駐車制約を考慮した配送問題の研究

M2005MM037 山路 真弘

指導教員　鈴木 敦夫

1　はじめに

2006年6月1日に改正された道路交通法により駐車違反の取り締まりが強化された．それに伴い車をサービス形態としている業者(配送，レンタカー，タクシーなど)に直接影響が及ぶことになる．現状では駐車場の需要増加に対し供給が追いついておらず，駐車場業界は急ピッチで対策を行っている．駐車場拡大はもちろんのこと短時間の駐車ならば無料にするサービスも提供されている．また，一部の配送業者は市の中心街に自転車専用配送センターを新設している．しかし今後は都市部のみの取り締まりのみならず郊外にも広がっていくので配送業界では駐車場の選択が余儀なくされるであろう．

以上の背景から本研究ではまず駐車場制約を考慮した配送計画問題を定式化する．この問題はpメディアン問題と巡回セールスマン問題の性質を兼ね備えていると考える．次に定式化したモデルに対してヒューリスティックなモデルを定義し，得られた解の比較を行う．以上で定義した2つのモデルは前者の方がよい解が得られ，後者の方は前者に近い解を得られると考える．なお，モデルの比較の際には最適化ソフトウェアEXPRESS-IVEを使用する．

次にメタヒューリスティックの代表的な解法である遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm：GA)を用いて計算機上で実装する．実装の際はヒューリスティックなモデルを採用する．そして定式化したモデルに近い解を得られることを目的とする

2　基本モデル

2.1　配送計画問題

デポと呼ばれる配送センターから複数の需要地に車両で需要量を配送するとき，総配送距離が最短となる車両経路を計画する問題である．

2.2　pメディアン問題

pメディアン問題とは施設配置問題の1つである．ネットワーク上で各需要点から最も近い施設までを結ぶ．そして結んだ線分の和，すなわち総移動距離が最小となるようなp個の施設配置を決定するモデルである．本研究では，施設の配置場所をノード上のみとして重みはすべて1として考える．

記号の定義

定数

N	ノードの添字集合
c_{ij}	ノードiからノードjまでの距離
p	施設配置数

変数

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & ノード i からノード j を通過する \\ 0 & ノード i からノード j を通過しない \end{cases}$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & ノード j を選択する \\ 0 & ノード j を選択しない \end{cases}$$

定式化

$$\begin{array}{lll} \min & \sum_{i \in N} c_{ij} x_{ij} & \\ \text{s.t.} & \sum_{j \in N} x_{ij} = 1 & \forall i \in N \\ & \sum_{j \in N} y_j = p & \\ & x_{ij} \le y_j & \forall i, j \in N \\ & x_{ij} \in \{0,1\} & \forall i, j \in N \\ & y_j \in \{0,1\} & \forall j \in N \end{array}$$

2.3　巡回セールスマン問題

巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem：TSP)とは，n個の都市の集合と各都市間の距離が与えられたとき，すべての都市を1度ずつ訪問した後，もとに戻る巡回路の内，最小の距離となる巡回路を求める問題である．TSPは代表的な組合せ最適化の問題の一つであり，NP困難であることも知られている．分枝限定法などを用いると$O(2^n)$となるため都市数が増えると爆発的に計算量が増える．そのため近似解法や発見的解法などを用いて実用時間で解けるアルゴリズムが研究されている．また本研究では対称巡回セールスマン問題として議論を進めていく．

記号の定義

V	ノードの集合
E	アークの集合
c_e	アークeの重み
$\delta(v)$	ノードvに接続するアークの集合
$\delta(S)$	ノード集合Sとそれ以外のノード集合を繋いでいるアークの集合

$$x_e = \begin{cases} 1 & アーク e を通過する \\ 0 & アーク e を通過しない \end{cases}$$

定式化

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{e \in E} c_e x_e \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{e \in \delta(v)} x_e = 2 \quad && \forall v \in V \\
& \sum_{e \in \delta(S)} x_e \geq 1 && \forall S \subset V,\ S \neq \emptyset \\
& x_e \in \{0,1\} && \forall e \in E
\end{aligned}
$$

3 駐車制約を考慮した配送問題

3.1 概要

本研究における配送問題に関する仮定は以下の通りである.

・デポから配送地に行くことはない.

・配送する車両は1台のみとする.

・配送地間の移動は考えない.

