則ゲイン行列 Γ を用いて構成されている．設計者が決定する値のため，決定の際は多くの試行錯誤が必要となる．また SAC はハイゲインフィードバックを行う事で，安定性を実現している．その為，小さな外乱でも過敏に反応してしまう短所を持つ．

これに対し誤差が大きいときは Γ を適応的にを大きくしてすぐに適応則の修正を行い目標値に追従させ，小さいときは値を小さくして，小さな外乱に対し過剰に反応しない様な特性を持たせることが出来れば，SAC が持っていた問題を解決する事が出来る．本研究ではこのような特性を持つ可変 Γ なるものを提案し，シミュレーション及び実験によりその有効性の検証を行う．

2　制御対象とモデリング

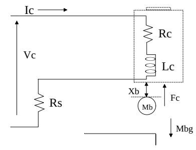

図 1　磁気浮上装置モデル

本研究の磁気浮上系は図 1 のような構成である．実機の下部と左右部に取り付けられているセンサーにより鉄球の位置が検出される．制御器からは吸引用電磁石 L_c に電流が入力され、その磁界による吸引力で鉄球の位置を制御する．

2.1　電気機械システムのコントローラ設計

ここでは $K_m[\mathrm{N.m^2/A^2}]$:電磁力定数,，M_b[kg]:剛球質量，T_b[m]:剛球移動範囲，$g[\mathrm{m/s^2}]$)]:地球の重力の定数，F_c[N]:電磁石引力，F_g[N]:重力，x_b[m]:剛球位置
とする．

鉄球にニュートンの第 2 法則を適応すると，

$$M_b \frac{d^2 x_b}{dt^2} = M_b g - F_c \tag{1}$$

となる．また引力 F_c はコイル Lc に蓄積される磁気エネルギーが

$$W = \frac{L_c I_c^2}{2} \tag{2}$$

と考えることができることと，引力の性質として物質間の距離の逆 2 乗に比例することより，

$$F_c = \frac{K_m I_c^2}{2x_b^2} \tag{3}$$

と置くことができる．(1)(2)(3) 式を用い運動方程式を求めると

$$\frac{d^2 x_b}{dt^2} = \frac{2M_b g x_b^2 - K_m I_c^2}{2M_b x_b^2} \tag{4}$$

しかし (4) 式は線形的ではない．そのため，平衡点 (x_{bo} , I_{co}) 周りで微小変化に対する線形化をすると、

$$x_b = x_{b0} + x_{bl} \quad , \quad I_c = I_{c0} + I_{cl} \tag{5}$$

ここで x_{bl}，I_{cl} は鉄球位置，電流の微小変異とする．(4) 式にテーラー展開を用いる．

この時，開ループ関数を

$$G_{bl}(s) = \frac{x_{bl}(s)}{I_{cl}(s)} \tag{6}$$

と定義すると

$$G_{bl}(s) = \frac{-\omega_n^2 K_{bc}}{s^2 - \omega_n^2} \ , \ \omega_n = \pm\sqrt{\frac{2g}{x_{b0}}} \ , \ K_{bc} = \frac{x_{b0}}{I_{c0}} \tag{7}$$

(7) 式の極の 1 つに正の値が存在してしまうため、システムは不安定である．

3 制御系設計

3.1 概強正実 (ASPR) 条件

適応制御系は速応性や安定性などが最適となるような規範モデル $G_p(s)$ を用意し，プラントの出力 $y(t)$ が規範モデルの出力 $y_M(t)$ に一致するように，コントローラの可変パラメータを調整する制御である．本研究で用いる単純適応制御は，プラントの概強正実性 (ASPR) を利用することから，プラントが以下の概強正実条件を満たす必要がある．

ASPR 条件
最小位相系である．
相対次数が 0 または 1 である．
最高位係数が正である．

3.2 単純適応制御 (SAC) の概要

単純適応制御では，制御目的 $y(t) \to y_M(t)$ を達成するために，制御入力 $u(t)$ を以下のように与える．

$$\begin{aligned} u(t) &= k_e(t)e(t) + k_x^T(t)x_M(t) + k_r(t)r(t) \ (= k^T(t)z(t)) \\ \tilde{\theta}(t) &= [k_e(t) \quad k_x^T(t) \quad k_r(t)]^T, \zeta(t) = [e(t) \quad x_M^T(t) \quad r(t)]^T \end{aligned}$$

