

躍度・加速度・速度制約を考慮した2自由度目標軌道生成フィルタ

M2006MM004 林 秀樹

指導教員 高見 勲

1 はじめに

現実の機械には、物理的境界による制約が存在し、この制約を満足するシステムを設計する必要がある。また、産業用ロボットなどでは、物理的境界とは別に、安全性の確保、設備保護などが要求される。これらの問題を解決するために稼動部分の加速度(角加速度)や速度(角速度)などの制約を与えたい状況が存在する。

現在、線形制御の枠組みにおいて、任意の目標軌道に対して、これらの制約条件を満足させることは困難であるが、位置制御や繰返し制御などのあらかじめ目標入力値がわかる限られた場合は、リファレンスガバナ [1]、アンチwindアップ補償 [2]、モデル予測制御 [3] といった入力制限や状態変数の制約を考慮した制御系設計の研究がオンライン(フィードバック)・オフライン(フィードフォワード)双方の枠組みで研究されている。

ここで、加速度の時間変化率である加加速度(躍度)を考える。エレベータや電車などの乗物は安全性や設備保護を考慮することはもちろんのこと、乗り心地を考慮しなければならない。この乗り心地を向上させるためには躍度を極力小さくしなければならず、これまでに躍度最小モデル [4]、躍度を含んだ状態方程式 [5] などの研究がされている。

本研究では、上記の問題解決のために、ステップ信号入力から躍度制約、加速度制約、速度制約を満足し、さらに迅速に誤差とオーバーシュートなく目標値 $r(t)$ に収束する目標軌道 $r_L(t)$ を生成する、2自由度目標軌道生成フィルタを提案する。また、シミュレーションと実験により有効性を検証する。

2 躍度(非対称)・加速度(非対称)制約を考慮した目標軌道生成フィルタ

図1のようなフィルタを考え、躍度・加速度制約を満足するためのゲイン K_0, K_a, K_v を導出する。ここでは、目標値への収束時間を考え制約を非対称にする。

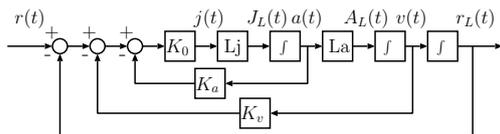


図1 目標軌道生成フィルタ I

L_j, L_a はそれぞれ、躍度、加速度に対する制約を表す非線形関数(飽和要素)であり、その入出力 $J_L(t) = L_j(j(t)), A_L(t) = L_a(a(t))$ には、

$$J_L(t) = \begin{cases} -J_{min}, & j(t) < -J_{min} \\ j(t), & -J_{min} \leq j(t) \leq J_{max} \\ J_{max}, & J_{max} < j(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$A_L(t) = \begin{cases} -A_{min}, & a(t) < -A_{min} \\ a(t), & -A_{min} \leq a(t) \leq A_{max} \\ A_{max}, & A_{max} < a(t) \end{cases} \quad (2)$$

$$J_{max}, J_{min} > 0, A_{max}, A_{min} > 0$$

の関係があるものとする。

ここで、ある時間 T_f で物体が距離 r を移動するときを考える。この時、最短時間で目標値に到達するための最適軌道を与える躍度 $J_o(t)$ は、加速度の値が正から負へ切換わる時刻を T_c とすると、時刻 0 から T_{q1} まで最大躍度 J_{max} で移動し、時刻 T_{q1} から T_{q2} まで最小躍度 $-J_{min}$ で移動し、時刻 T_{q2} から T_f まで最大躍度 J_{max} で移動することが必要であるから、

$$J_o(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ J_{max}, & 0 < t < T_{q1} \\ 0, & t = T_{q1} \\ -J_{min}, & T_{q1} < t < T_{q2} \\ 0, & t = T_{q2} \\ J_{max}, & T_{q2} < t < T_f \\ 0, & t = T_f \end{cases} \quad (3)$$

