

サッカー W 杯アジア予選の確定的モデルによる確率的解析

2001MT094 須崎 政文

指導教員 尾崎 俊治

1 はじめに

スポーツの OR は古くより盛んに行われて来た。その研究は多岐に渡っている [1]。本論文で扱っている確定的モデルに関しては古くからよく知られている数学者である Lewis Carroll の書いた小説 "Alice's Adventures in Wonderland" の中で Wimbledon tournament がよく知られている [2]。確定的モデルを用いた場合のトーナメントで 2 番目に強いのは $\frac{2^n-1}{2^n-1}$ の確率で 2 位になれる事は既に知られている [3]。またコンピュータサイエンスの天才 Knuth のアルゴリズムの本の中でも扱われており、最も少ない手順で 2 番目に強いチームが 2 位になれるアルゴリズムを掲載している。このアルゴリズムは数の小さいものほど強いという条件で、図 1 のトーナメントのように 01 がまず Champion になる。次に図 2 のよ

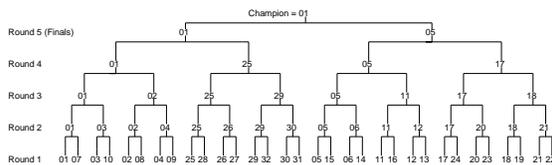


図 1 Champion を決定するトーナメント表

うに Round の小さい方から順に敗者復活戦を行い 2 位を決定する。ここでは 3 位も決定されている [4]。Lewis

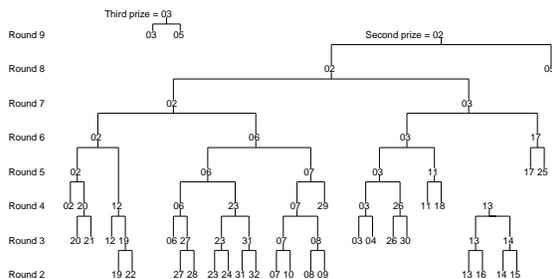


図 2 敗者復活戦のトーナメント表

Carroll はまたその他に準優勝できるのは実力何位までかという問題や逆に下位の選手は準優勝できる可能性はあるのかという問題、実力 3 位の選手が準優勝するにはどのように組合せればよいか、また実力 n 位はどうであるのかという問題、1 回戦で敗退した人は実力何位と云えるのかという問題、準優勝した人は実力何位と云えるのかという問題とさまざまな問題に対して考察をしていた [2]。

本論文ではその確定的モデルをサッカー W 杯アジア予

選に適用し強さ何位までが本大会に出場できるのか、またその確率はいくつなのか、研究する。

2 サッカー W 杯アジア予選の説明

サッカー W 杯アジア予選は、まず 32 ヶ国が 8 グループに別れて 1 次予選を行い、そこで 1 位になった 8 ヶ国が 2 次予選に進む。2 次予選では勝ち進んだ 8 ヶ国が 2 グループに別れ上位 2 ヶ国、合計 4 ヶ国が W 杯本大会に出場する。さらにプレーオフとして 2 次予選の 3 位 2 ヶ国が戦いその勝者と北中米グループ 4 位と対戦して勝利すると W 杯本大会に出場する。

本論文ではプレーオフは考慮せず、現実のアジア予選には 1 次にも 2 次にもシードがあり強さの傾向が現れて来ると考えられるがここではシードを考えず、自由な組合せであるという仮定の下に考察をしていく。

3 確定的モデルの説明

確定的モデルとはあらかじめ n チームの強弱が決まっている場合のモデルである。すなわち最も強いものは必ず他のチームに勝ち、最も弱いものは必ず負ける。

4 サッカー W 杯アジア予選に確定的モデルを適用した場合

現実でのアジア予選では home and away 方式で行われ試合で勝利した場合は勝点を 3 獲得し負けた場合は勝点はない。引き分けた場合は両者が勝点 1 を獲得する。またリーグ内での順位を決める場合に勝点の他に得失点差等の細かな規定があるがこの確定的モデルを適用する場合はそれら諸規定は無視することができる。リーグ内で最も強いものは他のチームに必ず勝つからである。

また 1 次予選に確定的モデルを適用すると 01 から 32 までの数字を割り振ることができる。2 次予選に確定的モデルを適用すると 1 から 8 までの数字を割り振ることができる。2 次予選での数字は 1 次予選を勝ち抜いた 8 チームを 1 次予選での強さの順に割り振ることができる。例をあげると 1 次予選を勝ち抜いたチームが 01, 02, 04, 06, 09, 10, 15, 17, 25 とするとこれらに順に 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 と割り振る。以上より 2 次予選での数字と 1 次予選での数字の関係を調べる。

4.1 2 次予選の 1 になれる数字を調べる

2 次予選の 1 は 1 次予選での 01 しかなることができない。

4.2 2 次予選の 2 になれる数字を調べる

2 次予選の 2 になれる数字は 01 と同じグループになった数字以外で最も小さい数字である。このとき最も小さな数字は 02 である。最も大きい数字は 01, 02, 03,

