

# 油圧アクティブサスペンションの乗り心地向上 - $H_\infty$ 出力フィードバック制御 -

M2004MM033 西川 晶子

指導教員 高見 勲

## 1 はじめに

車の制御の中で前後(ピッチ)・左右(ロール)の揺れは穏やかな運転方法で小さくすることができるが、上下(バウンス)の揺れは自力ではどうすることもできないと感じたことから、乗り心地を良くするという事は上下振動を小さくすること(バウンス制御)が重要である。よって、車体の振動を積極的に打ち消すアクティブサスペンションに着目した。

近年の振動制御の手法としては、周波数整形が特徴である  $H_\infty$  制御の試みが多く行われており、有効性も示されている。なかでもアクティブサスペンションに関しては、文献 [1] で  $H_\infty$  制御が試されている。

### 1.1 目的と課題

路面からの上下変位を外乱とみなし、車体変位が 0 メートルを目標値として、安定化制御器を求める。また、コントローラ設計にあたって低減する周波数帯は、ISO 規格に基づき内臓が共振する約  $18.8 \sim 50.3 \text{ rad/s}$  ( $3 \sim 8 \text{ Hz}$ ) とする。

その手順としてまず、アクティブサスペンションの状態方程式を車及び油圧系の物理モデルから導出する。つぎに、求めた状態方程式から状態フィードバック制御系を構成し、これに加速度フィルタを付け加え、システム全体の閉ループ伝達関数を求める。そして、その周波数特性から特定の周波数に対して、ゲインを低下させていることをボード線図により確認する。

また、最適レギュレータ制御を用いた制御系では目的を達成することができたが、モデル化したものと現実モデルとでは誤差が生じる可能性が高く、実際に状態量が全て観測できないことも多い。そこで、今回は誤差が生じても性能を落とさずに安定を確保でき、観測可能な状態量から推定値を求めるオブザーバの機能を持つ  $H_\infty$  出力フィードバック制御を用いることを考える。そして、パラメータ変動時のロバスト性を確認する。

## 2 アクティブサスペンション

本研究では車体の操縦安定性ではなく、乗り心地向上を目的としているため、四輪ではなく単輪からなるモデルを制御対象としている。

### 2.1 アクティブサスペンションとは

アクティブサスペンションは、各種センサーによって走行状態を把握し、外部からエネルギーを供給し油圧によってタイヤの上下運動を電子制御でコントロールすることにより、車体の姿勢変化がほとんどない状態で走行するこ

とができるものである。概要を図 1 に示す [2]。

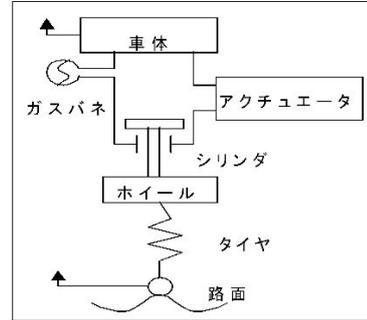


図 1 アクティブサスペンションの単輪等価モデル

## 3 制御系設計

### 3.1 モデル化

状態量を  $x$ 、外乱を  $w$ 、操作量を  $z$  とすると、状態方程式を以下のように求められる。

$$\dot{x} = Ax + B_1\omega + B_2 \quad (1)$$

$$z = C_1x + D_{12}u, y = \ddot{x}_2 \quad (2)$$

状態量  $x$ 、外乱  $\omega$ 、操作量  $u$ 、制御量ベクトル  $z$  を次のようにした。

$$x = [x_{01} \quad x_{12} \quad v_{ci} \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad q_{ci}]^T$$

$$\omega = \dot{x}_0, u = I, z = [I \quad x_{01} \quad x_{12} \quad \ddot{x}_2]^T \quad (3)$$