となる。ただし、

$$T_{q1} = J_{min}T_c / (J_{max} + J_{min})$$

$$T_{q2} = (J_{max}T_f + J_{min}T_c) / (J_{max} + J_{min})$$

である。

ここで図1の $j(t)$ は、

$$j(t) = K_0(r(t) - r_L(t) - K_v v(t) - K_a a(t)) \quad (4)$$

と表すことができ、 K_0 を十分大きな正の実数とすると、 $J_L(t)$ が式(3)の最適条件を満足するためには、

$$j(T_{q1}) = j(T_{q2}) = j(T_f) = 0 \quad (5)$$

となる必要がある。そして最適軌道の加速度 $A_o(t)$ 、速度 $v_o(t)$ 、位置 $r_o(t)$ を導出後、式(4)、(5)に代入し、連立1次方程式を解くことで、 K_a, K_v を導出することができる。しかし、このフィルタの場合、 $r_L(t)$ が目標値 $r(t)$ に近づいて線形領域に入ったとき、オーバーシュートなく収束する保証がない。そこで図2のようなフィルタを考える。

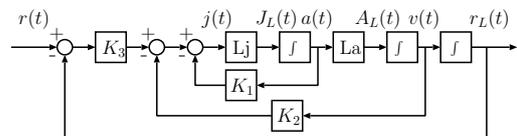


図2 目標軌道生成フィルタ II

まず, K_1, K_2, K_3 をそれぞれ

$$\begin{cases} K_1 = p_0 + p_1 + p_2 \\ K_2 = p_0p_1 + p_1p_2 + p_2p_0 \\ K_3 = p_0p_1p_2 \end{cases} \quad (6)$$

とする．ただし, p_0, p_1, p_2 は正の実数とする．このとき, 飽和がないと考えると, $r(t)$ から $r_L(t)$ までの伝達関数 $G(s)$ は,

$$G(s) = \frac{p_0p_1p_2}{(s+p_0)(s+p_1)(s+p_2)} \quad (7)$$

となり, 1 次遅れ要素 3 つの積で構成されていることから, オーバershoot なしで目標値に収束することが保証される．ここで, K_3 を飽和要素 L_j の直前に移動させると, 図 2 は図 1 と同様の形になる．さらに, $p_0 \gg p_1, p_2$ とすると,

$$\begin{cases} K_0 = K_3 \\ K_v = K_2/K_3 = (p_0p_1 + p_1p_2 + p_2p_0)/(p_0p_1p_2) \\ \cong (p_1 + p_2)/(p_1p_2) \\ K_a = K_1/K_3 = (p_0 + p_1 + p_2)/(p_0p_1p_2) \\ \cong 1/(p_1p_2) \end{cases} \quad (8)$$

となり, 式 (6), (8) より,

$$\begin{cases} K_1 = p_0 + K_v/K_a \\ K_2 = p_0(p_1 + p_2) + p_1p_2 = (p_0K_v + 1)/K_a \\ K_3 = p_0/K_a \end{cases} \quad (9)$$

となる．この K_1, K_2, K_3 を採用し, 図 2 のフィルタを用いる．また $p_0 \rightarrow \infty$ となることで, L_j への入力値が大きくなり, 最大躍度制約から最小躍度制約への切りかわりが瞬時に行われる．

3 2 自由度制御系の構成

前節で提案したフィルタ (F_L) を用いた 2 自由度制御系の構成方法について述べる．図 3 のような制御対象の逆モデルを利用する 2 自由度系を考える．

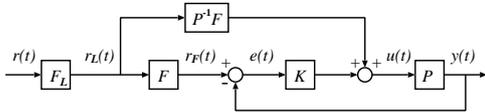


図 3 2 自由度制御系 I

通常, ステップ入力に対する理想応答を与えるフィルタ F の次数は, 制御対象 P の分母分子の次数差 (相対次数) と等しいか, それよりも大きくなる．また制御対象の逆モデルを利用するために $P^{-1}F$ の次数は, 一般に制御対象の次数と等しいか, それよりも大きくなる．このような次数の大きなフィルタは実装時の複雑さや計算量の観点からあまり好ましくない．またフィルタ F_L を通常の 2 自由度系の前に設置し, 理想応答を与えるフィルタ F の目標値への収束時間を極端に速くする方法も考えられるが, 離散化時に数値的悪条件に陥ることがあり, あまり現実的な枠組みではない．そこでフィルタ F_L の出力は $r_L(t)$ のみだけではなく, その 1 階微分,

