

2乗和多項式に基づくクレーンのゲインスケジュールド制御

M2007MM003 青木卓也

指導教員：高見勲

1 はじめに

変動パラメータを含むシステムに対するロバスト制御系設計の一つとしてゲインスケジュールド制御 (GS 制御) が挙げられる。GS 制御器の設計には、制御対象を線形パラメータ変動モデルで表す方法が広く使われているが [1, 2], 制御対象のダイナミクスがパラメータに非線形に依存する場合やパラメータ依存 Lyapunov 関数を使う場合は、パラメータに対して非線形に依存する線形行列不等式を解かねばならない。これに対する解決法として、パラメータを変換して依存性をアフィンにする方法 [3, 4, 5] やいくつかの動作点でパラメータを固定して設計する方法 [6, 7] などが試みられてきたが、設計結果が保守的になったり、考慮しなかったパラメータ値に対して性能が保障されない問題があった。そこで近年、パラメータに非線形に依存する線形行列不等式を解いて、比較的保守的でない設計を行なう方法がいくつか提案された。その一つに 2 乗和多項式に基づく方法がある [8, 9]。2 乗和多項式を使う解法は半正定性を持つある次数の多項式の存在性を使っており、仮定する多項式の次数を増やすことで近似解が真の最小値に近づくという漸近的厳密性を持っているので、いくらでも保守的でない設計が可能である。しかし、設計が保守的でなくなるにつれて計算量が大きくなるという問題があり、具体的な応用は遅れている。本研究ではクレーンという具体的な制御対象にこの方法を適用してその実用性を評価した。

本稿で使用される記号は以下のとおりである。⊗ は Kronecker 積を表す。正方行列 M に対して $\text{He}[M] = M + M^T$ とする。対称行列を以下のように記述する。

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ * & M_{22} \end{bmatrix} \left(= \begin{bmatrix} M_{11} & * \\ M_{12}^T & M_{22} \end{bmatrix} \right)$$

2 制御対象

2.1 モデリング

本研究で扱うクレーンはワイヤの巻上げ、滑車による並進運動、タワーアームの旋回の 3 動作によって 3 次元空間内の任意の位置へ吊り荷の運搬ができるものである。クレーンは、吊り荷を運搬する際にワイヤの長さや滑車の位置が変動することにより、制御対象の動特性が変化する非線形系である。本研究ではワイヤの巻上げ、滑車の運動については他の制御器によって制御するとし、タワーアームの旋回による吊り荷の運動を考える。このような分散制御の妥当性は文献 [10] で論じられている。クレーン本体を剛体、吊り荷を質量 m_p の質点として考え、ワイヤ下端のフックおよびワイヤの重量を無視するとし、クレーンのモデル化を行った。クレーンの形状を図 1 に示し、上方からみたものを図 2 に示す。モデル化に用いた記号を以下のように定義する。

ϕ : タワーアームの旋回角度 (反時計回りを正)[rad]

α : 吊り荷の振れ角 (鉛直方向から時計回りを正) [rad]

l_p : ワイヤの長さ [m]

l_j : タワーアームの軸から滑車の重心までの距離 [m]

m_p : 吊り荷の質量 0.87[kg]

τ_t : タワーモータのトルク定数 0.75[N · m/A]

J_ϕ : タワーモータの慣性モーメント 0.88[kg · m²]

