

ドローンの飛行制御設計のための慣性モーメントの測定装置開発

2020SC013 林隼矢

指導教員：坂本登

1 はじめに

近年ドローンの技術は観光、輸送物流、軍事、研究調査など様々な場面で利用されている。ドローンは動く際に左右前後に傾くため、バランスを保つ必要がある。バランスを保つために必要なトルクを算出する際には慣性モーメント（回転のしにくさ）が利用されます [1]。現在、研究室の設備として実機のドローンを利用した慣性モーメントを測定する設備が整っていないため、シミュレーターでの理論値を利用しているが、実測値と理論値では値にずれが生じるため、実測値の測定ができる設備と方法が必要である。本研究では振り子を利用した慣性モーメントの測定方法の研究を行う。

2 慣性モーメントの計算法

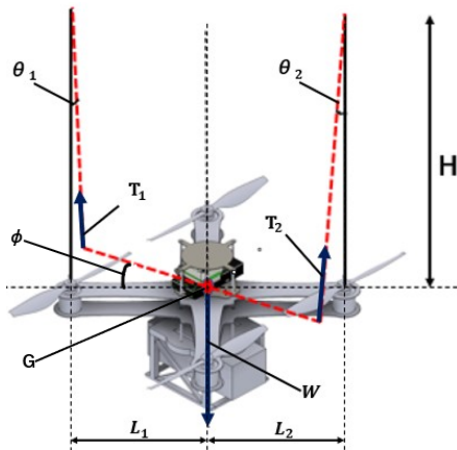


図 1: 慣性モーメント測定

2.1 慣性モーメントの測定法 [2][3][4][5]

z 軸まわりの慣性モーメント I_{zz} を以下の手順で求める。図 1 のように重心 G まわりで振動させ、周期を測定する。回転角 ϕ が非常に小さいとき復元力のモーメント N は以下のようなになる。

$$N = T_1 \sin \theta_1 * L_1 + T_2 \sin \theta_2 * L_2 \quad (1)$$

力の釣り合いより

$$T_1 \cos \theta_1 + T_2 \cos \theta_2 = W \quad (2)$$

$$T_1 \sin \theta_1 = T_2 \sin \theta_2 \quad (3)$$

ϕ は非常に小さいので

$$H \sin \theta_1 = L_1 \sin \phi \quad (4)$$

$$H \sin \theta_2 = L_2 \sin \phi \quad (5)$$

(2), (3), (4), (5) 式より

$$T_1 = W / \left\{ \left(1 - \frac{\sin^2 \phi}{H^2} L_1^2\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{L_1}{L_2} \left(1 - \frac{\sin^2 \phi}{H^2} L_1^2\right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (6)$$

$$T_2 = W / \left\{ \frac{L_2}{L_1} \left(1 - \frac{\sin^2 \phi}{H^2} L_1^2\right)^{\frac{1}{2}} + \left(1 - \frac{\sin^2 \phi}{H^2} L_1^2\right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (7)$$

(1), (6), (7) 式から、 $\cos \phi \simeq 1$, $\sin \phi \simeq \phi$, ϕ の 2 次以上の項を省略すると

$$N = L_1 L_2 \phi W / H \quad (8)$$

すると、この振り子の角運動量式の z 軸方向成分は

$$\frac{dL}{dt} = I_{zz} \frac{d^2 \phi}{dt^2} = N = L_1 L_2 \phi W / H \quad (9)$$

上式から固有振動数 ω 及び周期 τ は

$$\omega = \left(\frac{L_1 L_2 W}{I_{zz} H} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \left(\frac{I_{zz} H}{L_1 L_2 W} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

したがって、 I_{zz} は以下で求められる。

$$I_{zz} = \frac{W L_1 L_2}{4\pi^2 H} \tau^2 \quad (12)$$

2.2 質量の変化による慣性モーメントの増減関係 [2][6]

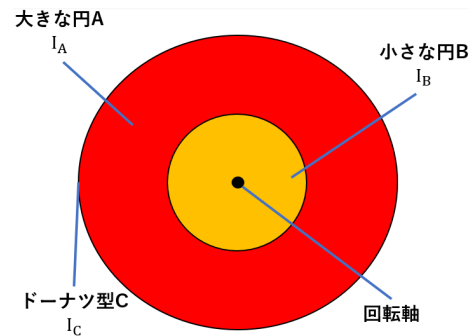


図 2: ドーナツ型の慣性モーメントの導出

物体の内部をくり抜いたり、物体の中に別の物体を入れたりする際に慣性モーメントはどのように変化しどのように計算できるのかを考える。今回はその例として、ドーナツ型の慣性モーメントの計算方法を紹介する。円 A の慣性モーメントを I_A , 円 B の慣性モーメントを I_B , 円 B が

