GC を利用した数学の授業構想
―図形を中心として―

2020SS066　杉本 誉
指導教員：佐々木 克巳

1　はじめに

教師の最も重要な仕事は授業であり，授業力の向上は常に努めるべきことである．本研究では，この授業力の向上として，より効果的に，生徒を引き付けることと数学的な見方を促すことに注目し，それらの ICT 教材の活用による実現を考察する．具体的には，いくつかの問題に対して，ICT 教材を用いた場合と用いない場合の授業構想を比較することにより，それぞれの場合の特徴を考察する．

本研究で扱った問題は，次の 3 つである．

・等積変形を利用した問題([1], [2])
・錯角の性質を利用した問題([3])
・関数と動点に関する問題([4])

本稿では，このうちの錯角の性質を利用した問題を扱う．2 節で，錯角の性質を利用した問題についての比較を述べる．

本研究で用いる ICT 教材は，作図ツール GC([5])である．GC とは，Geometric Constructor の略であり，愛知教育大学の飯島康之教授が開発した図形を動的に探究するためのソフトウェアである．点や直線を動かすことで起こる変化の様子を，動きとして見ることができる．また，実体はホームページであり，アクセスさえできれば，アプリをダウンロードすることなく利用できることも特徴の一つである．

2　錯角の性質を利用した問題

この節では、錯角の性質を利用した問題について，ICT 教材を用いた場合と用いない場合の授業構想を比較することにより，それぞれの特徴の考察を行う．

まず，本稿の錯角の性質は次の性質である．

性質 2.1. 2 つの直線l, mが平行ならば，l, mに交わる直線によってできる錯角は等しい．

扱う問題は，[3]で紹介された図 2.1 の 1 と 2(2)をもとにした問題で，以下の問 1，問 2，問 3 であり，これらの問の目標は，「錯角の性質を利用した問題を発展的・統合的に考察し，より一般的な結果を導く」である．

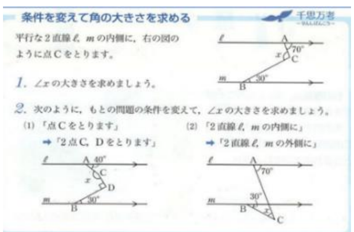


図 2.1：[3]の問題

問 1. 図 2.2 のように，図 2.1 の 1 の C を 2 つの平行線の内側の範囲で動かし，2 点 D, E をそれぞれ m 上，l 上にとる．また，a, b, x を 3 点 A, B, C のまわりの角のうち色付きの部分の角とする．このとき，x を a と b で表せ．

問 2. 図 2.3 のように，図 2.1 の 2(2)の C を 2 つの平行線の外側の範囲で動かし，2 点 D, E と，a, b, x を問 1 と同様にとる．このとき，x を a と b で表せ．

問 3. 問 1 の式と問 2 の式を 1 つにまとめて表現できないか．a, b, x で表現する必要はない．

問 1 の解．$x = a + b$

問 2 の解．$x = a - b$

問 3 の解．角度に向きを考えて，異なる 3 点 X, Y, Z からできる∠XYZ は，$-180° < ∠XYZ \leq 180°$ の範囲にあると約束すると，問 1，問 2 のどちらの場合も，∠ACB ＝ ∠CAE＋ ∠DBC と表現できる．

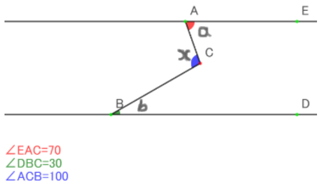
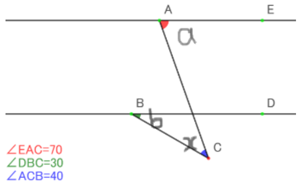


図 2.2：問 1 の図



図：2.3 問 2 の図

まず，比較・考察で得られた特徴を表 2.1 にまとめる．

表 2.1：2 つの場合の特徴

ICT を用いた場合	ICT を用いない場合
・作図の時間が省略可能 ・点を自由に動かすことができ，それに伴って変わる図形の動的な変化を確認できる ・ICT 教材による実験結果から予想を立て，それを根拠づける結果重視の進め方	・作図に時間が必要 ・複数の例を調べるのに図をかき換える必要あり，その数も限定的で動的な変化は確認できない ・実験過程で見通しを立てながら予想を立て，見通しをいかして根拠づけする過程重視の進め方

次に，表 2.1 の特徴の考察のもとになった授業構想を述べる． ICT を用いた場合も用いない場合も，各問に対して，生徒が考える活動(生徒の学習活動)の時間の後に，全体に対する教師の説明(教師の説明)の時間をとる．また，本稿では，問 3 に焦点を絞り，問 1 と問 2 の授業構想については概要のみを述べ，教師の説明では，生徒の学習活動と比べて，特徴的な部分のみを述べることにする．具体的には，以下のとおりである．

生徒の学習活動(ICT 教材を用いた場合)

問 1 は，図 2.2 の C を動かす教材を用いて，左下の値から $x = a + b$ を予想し，図 2.4 で追加された補助線を使って，その予想を根拠づける．問 2 も図 2.3 と図 2.5 の教材を用いて，$x = a - b$ を予想し，根拠づける．

問 3 は，問 1 と問 2 の解の違いは b の係数の符号のみであることから，次のヒント 1 により考えさせる．
ヒント 1. C を 2 つの平行線の内側から外側に移動したときに b はどのように変化するか．
b の値は，はじめ減少し，C が m 上にあるときに $b = 0$ となり，その後増加するが，減少から増加に変わるときに（つまり問 1 から問 2 の位置に C が移るときに）b の向きが変わることに気づかせる．そして，角度の向きを考えられるよう，異なる 3 点 X，Y，Z からできる∠XYZ は，$-180^\circ < \angle XYZ \leq 180^\circ$ の範囲にあると約束した上で，次のヒントにより考えさせる．
ヒント 2. 問 1 と問 2 の結果の式を，a，b，x を∠□□□の形に変えて表現するとどうなるか．