### 3.2 可制御性

可制御性とは、任意の目標とする状態に移すことができる操作量が、システムに存在することを言う。システムの可制御性は可制御行列のランクで判別する。可制御行列  $V_c$  は

$$V_c = [B_2 \quad AB_2 \quad A^2B_2 \quad \dots \quad A^5B_2] \quad (4)$$

で表すことができ、このランクは 6 でフルランクである。よって、この系は可制御であると言える。

### 3.3 加速度フィルタの設計

制御しやすくするために、 $3 \sim 8 \text{ Hz}$  ( $18.8 \sim 50.3 \text{ rad/s}$ ) の周波数帯でゲイン(ペナルティ)が大きい加速度フィルタを作用させる。これにより、閉ループ系において特定周波数帯のゲインを低下させることができる。フィルタは図 2 のような周波数特性を持つものを用いる。

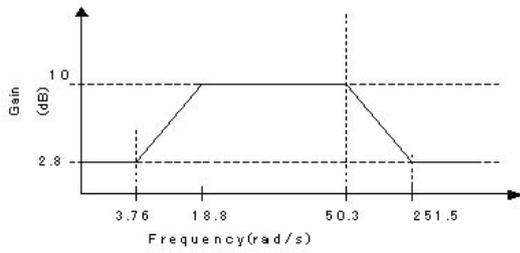


図2 フィルタの周波数特性

図2の伝達関数を求める。

$$\frac{1}{T_1} = 3.76, \frac{1}{T_2} = 18.8, \frac{1}{T_3} = 50.3, \frac{1}{T_4} = 251.5 \quad (5)$$

とおく。ただし、

$$T_1 > T_2, T_3 > T_4, T_2 T_3 = T_1 T_4 \quad (6)$$

を満たす。すると伝達関数は、

$$W(s) = \frac{1 + T_2 s}{1 + T_1 s} \cdot \frac{1 + T_4 s}{1 + T_3 s} \quad (7)$$

となる。

この時、入力 $\ddot{x}_2$ のみにしたいので、式(2)からその要素を取り出す必要がある。 $C_w = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$ とすると、 $y_w = \ddot{x}_2 = C_w y$ となる。

状態方程式は以下となる。

$$\dot{x}_w = W_A x_w + W_B y_w \quad (8)$$

$$\ddot{y}_w = W_C x_w + W_D y_w \quad (9)$$

### 3.4 $H_\infty$ 出力フィードバック制御

制御器を $u = K(s)x$ とすると、この系の $\omega$ から $z$ への閉ループ伝達関数 $\Phi(s)$ は以下となる。

$$\Phi(s) = (C_1 + D_{12}K(s))(sI - (A + B_2K(s)))^{-1}B_1 \quad (10)$$

これを伝達行列の演算を容易にするために以下の表記法が用いられることが多い。

$$\Phi(s) = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \quad (11)$$

これは、 $A + B_2K(s)$ を漸近安定にし、 $\|\Phi(s)\|_\infty < \gamma$ を満たす安定化制御器 $K(s)$ を求める問題であると言える。このとき $\gamma$ の値は1以下が良い性能を補償できる。 $K(s)$ が存在するための十分条件は、次の条件を満たす実準正定解 $P, Q$ が存在することである。

(1) リカッチ方程式

$$P(A - B_2D_{12}^T C_1) + (A - B_2D_{12}^T C_1)^T P + P\left(\frac{1}{\gamma^2}B_1B_1^T - B_2B_2^T\right)P + C_1^T(I - D_{12}D_{12}^T)C_1 = 0 \quad (12)$$

を満たし、かつ $A - B_2D_{12}^T C_1 + \left(\frac{1}{\gamma^2}B_1B_1^T - B_2B_2^T\right)P$ が漸近安定である。

(2) リカッチ方程式

$$(A - B_1D_{21}^T C_2)Q + Q(A - B_1D_{21}^T C_2)^T + Q\left(\frac{1}{\gamma^2}C_1^T C_1 - C_2^T C_2\right)Q + B_1(I - D_{21}^T D_{21})B_1^T = 0 \quad (13)$$