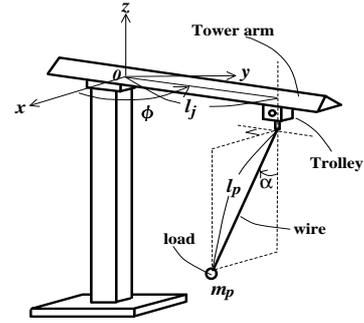


図 1 The crane to be considered

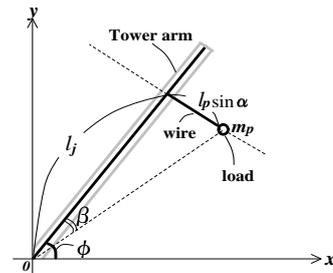


図 2 Top view of the crane

図 1, 2 において α が微小とすると, x 軸からの吊り荷の旋回角度 $\phi - \beta$ は

$$\phi - \beta \approx \phi - \frac{l_p}{l_j} \alpha \quad (1)$$

となる。ワイヤの長さ l_p とタワーアームの軸から滑車の重心までの距離 l_j をそれぞれ不確かなパラメータ θ_1, θ_2 とし、以下の有界閉集合 Θ の領域内で変動すると仮定する。

$$\Theta = \{\theta \in \mathbb{R}^2 \mid 0.3 \leq \theta_1 \leq 0.86, 0.1 \leq \theta_2 \leq 0.75\} \quad (2)$$

状態変数を $x_p = [\phi(t) \ \alpha(t) \ \dot{\phi}(t) \ \dot{\alpha}(t)]^T$, 出力 y を x 軸からの吊り荷の旋回角度, 入力 u をタワーモータへの入力電流 [A] とし、クレーンシステムの状態空間表現を求めると以下の式になる。

$$\dot{x}_p = A_p(\theta)x_p + B_p(\theta)u \quad (3)$$

$$y = C_p(\theta)x_p \quad (4)$$

$$A_p(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{m_p g \theta_2}{J_\phi} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{g(m_p \theta_2^2 + J_\phi)}{J_\phi \theta_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_p(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\tau_t}{J_\phi} \\ \frac{\tau_t \theta_2}{J_\phi \theta_1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C_p(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\theta_1}{\theta_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.2 一般化制御対象の構成

目標値信号 w に追従させるために、図 3 に示す積分器を含ませた拡大系を構成する。一般化制御対象 Σ は次式となる。

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x}_\Sigma = A_\Sigma(\theta)x_\Sigma + B_{1\Sigma}(\theta)w + B_{2\Sigma}(\theta)u \\ z = C_{1\Sigma}(\theta)x_\Sigma \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} A_\Sigma(\theta) & B_{1\Sigma}(\theta) & B_{2\Sigma}(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p(\theta) & 0 & 0 \\ -C_p(\theta) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_p(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{1\Sigma}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad x_\Sigma = \begin{bmatrix} x_p & x_s \end{bmatrix}^T$$

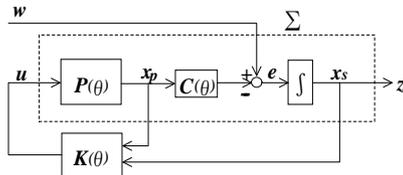


図 3 Control system

3 GS 制御系設計

3.1 状態フィードバック GS 制御器設計問題

本研究では状態フィードバック制御器

$$K : u = -K(\theta)x_\Sigma \quad (8)$$

を設計することを考える。 $K(\theta)$ は θ に依存するので GS 制御器となる。まず、本節ではパラメータ θ は不確かだが時間に対して変化しないものとして設計を行う。変化する場合とは 3.6 節で扱う。

式 (7) に示した一般化制御対象 Σ に対して、任意の $\theta \in \Theta$ において

$$[H^\infty \text{ 制御仕様}] \quad \|z\|_{L_2} \leq \nu \|w\|_{L_2} \quad (\forall w \in L_2)$$

を満足する制御器を設計する。このような ν の最大値は、式 (9) の半正定値計画問題を解くことで求められる。ただし $X(\theta)$ は正定な対称行列である。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \nu \\ & \text{subject to} && \\ & \begin{bmatrix} \text{He}[-A_F(\theta)] & -B_{1\Sigma}(\theta) & * \\ * & \nu I & * \\ -C_{1\Sigma}(\theta)X(\theta) & 0 & \nu I \end{bmatrix} \geq O \quad (\forall \theta \in \Theta) \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、 $A_F(\theta) = A_\Sigma(\theta)X(\theta) - B_{2\Sigma}(\theta)Z(\theta)$ である、式 (5)、(6) より $A_p(\theta)$ 、 $B_p(\theta)$ 、 $C_p(\theta)$ は θ_1, θ_2 に関して有理関数であり、多項式でない。よって式 (9) の制約条件の両辺に $\theta_1\theta_2$ をかけて分母をはらう。分母をはらっても式 (9) の条件は変わらないので元の問題を解くことになる。