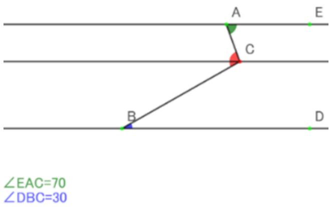


図 2.4：補助線追加

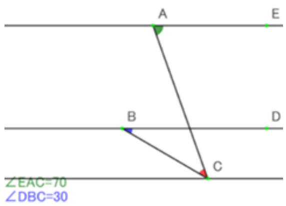


図 2.5：補助線追加

教師の説明（ICT 教材を用いた場合）
教室の前に電子的に表示した図を使って，全体に聞きながら，生徒の学習活動で誘導した流れで丁寧に説明する．ここでは，問 3 の教師の説明として，特徴的な部分を述べる．生徒の学習活動のヒント 2 にある b の変化は，図 2.6，図 2.7 のように，角の向きを示す矢印を追加して，m の上側と下側で（つまり問 1 と問 2 で）a，b，x の向きがどうなるかを強調し，a と x の向きは変わらないが，b の向きが変わることを確認させる．向きを式に反映するために，生徒の活動にある約束をする旨を伝え，ヒント 2 の結果を適宜生徒に聞くなどで次を確認する．
問 1. ∠ACB ＝ ∠CAE ＋ ∠DBC
問 2. ∠ACB ＝ ∠CAE － ∠CBD，または，∠ACB ＝ ∠CAE ＋ ∠DBC
問 2 の前者の式は，問 2 の解，$x = a - b$ に∠□□□を代入した結果であり，前者だけが上がる可能性もあるが，そのときは，これを問 1 の式と比較し，∠CBD ＝ －∠DBC を利用して，問 2 の後半の式を導いて，問 1，問 2 に共通な表現∠ACB ＝ ∠CAE ＋ ∠DBC を得ることを示す．
図 2.6 と図 2.7 では，角の向きを矢印で示していて，b の角の向きが，図 2.6 と図 2.7 で変わっていることが強調されている．一方，a と x は図 2.6 と図 2.7 では，角の向きが変わっていないことも確認できる．

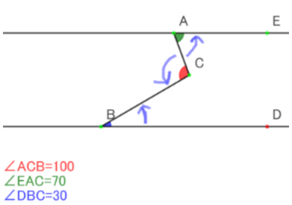


図 2.6：向きを追加した図

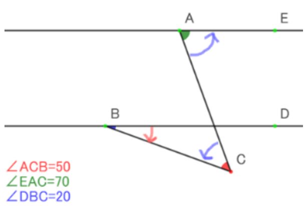


図 2.7：向きを追加した図

生徒の学習活動（ICT 教材を用いない場合）
問 1 と問 2 は，生徒がノートに作図した図や図が印刷されたプリントを用いて，具体的にいくつかの例に対し，見通しを立てながら結果を導いていく．
問 3 は，問 1 と問 2 の解の違いが b の係数の符号のみであることから，次のヒント 3 により考えさせる．
ヒント 3. 図 2.2 と図 2.3 における b の違いはなにか．
C が上側か下側かの違いなどの意見も考えられるが，そこから，b を，D から C への向きの角と捉えると，問 1 と問 2 では向きが逆であることに気づかせる．その後は，ICT 教材を用いた場合と同様である．

教師の説明（ICT 教材を用いない場合）
3 つの問は，生徒が用いた図や配布プリントの図を用いて，生徒の学習活動の流れで説明する．ヒント 3 を用いて b の変化を確認させた後は ICT 教材を用いた場合と同様である．

上で述べた 2 つの場合の授業構想を比較・考察し，表 2.1 の特徴を得たが，その詳細は以下のとおりである．
ICT 教材を用いた場合は，問の解をもとに一般化を予想し，GC 上で予想の確認をして根拠づけしている．つまり，結果重視の進め方が適切であると考察した．そして，ICT 教材を用いない場合は，問の解を求めるように見通しを立てて一般化をし，その見通しをいかして根拠づけしている．つまり，過程重視の進め方が適切であると考察した．

3 おわりに
本研究では，GC を用いて，数学の授業で ICT 活用を効果的に行うために，図形問題を中心に題材を取り上げ，ICT 教材を用いた場合と用いない場合それぞれの比較・考察を行った．そして，本研究を通して，ICT 教材のよさをいかすことのできる場面，ICT 教材を用いる必要のない場面を理解することができた．また，授業構想を考察し，比較したことで，問題を多面的・多角的に見ることができ，その問題を設定した理由や達成させようとする目標を考えることができた．本研究を通して得た知識を，生徒を引き付けることのできる授業や，数学的な見方を促すことのできる授業を構成するための手がかりとしていきたい．

参考文献
[1] 飯島康之：『ICT で変わる 数学的探求 to2030』，明治図書，東京，2021
[2] 岡本和夫 ほか 132 名：『未来へひろがる数学 2 みんなで学ぼう編』，啓林館，大阪，2023
[3] 佐々木克巳：『図形問題を発展的に考察する手法』，南山大学 2022 年度システム数理演習Ⅲ講義資料，2022
[4] 森圭示：『塾で教える高校入試数学 塾技 100』，文英堂，京都，2011
[5]『愛教大：飯島研究室(aichi-edu.ac.jp)』，http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/iijima.htm，（参照 2023-10-06）