・無向グラフとして考える.

また，ここで述べる2段階モデルとはメディアンを決定し，次に巡回路を決定するヒューリスティックなモデルである.

3.2 記号の定義

定数

M	駐車場の候補(デポを含む)の添字集合
N	配送地の添字集合
c_{ij}	駐車場iから駐車場jまでの時間距離
d_{kj}	配送地kから駐車場jまでの時間距離
p	経由する駐車場の個数

変数

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{駐車場間}(i,j)(i \neq j)\text{を通過する} \\ 0 & \text{駐車場間}(i,j)(i \neq j)\text{を通過しない} \end{cases}$$

$$y_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{配送地}k\text{と駐車場}j\text{を通過する} \\ 0 & \text{配送地}k\text{と駐車場}j\text{を通過しない} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{駐車場}i\text{を経由する} \\ 0 & \text{駐車場}i\text{を経由しない} \end{cases}$$

a_i　部分巡回路排除に使う実数変数

また，各定数・変数の添字番号1はデポとする.

3.3 定式化

目的関数

$$\sum_{i \in M} \sum_{j \in M} c_{ij} x_{ij} + \sum_{k \in N} \sum_{j \in M} d_{kj} y_{kj} \rightarrow \min$$

制約条件

$$
\begin{aligned}
& \sum_{i \in M} z_i = p + 1 \\
& \sum_{j \in M} y_{kj} = 1 && \forall k \in N \\
& \sum_{i \in M} x_{ij} = z_j && \forall j \in M \\
& \sum_{j \in M} x_{ij} = z_i && \forall i \in M \\
& a_i - a_j + p \cdot x_{ij} \leq p - 1 && \forall i, j \in M \backslash \{1\} \\
& x_{ij} \leq z_j && \forall i, j \in M \\
& \sum_{k \in N} y_{k1} = 0 \\
& z_1 = 1 \\
& x_{ij} \in \{0,1\} && \forall i, j \in M \\
& y_{kj} \in \{0,1\} && \forall k \in N,\ \forall j \in M \\
& z_i \in \{0,1\} && \forall i \in M \\
& a_i \geq 0 && \forall i \in M \backslash \{1\}
\end{aligned}
$$

3.4 計算例

図1(3.3節のモデル)，図2(2段階モデル)は駐車場候補点15，需要点20，　経由する駐車場10のときの得られた経路である. 3.3節のモデルの総移動距離は479，2段階モデルでは491であった.