ここで，$x_M(t)$ は規範モデルの状態ベクトル，$r(t)$ は規範入力 (目標値) であり $e(t)$ は規範モデルと実プラントとの出力誤差，$k_e(t), k_x(t), k_r(t)$ は可変パラメータである．

3.3 適応則

先の $k(t)$ は $e(t) \to 0$ が安定に達成できるように調整されねばならなく，そのためには適応則を施す必要がある．下の積分型適応調整則は SAC の基本的な構成である．

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(t) &= \tilde{\theta_I}(t) \\ \dot{\tilde{\theta}}_I(t) &= -\Gamma_I \zeta(t)e(t), \quad \Gamma_I (= \Gamma_I^T) > 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Γ_I は調整則ゲイン行列である．

3.4 可変 Γ を用いた適応則

今回，適応則に可変 Γ 適応則なるものを構成し用いる．用いる Γ を以下に記す．

$$\Gamma_I = m(t)\Gamma_R, \quad \Gamma_R = {\Gamma_R}^T > 0 \tag{9}$$

$m(t)$ は t のスカラ変数であり，Γ_R は調整則ゲイン行列である．この時，制御系が安定となる条件を考える．プラントが概強正実 (ASPR) の時，閉ループ系は強正実である．閉ループ系が強正実ならば，次の関係を満足する正定行列 P, Q が存在する．
(補題)

$$\begin{aligned} A_c^T P + P A_c &= -Q \\ Pb &= c \end{aligned} \tag{10}$$

(10) 式を考慮して，正定関数 $V(t)$ を次のように定義する．

$$V(t) = \tilde{x}^T(t) P \tilde{x}(t) + \tilde{\theta_I}^T(t) \Gamma_R^{-1} \tilde{\theta_I}(t) > 0 \tag{11}$$

その微分値 $\dot{V}(t)$ は式 (8)，(10)，(11) より

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\tilde{x}^T(t) Q \tilde{x}(t) + 2\tilde{\theta_I}^T(t)\zeta(t)c^T\tilde{x}(t) \\ &\quad + 2\tilde{\theta_I}^T(t)\Gamma_R^{-1}\dot{\tilde{\theta}}_I(t) \\ &= -\tilde{x}^T(t) Q \tilde{x}(t) - 2(m(t)-1)e(t)^2 \end{aligned} \tag{12}$$

となる．式 (13) より $m(t) \geqq 1$ の時，$\dot{V}(t) < 0$ となる．この時，リアプノフの安定定理より $\tilde{x}(t) = 0$ は漸近安定である．ゆえに $t \to \infty$ で $\tilde{x}(t) \to 0$ となり $e(t) \to 0$ がいえる．

4 磁気浮上装置に対する単純適応制御系の設計

4.1 制御対象の ASPR 化

磁気浮上装置のプラント $G_m(s)$ は 3 章の概強正実 (ASPR) 条件のうち を満足しない．そこで，図 2 に示すように並列フィードフォワード補償器を極配置による PI-D 制御によって漸近安定化させた時のコントローラを用いて作成すると，拡大系伝達関数 $G_a(s)$ は

$$G_a(s) = \frac{(K_{p_b}s + K_{i_b})(s^3 - \omega_n^2 K_{bc} s^2 - (K_{bc}K_{p_b} - 1)\omega_n^2 s - K_{i_b}\omega_n^2 K_{bc})}{s(K_{v_b}s^4 + K_{p_b}s^3 + (K_{i_b} - \omega_n^2 K_{v_b})s^2 - \omega_n^2 K_{p_b} s + \omega_n^2 K_{i_b})})$$

と置く事ができ，

$$K_{p_b} = -272.948 \quad , \quad K_{v_b} = -4.224 \quad , \quad K_{i_b} = -633.536$$