また、 $X(\theta)$ 、 $Z(\theta)$ はある適当な次数の多項式行列にする。もし $X(\theta)$ 、 $Z(\theta)$ が次数 2 の多項式行列ならば、

$$X(\theta) = X_{00} + \theta_1 X_{10} + \theta_2 X_{01} + \theta_1^2 X_{20} + \theta_2^2 X_{02} + \theta_1 \theta_2 X_{11} \quad (10)$$

$$Z(\theta) = Z_{00} + \theta_1 Z_{10} + \theta_2 Z_{01} + \theta_1^2 Z_{20} + \theta_2^2 Z_{02} + \theta_1 \theta_2 Z_{11} \quad (11)$$

であり、有限な次数の関数となる。これより、式 (9) の問題において、最適化の変数はスカラー ν と $X(\theta)$ 、 $Z(\theta)$ の係数行列のうち独立な要素となる。そして、 $X(\theta)$ 、 $Z(\theta)$ の係数行列によって GS 制御器 $K(\theta) = Z(\theta)X^{-1}(\theta)$ を設計することができる。このような最適化問題をロバスト半正定値計画問題という。

3.2 ロバスト半正定値計画問題について

ロバスト半正定値計画問題は一般に次のように表される。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && c^T x \\ & \text{subject to} && F(x, \theta) \geq O \quad (\forall \theta \in \Theta) \end{aligned} \quad (12)$$

$x \in \mathbb{R}^n$ は最適化の変数、 $c \in \mathbb{R}^n$ は与えられたベクトルである。また θ は領域 $\Theta \subset \mathbb{R}^p$ 中をとる不確かなパラメータである。 $F(x, \theta)$ は $m \times m$ の対称行列であり、 x については 1 次関数、 θ については非線形の関数である。 $F(x, \theta) \geq O$ ($\forall \theta \in \Theta$) の十分条件として、ある 2 乗和多項式行列が存在すればよいことがわかっている。

3.3 2 乗和多項式行列

$q \times q$ の多項式行列 $S(\theta)$ が、ある別の行列 $T(\theta)$ によって

$$S(\theta) = T(\theta)^T T(\theta) \quad (13)$$

と表すことができるとき、 $S(\theta)$ を 2 乗和多項式行列という。2 乗和多項式行列 $S(\theta)$ の θ に関する次数は偶数であり、 $S(\theta)$ の次数が $2d$ であるとき、 $T(\theta)$ の次数は d となる。ここで、 $T(\theta)$ を式 (14) のように定義する。

$$T(\theta) = R[u(\theta) \otimes I_m] \quad (14)$$

R はある大きさの係数行列であり、 $u(\theta)$ は θ を要素とする次数 d 以下の単項式から構成される行列とする。 $S(\theta)$ は $S(\theta) = [u(\theta) \otimes I_m]^T (R^T R) [u(\theta) \otimes I_m]$ を満足するある R が存在するなら $u(\theta)$ に関して 2 乗和多項式である。 $Q = R^T R$ とすると、 $u(\theta)$ に関して多項式行列 $S(\theta)$ が 2 乗和多項式であるための必要十分条件は

$$S(\theta) = [u(\theta) \otimes I_m]^T Q [u(\theta) \otimes I_m] \quad (15)$$

をみたす正定な対称行列 Q が存在することである。ただし、 $S(\theta)$ の次数が大きくなると、行列 Q のサイズも大きくなってしまい計算量が増加してしまう [9]。