2 階微分, 3 階微分も観測可能であるので, これらを利用することを考える．

図 2 より

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}r_L = v(t) \\ \frac{d^2}{dt^2}r_L = A_L(t) \\ \frac{d^3}{dt^3}r_L = \begin{cases} J_L(t) & |a(t)| < A_{max}, A_{min} \\ 0 & |a(t)| \geq A_{max}, A_{min} \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

となるので, これらの信号を用いることでフィルタ $F, P^{-1}F$ の次数を 3 低減できる．そして制御対象の逆モデルを包含したフィルタ $P^{-1}F$ と理想応答をフィルタ F を独立に用意するのではなく, 本研究では図 4 のような, 1 入力 2 出力のフィルタ (共通の状態変数を利用するフィルタ) を用いた 2 自由度制御系の設計方法について考える．この場合, 制御対象 P の相対次数は 4 以上あるものに適用される．

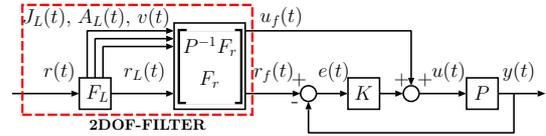


図 4 2 自由度制御系 II

制御対象 P の状態空間表現を

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (11)$$

とする．このとき P を安定化する任意の状態フィードバックゲイン G を用いて P の既約分解 $P = NM^{-1}$ は式 (12) で与えられることが知られている [6]．

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BG & B \\ G & I \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで, $F = N$ と選ぶと $M = P^{-1}N = P^{-1}F$ となる．よって, $A + BG$ の固有値を適切に選択することで F が設計でき, 同時に $P^{-1}F$ も設計できる．次に制御対象 P の次数を n とし, $m = n - 3$ 次のフィルタ F_r を設計する．ここで F_r の m 個の固有値を $p_{f1}, p_{f2}, \dots, p_{fm}$ を指定し, $A_f = A + BG$ の固有値が $p_{f1}, p_{f2}, \dots, p_{fm}, p_{d1}, p_{d2}, p_{d3}$ となるように状態フィードバックゲイン G を設計する．ただし p_{d1}, p_{d2}, p_{d3} は p_{fi} に比べて十分原点から遠い実数の負の固有値とする．ここで, $N_f = (s - p_{d1})(s - p_{d2})(s - p_{d3})N$, $M_f = (s - p_{d1})(s - p_{d2})(s - p_{d3})M$ を考える．

N_f, M_f はそれぞれ,

$$N_f = C_f(sI - A_f)^{-1}B_f \quad (13)$$

$$M_f = G_f(sI - A_f)^{-1}B_f + \hat{g}_j s^3 I + \hat{g}_a s^2 + \hat{g}_v s + D_f \quad (14)$$

となり,

$$\begin{bmatrix} M_f \\ N_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_f & B_f \\ G_f & D_f \\ C_f & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

となる. ただし,

$$\begin{aligned} C_f &= C(A_f - p_{d1})(A_f - p_{d2}) & B_f &= (A_f - p_{d3})B \\ G_f &= (A_f - p_{d1})(A_f - p_{d2}) \\ D_f &= G(A_f^2 - \alpha_1 A_f + \alpha_2)B - \alpha_3 I \\ &\quad + \hat{g}_j s^3 I + \hat{g}_a s^2 + \hat{g}_v s \\ \alpha_1 &= p_{d1} + p_{d2} + p_{d3} & \hat{g}_j &= 1 \\ \alpha_2 &= p_{d1} p_{d2} + p_{d2} p_{d3} + p_{d3} p_{d1} & \hat{g}_a &= (GB - \alpha_1) \\ \alpha_3 &= p_{d1} p_{d2} p_{d3} & \hat{g}_v &= (GA_f B - \alpha_1 GB + \alpha_2 I) \end{aligned}$$