を満たし、かつ $A - B_1D_{21}^T C_2 + Q\left(\frac{1}{\gamma^2}C_1^T C_1 - C_2^T C_2\right)$ が漸近安定である。

(3)

$$\lambda_{\max}(PQ) < \gamma^2 \quad (14)$$

$\lambda_{\max}(PQ)$ は $PQ$ の最大固有値を表す。

### 3.5 リカッチ方程式で解くための条件

一般化プラントを求めようとする外乱 $\omega$ は $B_1$ から内部に入力されているため、ブロック線図から求めるコマンドが使えないことが分かった。そこで、状態方程式を元に求める方法を述べる。

$H_\infty$ 制御問題を解くにあたって以下の仮定を全て満たす必要がある[3]。

(A1)  $(A, B_2)$ は可安定、かつ $(C_2, A)$ は可検出である。

(A2)  $D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ で縦長列フルランク、かつ $D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$ で横長列フルランクである。

(A3)  $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ は全ての $\omega$ に対して列フルランクである。

(A4)  $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ は全ての $\omega$ に対して行フルランクである。

仮定(A1)は制御器が安定であるために必要なものである。仮定(A2)は全ての制御入力が評価されること、および全ての測定出力に外乱が入力されていることを意味する。仮定(A3)と(A4)はリカッチ方程式を解く際に、ランク落ちしないために必要なものである。

#### 3.5.1 等価変換

世の中の制御対象の多くは非線形システムであり、上記の条件を満たさないものがほとんどである。本研究のアクティブサスペンションも(A2)と(A4)を満たしていない。そのため満足する等価問題へ変換する必要がある。

• 仮定(A2)

$D_{12}$ は仮定を満たすが、 $D_{21} = 0$ で満たさない。そこで、仮想外乱 $\epsilon$ を用い[3]、 $D_{21} = \epsilon \times I_6$ とし、 $\epsilon$ は本来の仕様に大きな影響を与えないように十分に小さい値 $10e-6$ とする。ここで、式(11)と照らし合わせると、 $D_{21}$ が6行6列になったためランクを合わせる必要がある。そこで、 $B_1$ は(1,1)要素が1で残りは0の $6 \times 6$ 行列とし、 $D_{11} = [0](4 \times 6)$ とする。

• 仮定(A4)を満たすために $C_2 = I_6$ と仮定する。

式(11)の拡大系を $\hat{\Phi}(s)$ とする。

### 3.6 拡大系

制御対象だけでなく重みやフィルタを使って制御器の設計を行うために、それぞれを合わせた系を作る。これを拡大系という。

#### 3.6.1 定数重み

制御量の要素全部を抑制することを考え、定数重み

$$W_a(s) = W_{aD} = \begin{bmatrix} 1.27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix} \quad (15)$$

を用いた [1].  $W_a(s)$  の行列要素は

$$W_{aA} = 0, W_{aB} = 0, W_{aC} = 0$$

$$W_{aD} = \begin{bmatrix} 1.27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix}$$

である。

$\Phi(s)$  と式 (15) を合わせた系は

$$G(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 & \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} \\ \hat{C}_2 & \hat{D}_{21} & \hat{D}_{22} \end{bmatrix} \quad (16)$$

となり、それぞれの要素は次のように得られる。

$$\hat{A} = A, \hat{B}_1 = B_1, \hat{B}_2 = B_2, \hat{C}_1 = W_{aD}C_1$$

$$\hat{C}_2 = C_2, \hat{D}_{11} = D_{11}, \hat{D}_{12} = W_{aD}D_{12}$$

$$\hat{D}_{21} = D_{21}, \hat{D}_{22} = D_{22}$$

#### 3.6.2 加速度フィルタ

乗り心地を重視するという意味で車体加速度のみに定数重み以外に式 (7) のフィルタを作用させる。式 (7) と式 (16) を合わせた系  $\bar{G}(s)$  を作る。

$$\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_1 & \bar{B}_2 \\ \bar{C}_1 & \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} \\ \bar{C}_2 & \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