04 が同じグループになったときにその他のグループで最も小さい数字なので 05 である。以上より 2 になれる数字は 02 と 05 の間の数字, すなわち 02, 03, 04, 05 となる。

4.3 2次予選の3になれる数字を調べる

2次予選の3になれる数字は最も小さい数字は 01 と 02 が 1 と 2 になった場合なので 03 である。最も大きい数字は 2 グループに上位のチームが押し込められる場合なので 09 である。以上より 3 になれる数字は 03 と 09 の間の数字, すなわち 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09 である。

4.4 2次予選の4になれる数字を調べる

2次予選の4になれる数字は最も小さい数字は 01 と 02 と 03 が 1 と 2 と 3 になった場合なので 04 である。最も大きい数字は 3 グループに上位のチームが押し込められる場合なので 13 である。以上より 4 になれる数字は 04 と 13 の間の数字, すなわち 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13 である。

4.5 2次予選の5になれる数字を調べる

2次予選の5になれる数字は最も小さい数字は 01 と 02 と 03 と 04 が 1 と 2 と 3 と 4 になった場合なので 05 である。最も大きい数字は 4 グループに上位のチームが押し込められる場合なので 17 である。以上より 5 になれる数字は 05 と 17 の間の数字, すなわち 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 である。

4.6 2次予選の6になれる数字を調べる

2次予選の6になれる数字は最も小さい数字は 01 から 05 が 1 から 5 になった場合なので 06 である。最も大きい数字は 5 グループに上位のチームが押し込められる場合なので 21 である。以上より 6 になれる数字は 06 と 21 の間の数字, すなわち 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 である。

4.7 2次予選の7になれる数字を調べる

2次予選の7になれる数字は最も小さい数字は 01 から 06 が 1 から 6 になった場合なので 07 である。最も大きい数字は 6 グループに上位のチームが押し込められる場合なので 25 である。以上より 7 になれる数字は 07 と 25 の間の数字, すなわち 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 である。

4.8 2次予選の8になれる数字を調べる

2次予選の8になれる数字は最も小さい数字は 01 から 07 が 1 から 7 になった場合なので 08 である。最も大きい数字は 7 グループに上位のチームが押し込められる場合なので 29 である。以上より 8 になれる数字は 08 と 29 の間の数字, すなわち 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 である。

4.9 2次予選から本大会に出場できる数字を調べる

2次予選から本大会に出場できる数字を調べる。本大会に出場できる最も大きい数字は 1, 2, 3, 4 が同じグループになったときもう一方のグループは 5, 6, 7, 8 となるので 6 である。よって本大会に出場できるのは 1 から 6 までである。最終的には 1 次予選での数字で本大会

に出場できる最も大きい数字は 21 となる。

5 本大会に出場できる確率

01 は 1 で必ず本大会に出場できる。以後は減少していき 02 は $\frac{28}{31}$, 03 は $\frac{22}{31}$, 04 は $\frac{460}{899}$, 05 は $\frac{2179}{6293}$, 06 は $\frac{12592}{56637}$, 07 は $\frac{100264}{736281}$, 08 は $\frac{41936}{525915}$, 09 は $\frac{602}{13485}$, 10 は $\frac{1480}{62031}$, 11 は $\frac{3764}{310155}$, 12 は $\frac{184}{31465}$, 13 は $\frac{5758}{2171085}$, 14 は $\frac{46288}{41250615}$, 15 は $\frac{7736}{17678835}$, 16 は $\frac{9296}{60108039}$, 17 は $\frac{14533}{300540195}$, 18 は $\frac{4}{310155}$, 19 は $\frac{2}{723695}$, 20 は $\frac{4}{9408035}$, 21 は $\frac{1}{28224105}$ という確率が出て来る。以上のように 21 は少ない確率ながら本大会に出場できる可能性が示された。

6 おわりに

確定的モデルにおいて 1 位を決める事はまったく意味のないことである。すなわち 1 位になるものはつねに決まったものしかならない。本研究はあくまで比較的弱いチームでも組合せ次第では上位に入れる, アジア予選では本大会に出場できる, 事を示すための研究であることに注意されたい。本論文ではアジア予選しか解析できなかったが既に計算してある 32 チームを 8 チーム単位で 4 グループに分ける (これはトーナメントで準決勝に勝ち進むものと考えることができる) との比較を行うことが出来なかったのは残念である。

日頃からご指導頂いている尾崎俊治教授, 資料を提供して頂いた国立スポーツ科学センターの廣津信義氏, また本論文に関して大小のコメント下さった周囲の方々に厚く御礼申し上げる。

参考文献

- [1] 竹内 啓, 藤野 和建: スポーツの数理科学—もっと楽しむための数字の読み方—, 共立出版 (1988).
- [2] 細井勉: ルイス・キャロル解説, 日本評論社 (2004).
- [3] F. Mosteller: Fifty Challenging Problems in Probability with Solutions, Dover, New York (1965).
- [4] D.E. Knuth: The Art of Computer Programming, Vol.3, 2nd Edition, Addison-Wesley, Boston, (1998).