多項式行列 $S(\theta)$ が 2 乗和多項式行列であるとき、必ず $S(\theta) \geq O$ ($\forall \theta \in \Theta$) となる。この半正定値性を利用してロバスト半正定値計画問題の条件 $F(x, \theta) \geq O$ を別の形式で定式化する。

3.4 有界閉集合上での半正定値性

領域 Θ が有界閉集合で多項式 $g_1(\theta)$ 、 $g_2(\theta)$ 、 \dots 、 $g_l(\theta)$ によって

$$\Theta = \{\theta \in \mathbb{R}^p | g_1(\theta) \geq 0, g_2(\theta) \geq 0, \dots, g_l(\theta) \geq 0\}$$

と表せるとし、与えられた多項式行列 $F(x, \theta)$ がある固定した x において、2 乗和多項式行列 $S_0(\theta)$ 、 $S_1(\theta)$ 、 \dots 、 $S_l(\theta)$ を使って

$$F(x, \theta) = S_0(\theta) + g_1(\theta)S_1(\theta) + \dots + g_l(\theta)S_l(\theta) \quad (16)$$

と表せるとする。 $S_1(\theta)$ は 2 乗和多項式行列なので $S_1(\theta) \geq O$ であり、さらに $g_1 \geq 0$ なので $g_1 S_1 \geq O$ となる。同様に $g_2 S_2 \geq O, \dots, g_l S_l \geq O$ であり、また $S_0(\theta) \geq O$ でもあるので $F(x, \theta) \geq O$ となる。よってロバスト半正定値計画問題を近似的に解くには式 (16) を満たす $S_0(\theta), \dots, S_l(\theta)$ が存在することを条件にすればよく、それぞれの次数を徐々に大きくしていけば精度良く解けることが知られている [8] [9]。

3.5 設計結果

以上に示した設計法を実際にクレーンに対して適用した結果を示す．まず，式 (2) に示した有界閉集合を考えるため， $g_1(\theta) \sim g_4(\theta)$ を以下のように定める．

$$\begin{aligned} g_1(\theta) &= \theta_1 - 0.3 \geq 0, & g_2(\theta) &= 0.86 - \theta_1 \geq 0 \\ g_3(\theta) &= \theta_2 - 0.1 \geq 0, & g_4(\theta) &= 0.75 - \theta_2 \geq 0 \end{aligned}$$

次に $X(\theta), Z(\theta)$ をある次数の多項式行列とし，それによって適当な次数の 2 乗和多項式行列となる $S_0(\theta) \sim S_4(\theta)$ を定める．以上に定めた $g_1(\theta) \sim g_4(\theta)$ と $S_0(\theta) \sim S_4(\theta)$ を用いて，式 (9) の問題は以下のように書き換えることができる．

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \nu \\ &\text{subject to} && \theta_1 \theta_2 \begin{bmatrix} \text{He}[-A_F(\theta)] & -B_{1\Sigma}(\theta) & * \\ * & \nu I & * \\ -C_{1\Sigma}(\theta)X(\theta) & 0 & \nu I \end{bmatrix} \\ &&& = S_0(\theta) + g_1(\theta)S_1(\theta) + g_2(\theta)S_2(\theta) \\ &&& + g_3(\theta)S_3(\theta) + g_4(\theta)S_4(\theta) \end{aligned} \quad (17)$$

以上のロバスト半正定値計画問題の制約条件を満足する 2 乗和多項式行列 $S_0(\theta) \sim S_4(\theta)$ が存在すれば，近似解を求めることができる．表 1 に $X(\theta), Z(\theta)$ の次数，緩和次数 r ， $S_1(\theta) \sim S_4(\theta)$ の次数，最適値 ν の値，問題を解くために要した計算時間を示す．数値計算には 1.7GHz の Athlon 64 X2 である CPU と 894MByte のメモリを持つ計算機を使用した．

