

# 標本調査の模擬実験に関する確率論的考察

2018SS070 渡辺潤哉

指導教員：小藤俊幸

## 1 はじめに

平成 29 年 3 月に告示された中学校数学科の学習指導要領 [1] において、一番の変化は統計的な内容が充実して、領域の 4 構成のうち、「資料の活用」が「データの活用」となったことである。これは、統計教育が生徒の課題発見能力、問題解決能力、批判的思考力を育成することができ、ビッグデータや人工知能 (AI) を有効活用する「Society 5.0」の時代に必要な基盤となるからであると予測できる。

本研究では、標本調査に関して、中学校数学科において数学的活動を取り入れた授業構成を検討し、考察する。

## 2 中学校数学科の統計分野の内容

ここでは、現学習指導要領 [1] において、統計の内容の構成について述べる。統計教育は「データの活用」という領域の中で取り扱いがされている。

### 2.1 「データの活用」の内容の構成

「データの活用」における内容について述べる。下線は新設の内容を示す。

#### (第 1 学年)

データの分布の傾向

- ・ヒストグラムや相対度数の必要性和意味
- 多数回の観察や多数回の試行によって得られる確率
- ・多数回の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性和意味 (←中 2)

#### (第 2 学年)

データの分布と比較

- ・四分位範囲や箱ひげ図の必要性和意味 (追加)
- ・箱ひげ図で表わすこと (追加)

場合の数を基にして得られる確率

- ・確率の必要性和意味
- ・確率を求めること

#### (第 3 学年)

標本調査

- ・標本調査の必要性和意味
- ・標本を取り出し整理すること

## 3 課題の検討

ここでは、生徒に「第 3 学年の内容を実験を通して学習させる」という目標を踏まえた上で、授業展開を考察する前に、数学的活動を取り入れるための数学的な考察を行う。

### 3.1 考察する題材

下記のテーマについて考察をする。

- ・袋の中に赤玉と白玉が計 100 個入っている。その中から

二つの方法で無作為に玉を抽出することで、赤玉の数を調べる。どちらの方法が抽出する上で妥当な方法であると言えるか。ただし、袋の中の赤玉の数は 40 個とする。

方法 1：無作為に 10 個抽出して赤玉の数を求める試行を 5 回繰り返す。

方法 2：無作為に 50 個抽出して赤玉の数を求める試行を 1 回行う。

### 3.2 結果の予想

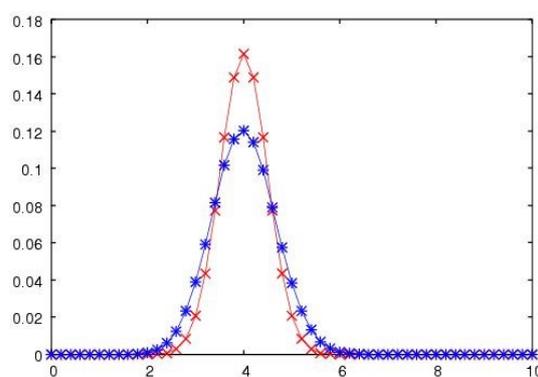
考察を行う前に、自身で結果を予想する。方法 1 は方法 2 より標本数は少ないが、無作為抽出を 5 回行うことにより、大数の法則から本来の比率である 0.4 に近づくと予想する。

### 3.3 考察方法

方法 1 では、Excel と C 言語で、方法 2 では、Excel で確率分布を計算する。その結果を図に表示して、平均に近くなるか検討をする。

### 3.4 実験結果

図は下記のようになった。予想は外れてしまい、方法 2 の方が分布が平均近くに集中し妥当な結果になるとわかった。(青線：方法 1, 赤線：方法 2)



### 3.5 考察

題意は超幾何分布に従うため  $N$  個の白玉と  $M$  個の赤玉から、 $n$  個の玉をとりだす際の幾何分布の分散 [2] は

$$\frac{M + N - n}{M + N - 1} \cdot npq$$

となる。

方法 1 の場合、 $N = 60, M = 40, n = 10$  を代入し、5 回平均の分散であるため、5 で割ると  $24/55 = 0.4363636363$  である。