である. ここで N_f は指令値に対する理想応答を与えるが, その定常ゲイン $N_\infty = N_f(+j\infty)$ が 1 である保証はない. そこで, $B_f, D_f, \hat{g}_j, \hat{g}_a, \hat{g}_v$ を N_∞ で割ることで理想応答を与えるフィルタの定常ゲインを 1 にすることができる. また平衡化打切り法 [6] などの低次元化手法を用いると,

$$\begin{aligned} N_r(+j\infty) &= 1 \\ \begin{bmatrix} M_r \\ N_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ G_r & D_r \\ C_r & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

が得られる. また図 4 の u_f, r_f はそれぞれ,

$$u_f = M_r r_L + g_v \frac{dr_L}{dt} + g_a \frac{d^2 r_L}{dt^2} + g_j \frac{d^3 r_L}{dt^3} \quad (17)$$

$$r_f = N_r r_L \quad (18)$$

$$g_v = \hat{g}_v / N_\infty, g_a = \hat{g}_a / N_\infty, g_j = \hat{g}_j / N_\infty$$

となる.

4 シミュレーション・実験

提案した躍度 (非対称)・加速度 (非対称) 制約を考慮した 2 自由度目標軌道生成フィルタの有効性をフレキシブルアームの数式モデル [7] を用いたシミュレーションと, フレキシブルアームを用いた実験により検証する.

4.1 フレキシブルアーム

フレキシブルアームのアーム部は薄い金属で構成されており, 振動的な応答をする. アーム先端の角度をアーム根元に搭載されているモータの回転により制御する. 出力はアーム根元の角度センサー値と, アームの歪みセンサー値の和より求められる.

図 5 は, フレキシブルアームをバネを用いて簡略化したものであり, これを基に運動方程式を求め, 数式モデルを導出し, これを基に最適レギュレータによる積分先行型追従制御コントローラを設計した.

4.2 2 自由度制御系におけるステップ入力に対する応答

図 6 はステップ信号の目標値 (点線) $r = \pi/4[\text{rad}]$ としたときのシミュレーションによるフレキシブルアームの応答 (破線) と, 実験によるフレキシブルアームの応答 (実線) であり, 1 段目は位置 $y(t)[\text{rad}]$, 2 段目は速度

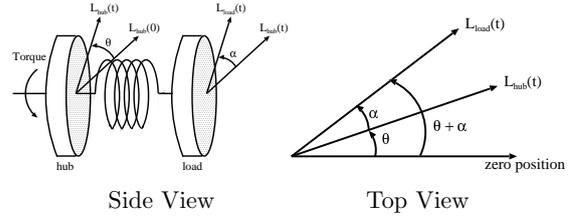


図 5 フレキシブルアーム簡略化モデル

$v(t)[\text{rad/s}]$, 3 段目は加速度 $a(t)[\text{rad/s}^2]$, 4 段目は躍度 $j(t)[\text{rad/s}^3]$ である. ここでは制約が付加されておらず, 以後この結果を基に制約条件を設定する.