と置いたとき， の条件を満足し，制御対象の ASPR 条件を満たすことができる．

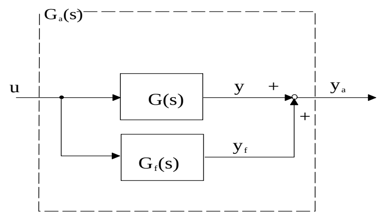

図 2 PFC を付加した拡大系

4.2 規範モデルの決定

規範モデル y_m は制御系としての速応性や安定性などが最適になるように決める．その結果，規範モデルを以下のように決める．

$$\begin{aligned} \dot{x}_M(t) &= -2.5x_M(t) + r(t) \\ y_M(t) &= 2.5x_M(t) \end{aligned} \tag{13}$$

4.3 可変 Γ の決定

今回，可変 Γ 適応則を次のように定義する．

$$\begin{aligned} \Gamma_I &= m(t)\Gamma_R = \left(\tfrac{1000|e|}{0.001+|e|} + 100\right)\Gamma_R \\ \Gamma_R &= \Gamma_R^T (> 0), \quad 100 \leqq m(t) < 1000 \end{aligned} \tag{14}$$

ここに，3．4 より $m(t) \geqq 1$ である事を満たす為，安定性は保証される．Γ_I は一般的に用いられる様な常に一定の値ではなく，誤差が大きいときは値を大きくしてすぐに適応則の修正を行い目標値に追従させ，小さいときは値を小さくして，小さな外乱に対し過剰に反応しない様な特性を持つ．

次に，適応則中の可変 Γ に含まれる Γ_R の値を決める．Γ_R の値はプラントの出力値が規範モデルの出力値に即座に追従し，ほぼ同じ結果が出るようにしなければならない．

図 3 は様々な値を Γ_R に与えた時のシミュレーション上での規範モデル (破線) と実プラント (実線) との出力結果を重ねたものである．この時 (ア)Γ_R=diag[100　1　1], (イ)Γ_R=diag[100^2　100　100]
, (ウ)Γ_R=diag[100^3　100^2　100^2] とする．図 3 より，規範プラントへの収束の早さ，オーバーシュートの大きさから，Γ_R は (イ)Γ_R =diag[100^2　100　100] とした．

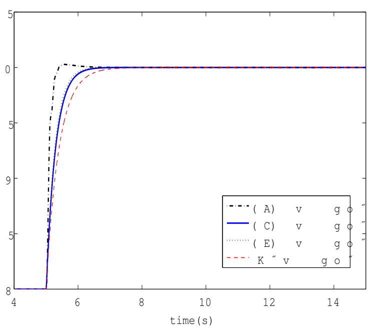

図 3 (ア)(イ)(ウ) の比較

5　実験とシミュレーションによる検証

ここでは，運動特性の変動が生じた場合を考える．運動特性の変動を起こすために 0．068kg の鋼球を 15 秒後に 10mm の位置から 6mm に移動させて検証することにした．

5.1　可変 Γ ＳＡＣと基本ＳＡＣを用いたシミュレーション結果の比較

磁気浮上装置は，制御したい位置によって電気-機械システムの伝達関数 $G_{bl}(s)$ が変わってくる．

この時，可変 Γ を用いた SAC と 2．3 で紹介した一般的な Γ を用いた基本 SAC とでシミュレーションを行った時の鋼球位置出力，適応則，入力，出力誤差を示し，比較，検討を行う．ここで基本 SAC に用いる Γ_I は Γ_I=diag[100^3　100^2　100^2] とする．

図 4 のように，鋼球の位置が変化しても目標値で収束しているのがわかる．これはコントローラ内の可変パラメータ ke, ku, kx が図 5，図 6，図 7 のように，それぞれ異なる値に自動で調整されることで規範プラントの出力 $y_M(t)$ にプラントの出力 $y(t)$ が追従しているからである．また可変パラメータの変化速度を調整する，可変 Γ が誤差が大きいときに大きく，小さいときは小さく値を調整している事が，図 8 図 10 からわかる．この事により素早い適応則の収束を実現しており，その結果，可変 Γ を用いた SAC の鋼球位置出力が基本 SAC より規範プラントの出力に近い結果と考えられる．