くり抜かれたドーナツ型の慣性モーメントを I_C とする。まず、慣性モーメント I は次のように定義されている。

$$I = \int_V \rho(r)r^2 dV \quad (13)$$

よって、 I_A は以下のように表せる。

$$I_A = \int_{V_A} \rho(r)r^2 dV = \int_{V_B} \rho(r)r^2 dV + \int_{V_C} \rho(r)r^2 dV \quad (14)$$

したがって、

$$I_A = I_B + I_C \quad (15)$$

となり、求めるドーナツ型の慣性モーメント I_C は以下のようになる。

$$I_C = I_A - I_B \quad (16)$$

以上から、物体をくり抜いたり、物体の中に物を加えたりした場合の慣性モーメントの増減は加減法で計算することができる。

3 測定実験の方法

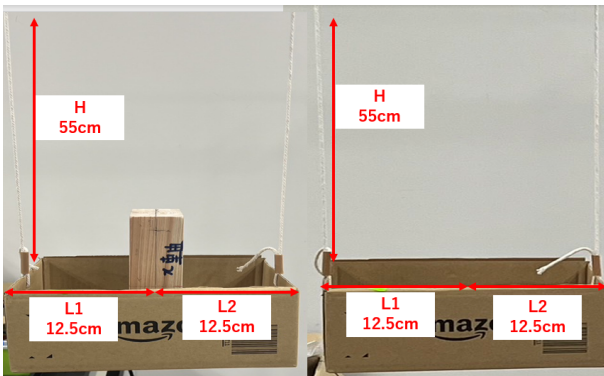


図 3: 箱と (箱+観測物) の慣性モーメント測定

3.1 実験内容と手順

1. 軸を固定するために利用する箱の慣性モーメントを測定する。2. 箱の中に物体を入れ、「箱+観測物」の慣性モーメントを測定する。3. 箱単体の慣性モーメントを「箱+観測物」の慣性モーメントから除き、観測物のみの慣性モーメントが得られたかどうかを理論値と比較し精度を確認する。

3.2 実験結果

図 3 のように箱と「箱+観測物」を吊るし、それぞれ振り子を揺らして周期を測定する。その後、得られた周期を (12) 式に代入して慣性モーメントを得ると以下のようになる。

表 1: 実験結果

	質量 M	周期 T	慣性モーメント J
箱	0.096kg	1.31933s	0.00118kgm ²
箱+観測物	0.4609kg	0.9s	0.00263kgm ²

$$\text{「箱+観測物」} - \text{「箱」} = 0.00263 - 0.00118 = 0.00145 \quad (17)$$

よって、「箱+観測物」の慣性モーメントから箱単体の慣性モーメントを引くと (17) 式から観測物単体の慣性モーメントは 0.00145kgm² であることがわかる。今回の実験で利用した観測物の理論値は 0.00152kgm² であり、誤差は 4.6% である。

4 測定結果の評価

今回の実験では振り子を利用した実験を何度も行ったが、最大誤差でも約 20% と誤差が小さく、慣性モーメントを測定する際にこの実験は参考になることがわかる。また、実験の精度を上げるためには測定する周期を 30 回～40 回測定し、さらに回転角を 10 度以下にすることが望ましく、本実験では誤差を 10% 以下に押さえることができた。

5 おわりに

本研究では慣性モーメントの測定方法について言及した。今回の実験では観測物として角材を箱に入れて慣性モーメントの測定を行ったが、本実験のように箱を利用して実験を行うことで軸を固定することができるため、角材に限らず、複雑な形状の物体の慣性モーメントを測定することができる。今後はこの方法で測定した慣性モーメントをドローンの制御に組み込むことが課題となる。

参考文献

- [1] 野波健蔵：『ドローン工学入門 モデリングから制御まで』。コロナ社，東京，2020
- [2] 金沢工業大学：『KIT 物理ナビゲーション：直方体の慣性モーメント』。2020 年 12 月 23 日-2023 年 9 月 27
- [3] 金沢工業大学：『KIT 物理ナビゲーション：単振り子：近似解』。2022 年 12 月 20 日-2023 年 9 月 27
- [4] Quan Quan (著)『Introduction to Multicopter Design and Control』 出版日：2017 年 7 月 12 日
- [5] 航空宇宙工学実験指導書名古屋大学工学部 機械・航空工学科 航空宇宙工学コース
- [6] くり抜き円盤の慣性モーメント (2024/01/24) , https://mathematical.jp/physics/steiners_rule.html