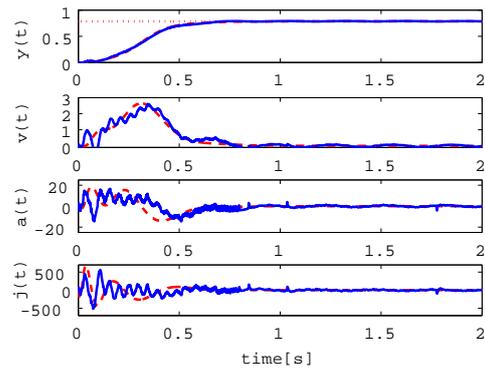


図 6 ステップ入力に対するフレキシブルアームの応答

4.3 躍度 (対称)・加速度 (対称) 制約を考慮した 2 自由度目標軌道生成フィルタ

4.3.1 シミュレーション

図 7 は, 目標値 $r = \pi/4[\text{rad}]$, $J_{max} = J_{min} = 35[\text{rad/s}^3]$, $A_{max} = A_{min} = 5.0[\text{rad/s}^2]$ としたときのフィルタの応答 (破線) と, フレキシブルアームの応答 (実線) であり, 1 段目は位置 $y(t)[\text{rad}]$, 2 段目は速度 $v(t)[\text{rad/s}]$, 3 段目は加速度 $A_L(t)[\text{rad/s}^2]$, 4 段目は躍度 $\frac{d}{dt} A_L(t)[\text{rad/s}^3]$ である. 図より躍度・加速度共に制約を満足していることがわかる. また, フレキシブルアームの応答の整定時間は $0.7645[\text{s}]$ となった.

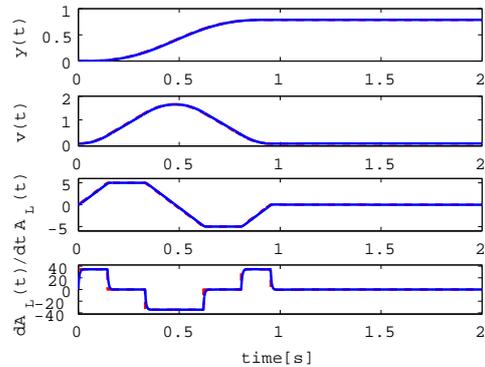


図 7 フィルタの応答とフレキシブルアームの応答

4.3.2 実験

図8は、図7のフレキシブルアームの応答(破線)と、実験によるフレキシブルアームの応答(実線)であり、1段目は位置 $y(t)$ [rad], 2段目は速度 $v(t)$ [rad/s], 3段目は加速度 $A_L(t)$ [rad/s²], 4段目は躍度 $\frac{d}{dt}A_L(t)$ [rad/s³]である。図より躍度・加速度共に制約をほぼ満足していることがわかる。

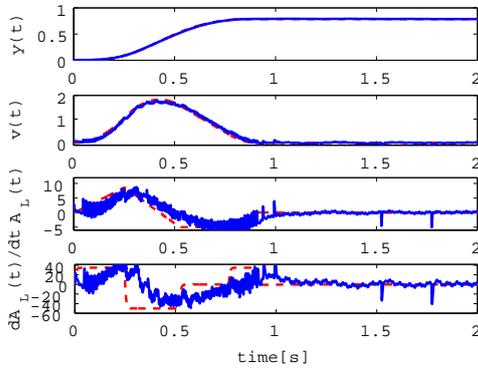


図8 フレキシブルアームの応答

4.4 躍度(非対称)・加速度(非対称)制約を考慮した2自由度目標軌道生成フィルタ

制約条件を厳しくすると目標値への収束時間が遅くなってしまふ。そこで目標値への収束時間を考慮し、始動時と停止時の振動に着目し、 J_{min} と A_{max} の値を大きくした。

4.4.1 シミュレーション

図9は、目標値 $r = \pi/4$ [rad], $J_{max} = 35$ [rad/s³], $J_{min} = 50$ [rad/s³], $A_{min} = 5.0$ [rad/s²]としたときのフィルタの応答(破線)と、フレキシブルアームの応答(実線)であり、1段目は位置 $y(t)$ [rad], 2段目は速度 $v(t)$ [rad/s], 3段目は加速度 $A_L(t)$ [rad/s²], 4段目は躍度 $\frac{d}{dt}A_L(t)$ [rad/s³]である。図より躍度・加速度共に制約を満足していることがわかる。また、シミュレーションの整定時間は0.7215[s]となった。