表 1 より， $X(\theta), Z(\theta)$ の次数が 2， $S_1(\theta) \sim S_4(\theta)$ の次数が 4 のとき，最適値 ν が 0.419 となっているが，これ以上 $X(\theta), Z(\theta)$ ， $S_1(\theta) \sim S_4(\theta)$ の次数を大きくしても最適値が小さくならないため，このときの次数で式 (9) のロバスト半正定値計画問題の近似解が得られると考えられる．

表 1 The optimal ν and the computational time for various settings

degX	degZ	degS ₁ ~ degS ₄	ν	計算時間 (s)
1	1	2	2.400	78
1	1	4	2.317	871
2	2	4	0.419	872
2	2	6	0.419	3651
3	3	4	0.419	744
3	3	6	0.419	3430

ここで，設計結果を評価するためパラメータ集合 Θ を格子に切り，各格子点において H^∞ 設計を行って最適な H^∞ ノルム ν を求めた．その結果を 4 に示す．4 より $\theta_1 = 0.86$ のときに， θ_2 の値に関係なく $\nu = 0.419$ となっている．よって，求めた近似解と同じであるので設計された制御器が保守的でないことがわかる．

3.6 パラメータの変化速度を考慮に入れた GS 制御系設計

本節ではパラメータ θ が時間に対して変化するものとし，その変化速度の上界が得られているものとして GS 制御器を設計する．この場合は式 (18) に示すロバスト半正

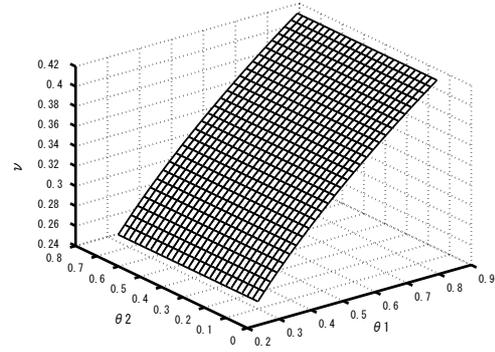


図 4 The minimum H^∞ -norm for each values of θ_1 and θ_2

定値計画問題を解くことに帰着される．

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \nu \\ &\text{subject to} && \begin{bmatrix} \text{He}[-A_F(\theta)] - \dot{X}(\theta) & -B_{1\Sigma}(\theta) & * \\ * & \nu I & * \\ -C_{1\Sigma}(\theta)X(\theta) & 0 & \nu I \end{bmatrix} \geq O \quad (\forall \theta \in \Theta) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで式 (18) の制約条件には $X(\theta)$ の導関数 $\dot{X}(\theta)$ が含まれる．よって式 (10) に示したような次数 2 の場合， $X(\theta)$ を時間微分すると

$$\dot{X}(\theta) = \dot{\theta}_1 X_{10} + \dot{\theta}_2 X_{01} + 2\theta_1 \dot{\theta}_1 X_{20} + 2\theta_2 \dot{\theta}_2 X_{02} + \dot{\theta}_1 \theta_2 X_{11} + \theta_1 \dot{\theta}_2 X_{11}$$

となり， $\dot{X}(\theta)$ に $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ が含まれる項が存在するようになる． $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ の変動領域を制限すれば，ワイヤの巻き上げ，巻き下げの速度，滑車の移動速度に対しての変化速度を考慮に入れた設計ができることになる．それぞれの变化速度の上下限を

$$|\dot{\theta}_1| \leq 0.12 \quad |\dot{\theta}_2| \leq 0.15 \quad (19)$$

とし，有界閉集合 Θ に多項式 $g_5(\theta) \sim g_8(\theta)$ を追加する．

$$\Theta = \{\theta \in \mathbb{R}^4 \mid g_1(\theta) \geq 0, \dots, g_8(\theta) \geq 0\} \quad (20)$$

$$g_5(\theta) = \dot{\theta}_1 + 0.12 \geq 0, \quad g_6(\theta) = 0.12 - \dot{\theta}_1 \geq 0$$

$$g_7(\theta) = \dot{\theta}_2 + 0.15 \geq 0, \quad g_8(\theta) = 0.15 - \dot{\theta}_2 \geq 0$$