となり、状態方程式は以下となる。

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}_1\omega + \bar{B}_2u \quad (18)$$

$$\bar{z} = \bar{C}_1\bar{x}, \bar{y} = \bar{C}_2\bar{x} \quad (19)$$

## 4 ゲイン決定

抑制したいものは加速度フィルタを含む拡大系の制御出力  $\bar{z}$  であるので、 $\bar{A} + \bar{B}_2K(s)$  を漸近安定にし、 $\|\bar{G}(s)\|_\infty < \gamma$  を満たす制御器を求める。  $\gamma = 0.4688$  で、制御器  $K(s)$  は以下の状態空間表現で求めることができた。

$$\dot{\xi} = A_K\xi + B_Ky, u = C_K\xi \quad (20)$$

式 (12), 式 (13), 式 (14) を満足する  $P$  と  $Q$  が存在する時、

$$F \triangleq -(B_2^T P + D_{12}^T C_1) \quad (21)$$

$$H \triangleq -(QC_2^T + B_1^T D_{21}) \quad (22)$$

$$Z \triangleq (I - \frac{1}{\gamma^2}QP)^{-1} \quad (23)$$

とおくと、式 (20) の係数行列はそれぞれ以下のように得られた。

$$A_K = A + B_2F + \frac{1}{\gamma^2}B_1B_1^T P + ZH(C_2 + \frac{1}{\gamma^2}D_{21}B_1^T P) \quad (24)$$

$$B_K = -ZH \quad (25)$$

$$C_K = F \quad (26)$$

## 5 シミュレーションとその結果

図 3 にシミュレーションで使用するブロック線図を示す。本研究ではシミュレーションソフト“MATLAB simulink” [4] を用いた。

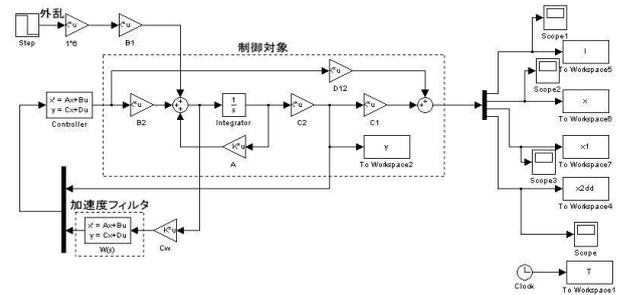


図 3 出力フィードバック制御系のブロック線図

### 5.1 外乱応答

実用性を考えてシミュレーション時間を 10 秒で行った。

時間と共に周波数が 18.8 ~ 50.3rad/s (3 ~ 8Hz) に変動する正弦波を入力。図 4 より入力直後に大きさ 0.17 ~ 0.33 に低減していることが分かる。

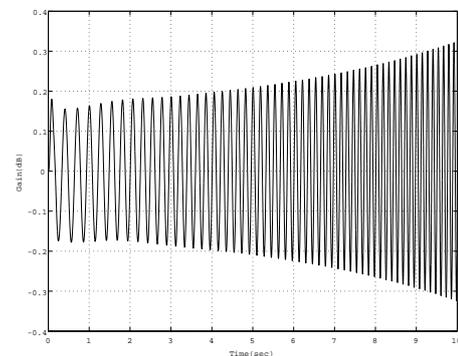


図 4 時間と共に周波数が変動する入力に対するシミュレーション

### 5.2 ボード線図比較

図 5 より特定の周波数帯域でゲイン特性が約 10dB から定数重みのみの系で約 10.3dB 減少、定数重みと加速度フィルタの系で約 10.5dB 減少していることが分かる。また、共振点付近の振動も低減されていることが分かる。