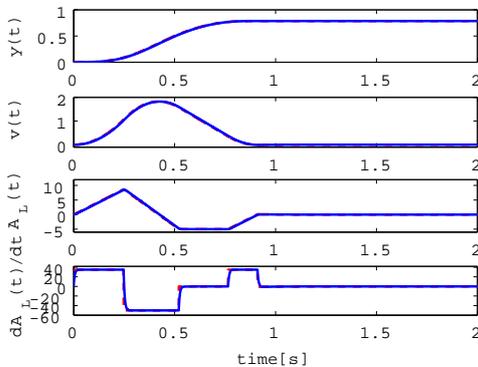


図9 フィルタの応答とフレキシブルアームの応答

4.4.2 実験

図10は、図9のフレキシブルアームの応答(破線)と、実験によるフレキシブルアームの応答(実線)であり、1段目は位置 $y(t)$ [rad], 2段目は速度 $v(t)$ [rad/s], 3段目

は加速度 $A_L(t)$ [rad/s²], 4段目は躍度 $\frac{d}{dt}A_L(t)$ [rad/s³]である。図より躍度・加速度共に制約をほぼ満足していることがわかる。

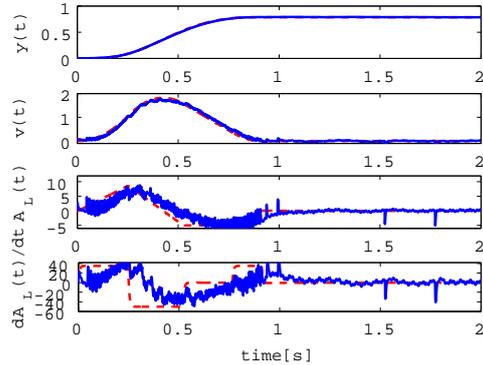


図10 フレキシブルアームの応答

4.5 考察

制約が対称の場合のシミュレーションによる整定時間は0.7645[s]となった。また、制約が非対称の場合のシミュレーションによる整定時間は0.7215[s]となった。よって制約条件を非対称にすることで、目標値への収束時間を短縮できることが示された。

5 おわりに

本研究では、安全性・設備保護・乗り心地などの観点から、2自由度目標軌道生成フィルタを提案した。このフィルタはステップ信号に対し、あらかじめ与えられた躍度・加速度・速度制約内で、迅速に誤差とオーバーシュートなく、目標値に収束する目標軌道を生成するものである。そして、シミュレーションと実験により有効性を確認した。今後の発展として、躍度・加速度・速度同時に制約を満足できる、目標軌道生成フィルタの設計があげられる。

参考文献

- [1] 小木曾, 峯村, 平田:「リファレンスガバナによる拘束システムの制御検証実験」, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.69, No.681, pp.1238-1246(2002)
- [2] 鈴木, 堀:「左既約分解に基づいたアンチwindアップ制御系の一般構造」, 計測自動制御学会論文集, Vol.38, No.1, pp.67-72(2002)
- [3] 齋藤, 井村:「入力拘束システムのモデル予測制御に対する M-行列を用いた高速解放」, 計測自動制御学会論文集, Vol.40, No.9, pp.906-914(2004)
- [4] 関, 杉本, 多田隈:「躍度最小軌道に基づくパワーアシスト車椅子の走行制御法」, 電気学会論文誌, Vol.125, No.7, pp.1133-1139(2005)
- [5] 星島, 池田:「2段階直動型搬送機のジャークを抑制する制御」, システム制御情報学会論文誌, Vol.19, No.12, pp.488-495(2006)
- [6] Kemin Zhou: "Robust and optimal control", Prentice-Hall, Inc.(1996)
- [7] 鈴木:「非線形 PID 制御によるフレキシブルアームの制振制御」, 南山大学大学院修士論文(2006)