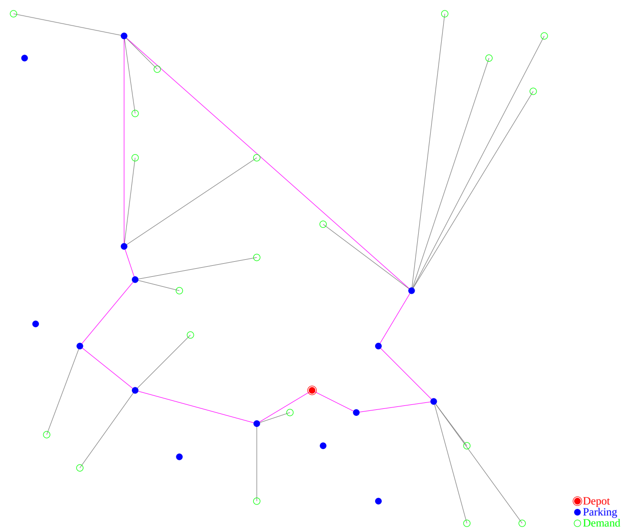

図1　3.3のモデルの計算例

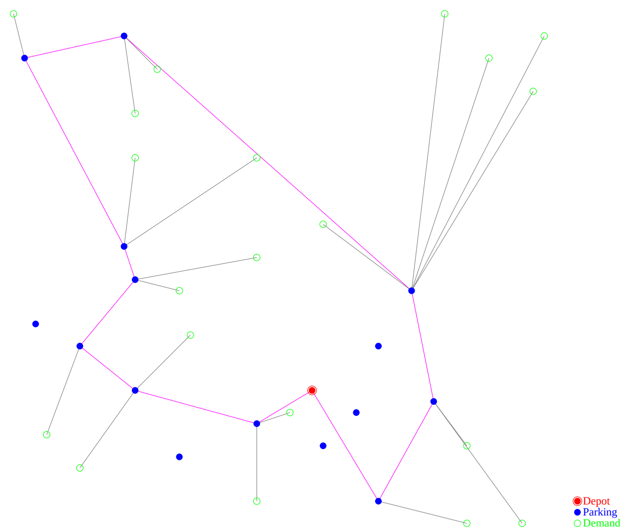

図2　2段階モデルの計算例

4　GAを用いた計算方法

4.1　GAとは

遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm:GA)とは，自然界の生物の進化課程を模倣した最適化手法である．GAの世界ではコンピュータ上に仮想的な自然界を生成し環境に対する適応度を最適化問題の目的関数に一致させ，進化の過程をシミュレーションすることによって，最適化問題を解くことが可能となる．基本的なGAの手順は図3の通りである．また，GAの操作における各役割を以下に示す．

淘汰 集団の中で環境によくなじんでいる個体を残す．

交叉 集団の中から親を選択して新たな子を生成する．

突然変異 解の多様性を保つために用いる．

4.2　pメディアン問題のGA

[1]で提案されているGAを用いる．遺伝子はメディアンの添字番号をそのまま用いる．適合度は目的関数値，集団数はパラメータとする．交叉はランダムに2つの親を選択し併合をする．その後，超過した分の遺伝子を貪欲法を用いて削除して1つの子を得る．淘汰は交叉で得られた子が集団の中の個体で最も適合していないものと置き換える．突然変異は発生させない．

4.3　巡回セールスマン問題のGA

遺伝子はpメディアンと同様に表現型を用いる．適合度は巡回路の総移動距離を使い，集団数はパラメータとする．交叉は致死遺伝子(つまり巡回路とならない)を生成しない方法を用いる．本研究では比較的収束の速い循環交叉を採用する．淘汰は適合度の高いものを順に次の世代に残していくエリート戦略とランダム選択を併用する．突然変異は2-optとスクラングルを併用する．

[循環交叉]

この交叉は親2つから子2つが作られる．ランダムに軸を1つ選択し，その軸の遺伝子はそのまま受け継ぎ，他の遺伝子は親1の遺伝子は子2へ，親2の遺伝子は子1へ受け継がれる．(図4)

[2-opt]

隣り合わない2つの枝を入れ替えて巡回路の長さが短くなれば付け替えるのを繰り返す近傍探索法である．これを応用してk-opt近傍を定義することができる．計算量は$O(n^k)$となり2-optの場合は$O(n^2)$となる．

[スクラングル]

ランダムに個体を選び，全く違う個体に置き換える．

[アルゴリズム]

設定するパラメータは集団の個体数，交叉数，反復回数，エリート戦略選択数，交叉率，突然変異率，突然変異を変化させる規定回数の7つである．

Step 1. 初期個体の生成

Step 2. 交叉率に従って交叉オペレータの実行．

Step 3. 淘汰オペレータの実行

Step 4. 突然変異率に従って突然変異の実行．
ただし，突然変異を変化させる規定回数に到達していたらランダムに選んだ2つの個体の一方には2-opt，もう一方にはスクラングルを実行する．到達していなければ2つともスクラングルを実行する．