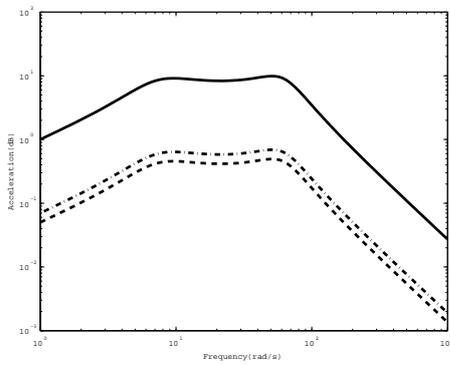


図5 実線が制御前、鎖線が定数重みのみで設計したもの、破線が定数重みと加速度フィルタを用いて設計したもの

## 6 ロバスト性の確認

制御器に対するもう一つの評価であるロバスト性について調べる。人間1人の体重を  $50\text{kg}$  から  $80\text{kg}$  に増やした場合について確認する。この時、制御器は定数重みと加速度フィルタを用いて設計した。結果をボード線図で比較する。図6より基準特性同様にゲイン特性を低減させており、その差が小さいのでロバスト性が高いといえる。

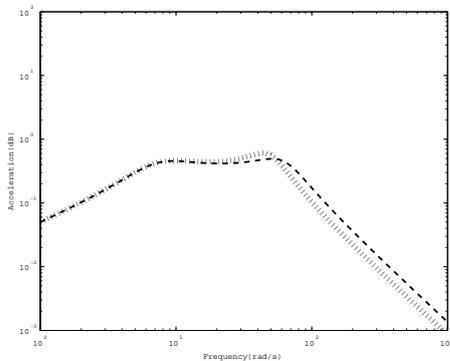


図6 破線がパラメータ変動前の基準特性、点線がパラメータ変動後の特性

## 7 最適レギュレータ制御との比較

卒業研究で検証した最適レギュレータ制御により設計したもの [5] と図5を比較する。なお、図7のy軸の値は  $10^{-40}$  などの指数を表している。

見て分かる通り、 $H_\infty$  出力フィードバック制御を用いた場合は、ほとんど零の理想的な制御が出来ていると言える。また、共振点付近もゲイン特性を低減できているので、最適レギュレータ制御よりも実用的で安定な手法であると検証できた。

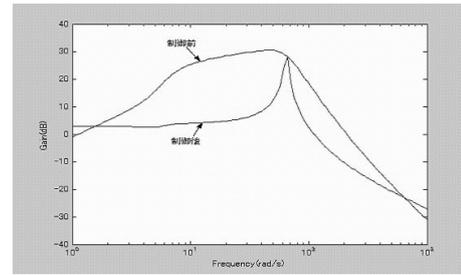


図7 最適レギュレータ制御を用いた結果

## 8 おわりに

本研究の目的は、乗心地向上のため体が最も不快に感じる周波数帯  $18.8 \sim 50.3\text{rad/s}$  ( $3 \sim 8\text{Hz}$ ) の平均車体加速度特性を抑制させることである。この手段として、この周波数帯のみゲインが高い加速度フィルタを結合させた拡大系を構築し、それに対して  $H_\infty$  制御器を設計する。

ステップ入力、正弦波入力、周波数変動型正弦波の入力に対して抑制効果があることが確認でき、ボード線図比較により周波数領域においてゲインを低下させるという本研究の目的も達成できたといえる。そして、パラメータ変動が起こった場合の安定性に対しても、今回用いた手法は有効であることが確認できた。また、最適レギュレータ制御との比較を行ったが、共振点付近の変動幅が抑制できていることから、 $H_\infty$  制御器のほうが実用的で有用性もあることが分かった。

## 参考文献

- [1] 川谷亮治, 山下勝司, 藤森一雄, 木村英紀:  $H_\infty$  制御理論に基づくアクティブサスペンションの制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.27, No.5, pp.554-561 (1991).
- [2] カヤバ工業株式会社:自動車のサスペンション, 山海堂 (1993).
- [3] 吉川恒夫, 井村純一: 現代制御理論, 昭晃堂 (1994).
- [4] MATLAB/Simulink は米国 the MathWorks 社の登録商標です。
- [5] 西川晶子: フィードバック制御による油圧アクティブサスペンションの乗り心地向上, 南山大学数理情報学部数理科学科卒業論文 (2004.3).