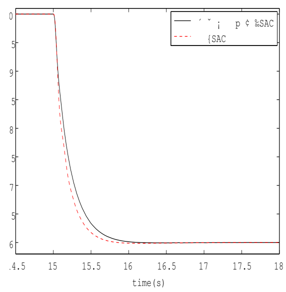

図 4　鋼球位置

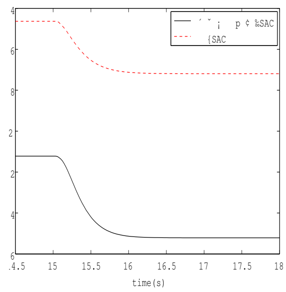

図 5　ke

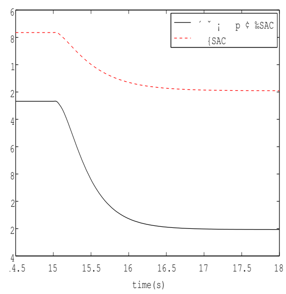

図 6　ku

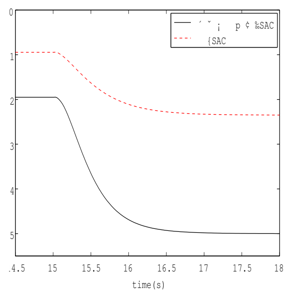

図 7　kx

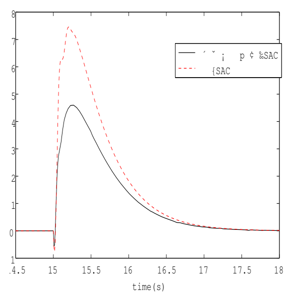

図 8　プラント拡大系と規範プラントとの出力誤差

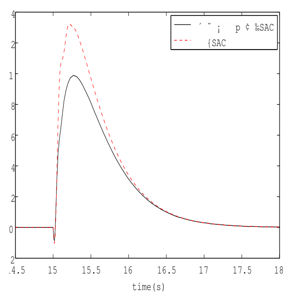

図 9　実プラントと規範プラントとの出力誤差

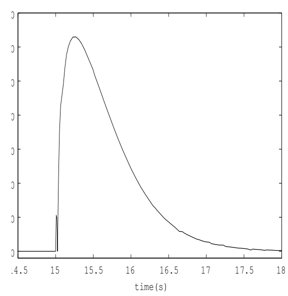

図 10　Γ_I(可変 Γ)

しかし，わずかながら規範プラントに対し実プラントの出力値が収束するまでで誤差を持つ事が図 4 より分か

る．図 8 よりプラント拡大系と規範プラントの出力誤差はかなり小さく抑えられている．

しかし図 9 より実プラントと規範プラントの出力誤差はわずかではあるが生じている．以上の事より，この原因として考えられるのは ASPR 化の為に実プラントに施した，補償器による影響だと考えられる．

5.2　可変 Γ と一般的な Γ を用いた実験結果の比較

以下には，可変 Γ と一般的な Γ を用い，実験を行った時の鋼球位置出力，適応則，入力，出力誤差を示し，比較，検討を行う．ここで基本 SAC に用いる Γ_I は Γ_I=diag[100^3　100^2　100^2] とする．

図 11，be，bea より，一般的な SAC と可変 Γ を用いた SAC の鋼球位置の実験結果で，鋼球の位置が変化して収束してからの 2〜3 秒間，一般的な SAC の出力結果に少し大きな振動が見られ規範プラントとの出力結果に大きな誤差を持つ事がわかる．図 15，図 16 より鋼球位置が変わった時に ku, kx はどちらの SAC も素早くほぼ一定の値に収束している．しかし図 13，図 14 より ke を比較したときに，可変 Γ を用いた SAC の ke が素早くほぼ一定の値に収束するのに対し，一般的な SAC の ke は収束せず，増加傾向にある．これは鋼球の位置を変化させた時の運動特性の変化による影響であり，適応則が特製変動に適応しようとした時に，ke が最適なゲインを満たすまでに時間がかかり，一般的な SAC の出力結果で振動が起こったと考えられる．また，図 12 より可変 Γ を用いた SAC は出力誤差によって値を変える事で，特性変動に対しても素早い適応則 ke の収束を実現し，良好な結果を得る事が出来たと考える．