また、方法 2 の場合、 $N = 60, M = 40, n = 50$  を代入し、方法 1 とスケールを合わせるために、 $1/25$  倍する

と  $8/33 = 0.24242424$  となるので、方法 2 の方が分散が小さくなり、より平均値に集まった分布となる。

## 4 授業考察

ここでは、第 3 章の考察を踏まえた上で具体的な授業の実践方法と考察について述べる。考察にあたり、実際に模擬実験を行う。

### 4.1 授業展開

具体的な授業の実践方法について述べる。また、授業時間は 50 分とする。

#### (導入)

生徒に捕獲再捕獲法を題材にして問題提起をする。

・池の中に赤色の鯉と白色の鯉が合わせて 100 匹入っている。池の中にいる赤色の鯉の数を調査したいので、池の中から鯉を無作為に何匹か選ぶことで、標本調査をする。標本として抽出する鯉の数が 10 匹と 20 匹ではどちらが妥当か。ただし、池の中の赤色の鯉の数は 40 匹とする。

#### (展開)

実際に赤玉と白玉を代用することで、数学的活動 [3] を行う。

#### 活動の手順

(i) : 班活動を取り入れて、標本の大きさを 10、20 のグループに分ける。

(ii) : 班員を抽出係、実験記録係 (個数、比率)、ヒストグラム作成の役割に分ける。

(iii) : 袋の中身をよくかきまぜ、玉を抽出する。

(iv) : 赤玉の個数を記録する。

(v) : (iii)、(iv) の手順を 5 回繰り返す。

(vi) : 結果をヒストグラムにまとめて平均を取る。

#### (まとめ)

実験結果から気付いたことを他のグループ共有して、考察する。

#### (活動から予想される生徒からの反応)

・標本の数が大きい方が調査をした際に母集団に実際に入っている玉の割合に近づく。

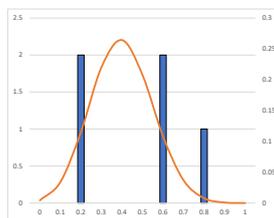
・標本の数が多いほど、ヒストグラムのばらつきが少なくなる。

### 4.2 考察方法

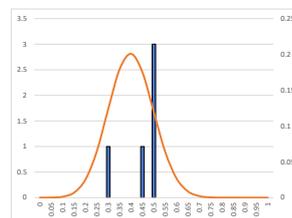
数学的活動の模擬実験を赤玉、白玉を用いて実際に行い、標本平均を求めて Excel で横軸を赤玉の個数の比率に直し、ヒストグラムを作成する。比較のために試行回数を 5 回、50 回のグラフを作成し、超幾何分布と重ね合わせて考察する。

### 4.3 模擬実験結果

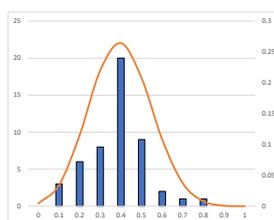
模擬実験の結果、図は下記のようになった。また、標本平均は試行回数が 5 回の場合には、標本数が 10 のとき 0.42、20 のとき 0.45 となり、試行回数が 50 回の場合には、標本数が 10 のとき 0.45、20 のとき 0.50 となった。



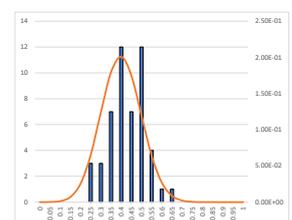
n=10(5 回)



n=20(5 回)



n=10(50 回)



n=20(50 回)

### 4.4 考察

試行回数が 5 回では、1 回試行した際の玉の数によっては今回の模擬実験の検討のように大数の法則の結果が得られないことがあり、ヒストグラムも超幾何分布に近づくことはなく、実際の授業で難しいことがわかった。

また、試行回数を 50 回行えば大数の法則の結果は変わらないが、ヒストグラムは超幾何分布に近似した結果となり、生徒に標本数の違いの変化を実感させることはできる。しかし、数学的活動の時間の制約の中では非現実的であると考える。

## 5 おわりに

本研究では、中学校数学科における統計教育を数学的活動を取り入れながら考察した。統計教育に限らず、数学教育において、何をねらいとするか、授業配分、内容のバランスを考えて、現実的な内容で行わなければいけない。したがって、ただ数学的活動を取り入れることを目的とせず、活動を行うことで何ができるようになるか、活動内容は現実的かを十分に検討しながら授業を行うべきである。

### 参考文献

- [1] 文部科学省：『中学校学習指導要領 数学編』，2017。
- [2] 鈴木義一郎：『例解標本調査論』。実教出版，1981。
- [3] 松元新一郎：『中学校数学科 統計指導を極める』。明治図書，2013。