式 (17) で示した手順と同様に，多項式 $g_1(\theta) \sim g_8(\theta)$ と 2 乗和多項式行列 $S_0(\theta) \sim S_8(\theta)$ を用いて解くことができる．ただし，式 (3.6) より $\dot{X}(\theta)$ には 1 次の $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ が含まれるが， $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ のクロスタームがなく， $g_5(\theta) \sim g_8(\theta)$ に 1 次の項として含まれる．よって，計算量削減のため $S_1(\theta) \sim S_8(\theta)$ は $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ には依存せず θ_1, θ_2 のみに依存する次数 4 の 2 乗和多項式行列である条件として解くことにする． $X(\theta), Z(\theta)$ を式 (10),(11) に示した次数 2 の多項式行列として解いた結果， $\nu = 0.584$ という近似解を得た．変化速度を考慮したため，3.5 節で求めた近似解より大きくなっている．

4 シミュレーション

3.5, 3.6 節に示した 2 乗和多項式による GS 制御器の有効性を示すためにパラメータに関する条件を以下の 3 つの場合に分け，シミュレーションを行った．また，パラメータを変換して依存性をアフィンにし，導出した polytopic

LPV モデルに対して制御器を設計する従来手法 [4] との比較も行った。ただし、従来手法による制御器はパラメータの変化速度の上界を仮定していないものである。それぞれのシミュレーション結果を図 5~7 に示す。3.6 節で設計した GS 制御器による結果を実線、3.5 節で設計した GS 制御器による結果を破線、従来手法による制御器による結果を点線で表す。なお、目標値信号として吊り荷が 90 度旋回するステップ状の信号を入力した。

Case 1 : パラメータをある値に固定 ($\theta_1 = 0.58, \theta_2 = 0.425$)

Case 2 : パラメータを変化させる。変化速度は設定した値より大きくなることもある

$$(\theta_1 = 0.58 + 0.28\sin(0.4\pi t), \theta_2 = 0.425 + 0.325\sin(0.5\pi t))$$

Case 3 : パラメータを変化させる。変化速度は設定した値以下である

$$(\theta_1 = 0.58 + 0.28\sin(0.14\pi t), \theta_2 = 0.425 + 0.325\sin(0.16\pi t))$$

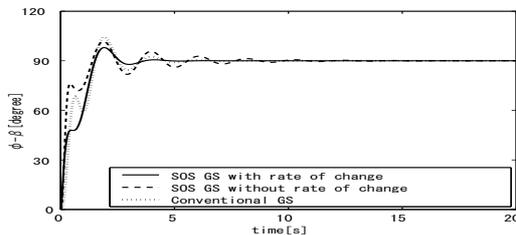


図 5 Simulation results in Case 1

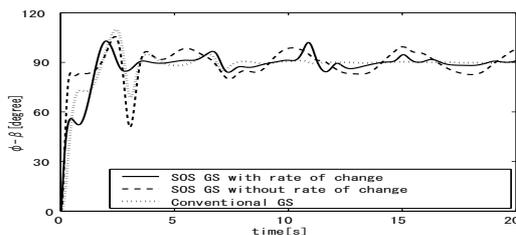


図 6 Simulation results in Case 2

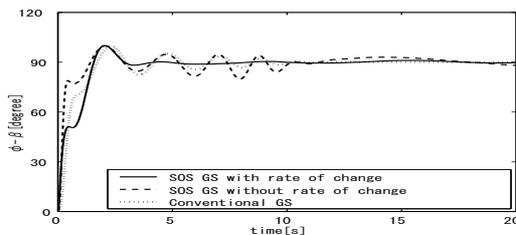


図 7 Simulation results in Case 3

Case 1 ではすべての制御器ともに安定化できている。Case 2 においては、従来手法による制御器はパラメータ変化速度の上界を仮定していないので、速い速度で変動していても十分な制御性能を維持できている。一方、3.6 節の制御器では安定化できているが、設定した値より速くパラメータが変化することがあるため応答が振動的になってしまっている。しかし、Case 3 において不必要な変化速度に対する保守性がないので、最もよい制御性能を示している。