Step 5. 規定の反復回数に到達したら現在の集団の個体で最も適合度の高いものを解とする．到達していなければ，反復回数をインクリメントし**Step2**へ．

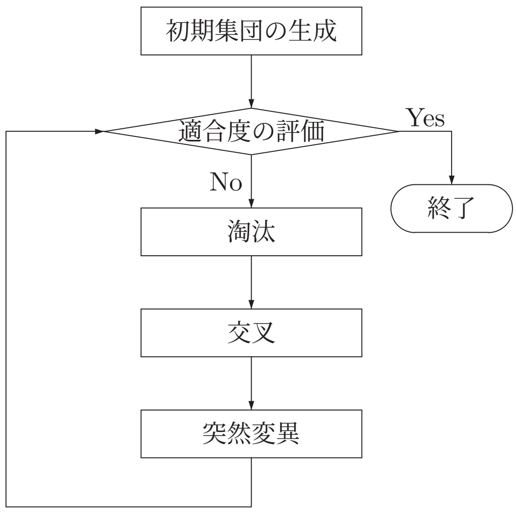

図3　GAの流れ図

親1	1	2	3	4	5
親2	2	4	5	3	1

子1			3		
子2			5		

↓

子1			3		5
子2			5	3	

↓

子1	2	4	3	1	5
子2	1	2	5	3	4

図4　循環交叉の流れ

5 考察

まず3節について考える．駐車場数，配送地数，経由する駐車場数を変化させて検証した結果，すべてにおいて3.3節のモデルの方がよい解を得た．また2段階モデルは3.3節のモデルとの誤差率はデータによってばらつきが見られた．悪いときは10〜15%の誤差があった．それ以外はおよそ5%以内の誤差に収まった．それぞれのパラメータの増減による誤差の規則的な変動はないといえる．3.3節のモデルの解と一致するパターンも多く見られた．また，選択する駐車場の個数を変化させて得られた総移動距離を比較すると凸な性質が見られた．

次に4節について考える．表1はp-MedianTestProblems[2]にあるGalvao100のデータを実行した結果である．今回作成したpメディアン問題のGAにおいてpが少ないと誤差が大きく多くなるにつれて良くなっている．これはpが少ないときに初期収束してしまっていると考えられる．巡回セールスマン問題のGAは都市数が増えるにつれパラメータに左右される部分が多く見られた．またJavaを用いて2段階モデルを解くGAのプログラムを作成した．作成したプログラムを駐車場の候補数15，配送地数50のデータに適用した．pを変化させて2段階モデルの解と比較した．その結果，誤差が生じたのは15個中3個であった．

表1　pメディアン問題のベンチマーク

p	Optimal	Best	Worst	BestError	WorstError
5	5703	5703	6062	0.00%	6.29%
10	4426	4440	4607	0.32%	4.09%
15	3893	3898	3973	0.13%	2.05%
20	3565	3566	3583	0.03%	0.50%
25	3291	3298	3303	0.21%	0.36%
30	3032	3038	3050	0.20%	0.59%
35	2784	2787	2796	0.11%	0.43%
40	2542	2544	2558	0.08%	0.63%

表2　GAを使った2段階モデルの結果

p	2段階	GA	誤差率	計算時間(sec)
1	1389	1389	-	0.072
2	1061	1061	-	0.094
3	968	987	1.96%	0.141
4	846	846	-	0.203
5	779	779	-	0.329
6	726	726	-	0.375
7	708	708	-	0.5
8	691	691	-	0.594
9	682	692	1.47%	0.594
10	680	682	0.29%	0.735
11	669	669	-	0.687
12	691	691	-	0.719
13	691	691	-	0.624
14	690	690	-	0.637
15	690	690	-	0.572

6 おわりに

本研究では，第一に駐車場制約を考慮した配送計画問題を提案した．これに対して2段階に分けて解いたものでもある程度精度が良いことが分かった．精度は不規則であり良し悪しに差も出てくることも多い．その一方で融合したものと一致する場合も多く見られるのは評価できる点である．

以上を踏まえてGAを用いた2段階モデルを適用した．pメディアン問題を解く上でpの値が小さいときは局所解に陥りやすいが大きくなるに連れて安定感が出てくる．また計算量に関しては4.2節での交叉が$O(n^3)$なので改善する必要がある．巡回セールスマン問題に関しては2-optを突然変異で併用することにより収束を早める要因となった．最後にオブジェクト指向により2段階モデルを設計しシミュレーションできるようになった．ただ，まだ精度を上げるためにどのようなパラメータ設定が良いかを吟味していないことが今後の課題の1つと言えよう．また，2段階モデルを使わずにうまく融合してGAで実現できるとさらに良いものとなるであろう．

謝辞

本研究を進めていく上で，ご多忙のなか非常に有益な助言・叱責して頂き指導して下さった南山大学大学院数理情報研究科の鈴木敦夫教授に深く感謝致します．

参考文献

[1] OSMAN ALP and ERHAN ERKUT, ZVI DREZNER：An Efficient Genetic Algorithm for the p-Median Problems, Annals of Operations Research 122, 21-42, 2003.

[2] p-Median Test Problems：http://www.bus.ualberta.ca/eerkut/testproblems/

[3] TSPLIB：http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/

[4] 山本芳嗣, 久保幹雄：巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店, 1997.

[5] 伊庭斉志：遺伝的アルゴリズムの基礎:GAの謎を解く, オーム社, 1994.