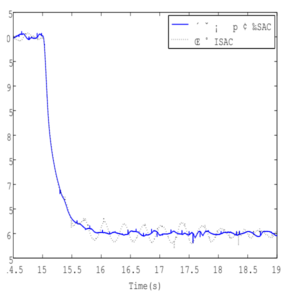

図 11　鋼球位置

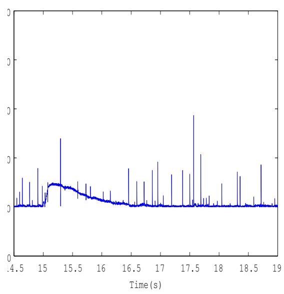

図 12　Γ_I(可変 Γ) の出力値

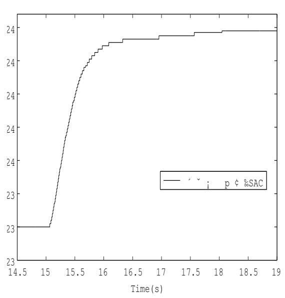

図 13　ke（可変 Γ）

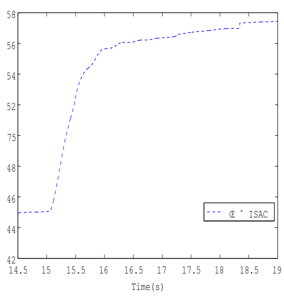

図 14　ke(一般的な Γ)

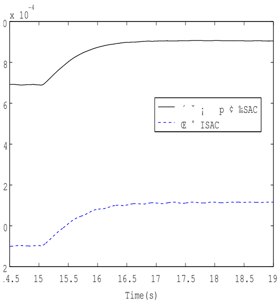

図 15　ku

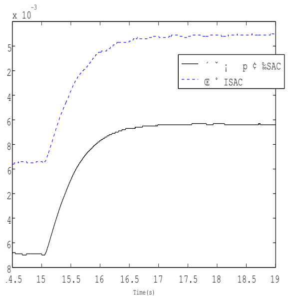

図 16　kx

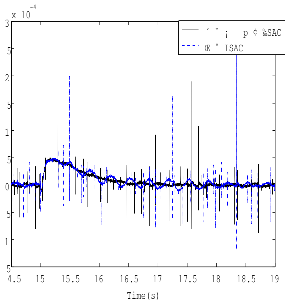

図 17　プラント拡大系と規範プラントとの出力誤差

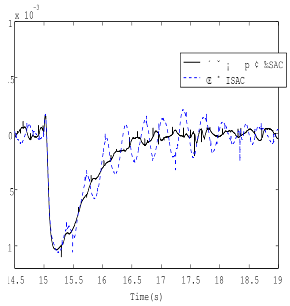

図 18　実プラントと規範プラントとの出力誤差

6　あとがき

本研究の成果は以下の通りである．

- 非 ASPR なプラントである磁気浮上装置に対して，PFC を付加させることで SAC が実現可能なプラントに拡大することができた．
- 不確定パラメータを含むシステムに対して，可変 Γ を用いる事でロバスト性の向上，収束の高速化を実現できた．

参考文献

[1] Barkana：Gain conditions and convergence of simple adaptive control, International Journal of Adaptive Control And Signal Processing, **19**:13/40, (2005)

[2] 大森:単純適応制御 (SAC) の最近の動向, 計測と制御,40-10,723/728(2001).

[3] 増田，水野，山本，水本，深尾：電気油圧シリンダに対する適用制御用ベンチマーク問題の作成—SICE 制御部門適応学習制御調査研究会活動報告—，計測と制御，**40**-10，758/763(2001)

[4] 京和泉，藤田，岩井，水本：一般産業用空圧シリンダの位置決め制御，日本フルードパワーシステム学会論文集，**35**-6，97/102(2004)

[5] 大友，岩井，永田，内田，小米良：PID および適応形外乱補償を付加した単純適応制御によるゴム人工筋アクチュエータの制御，日本機械学会論文集 (C 編)，**63**-605，166/173(1997)