5 実験

本章では 3.6 節で得た GS 制御器を用いて実験を行った結果を述べる。GS 制御器 $K(\theta)$ は 0.001 秒ごとにセンサに

よって計測されたワイヤの長さや滑車の位置をそれぞれ θ_1, θ_2 に代入し構成した。目標値信号には急激な旋回による吊り荷の振れを防ぐために、毎秒 18 度で変化するランプ状の目標値信号を入力し、吊り荷の旋回角度を 0 度から 90 度まで運搬した。なお、旋回と同時にワイヤを毎秒 0.08m の速さで 0.8m から 0.4m まで巻き上げ、滑車を毎秒 0.1m の速さで 0.15m から 0.65m まで移動させた。その実験結果を図 8 に示す。

実験の結果、タワーアームの旋回から吊り荷が動き始めるまでの時間差によって立ち上がりにも多少の遅れがみられるが、目標値信号に追従していることが確認できる。

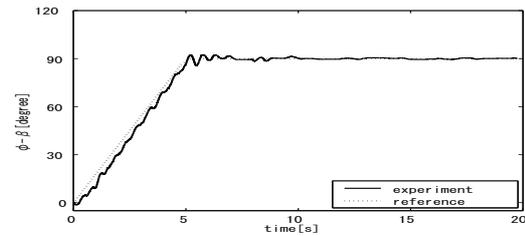


図 8 Experimental results

6 まとめ

本研究では、非線形で不確かなパラメータを含むクレーンに対する GS 制御器を 2 乗和多項式を用いて設計した。そして、非線形構造を考慮に入れた設計によって、保守性が少ない制御器を求めることができた。今後の課題として、2 乗和多項式行列の構造を工夫し、計算量を減少させることで吊り荷の固有振動数やモデル化誤差を考慮に入れた重み関数を含んだ一般化制御対象に対する設計をすることが挙げられる。

参考文献

- [1] D. J. Leith, W. E. Leithead : Survey of gain-scheduling analysis and design, *International Journal of Control*, **73-11**, 1001/1025 (2000)
- [2] W. J. Rugh, J. S. Shamma : Research on gain scheduling, *Automatica*, **36-10**, 1401/1425 (2000)
- [3] J. Yu, A. Sideris : H_∞ control with parametric Lyapunov functions, *Systems and Control Letters*, **30**, 57/69 (1997)
- [4] P. Apkarian, P. Gahinet, G. Becker : Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: A design example, *Automatica*, **31**, 1251/1261 (1995)
- [5] 高木清志, 西村秀和, タワークレーンの吊り荷ロープ長変動を考慮したゲインスケジュールド制御, *日本機械学会論文集*, **64-626**, 113/120 (1998)
- [6] P. Apkarian, R. J. Adams : Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems, *IEEE transactions on control systems technology*, **6-1**, 21/32 (1998)
- [7] F. Wu, X. H. Yang, A. Packard, G. Becker : Induced L_2 -norm control for LPV systems with bounded parameter variation rates *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **6**, 983/998 (1996)
- [8] C. W. Scherer : LMI Relaxations in Robust Control, *European Journal of Control*, **12**, 3/29 (2006)
- [9] P. A. Parrilo : Semidefinite Programming Relaxations for Semialgebraic Problems, *Mathematical Programming Series B*, **96-2**, 293/320 (2003)
- [10] 高木清志, 西村秀和, タワークレーンの起伏・旋回の分散制御, *日本機械学会論文集*, **65-640**, 104/111 (1999)