

折り紙曲面の設計と制作

2016SS082 竹下 慧

指導教員：杉浦 洋

1 はじめに

三谷 [3] は 1 枚の紙に複雑な曲線状の折れ目を付けて非常に多様で魅力的な折り紙作品を作成している。三上の折り紙技法を理解し、作品を分析することにより、我々は 2 つの折り紙設計法「回転体の囲み折り」と「回転体の包みおり」を考案した。また、その設計法に基づき、コンピュータにより展開図と完成図を描き、オリジナルな作品を製作した。

2 直線で折り返す技法

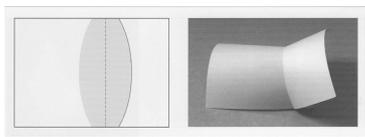


図 1 折り紙

図 1 左の展開図を縦線で谷折りし、ぴったり左右を重ねると、線対称な網掛け部同士は重なる。重なった網掛け部同士を接着する。そして、山折の曲線を折り曲げながら、上になった面 (展開図で谷折り線の左側) を持ち上げる。これが図 1 右の完成図である。山折線で繋がった 2 枚の曲面が出来上がる。これは、山折線を共通準線とした 2 枚の線織面と考えることができ、パラメタ表示すれば、折り紙のコンピュータ設計の素材となる。

3 回転体の囲み込み

図 2 は 2 節で紹介した「直線で折り返す技法」を用いた三谷 [3] の作品である。

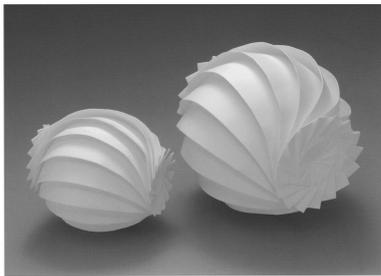


図 2 三谷の作品

この作品は円柱面で構成されていると解釈され、我々が、「回転体の囲み込み」と名付けた設計法で、コンピュータ設計できる。折り込み技法により、回転体をピッタリつつみ込む折り紙を設計する。3次元空間の xz 平面上にあるパラメタ曲線を

$$C: \mathbf{p} = \mathbf{f}(t) = (\phi(t), 0, \psi(t)) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

とする (図 3)。 C を z 軸のまわりに 1 回転してできる面を S とする。

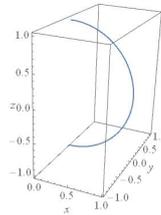


図 3 曲線 C (準線)

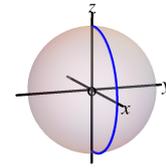


図 4 回転体 S

S に外接して囲み込む折紙を設計する。まず、基本部品 F を作る。 C を準線とし、母線ベクトルが $\mathbf{a} = (0, 1, 0)$ となる柱面

$$\hat{F}: \mathbf{p} = \mathbf{f}(t) + s\mathbf{a} \quad (0 \leq t \leq 1, -\infty < s < \infty)$$

を考える。 \hat{F} は S に外接している。 \hat{F} を z 軸を中心に θ 回転した面を $R_\theta \hat{F}$ と書く。 $R_\theta \hat{F}$ も S に外接している。自然数 $n \geq 3$ を取り、 $\tau = 2\pi/n$ とすると、 n 枚の面

$$\hat{F}, R_\tau \hat{F}, \dots, R_{(n-1)\tau} \hat{F}$$

で S を囲い込むことができる。 \hat{F} と $R_\tau \hat{F}$ の交線は

$$B: \mathbf{p} = (\phi(t), T\psi(t), \psi(t)) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

となる。ここで $T = \tan(\pi/n)$ である。したがって、部品として

$$F: \mathbf{p} = \mathbf{f}(t) + s\psi(t)\mathbf{a} \quad (0 \leq t \leq 1, -T \leq s \leq T)$$

を定義し (図 5)、それを z 軸の周りに回転してできる n 枚の部品、

$$F, R_\tau F, \dots, R_{(n-1)\tau} F$$

で S を囲うことができる。

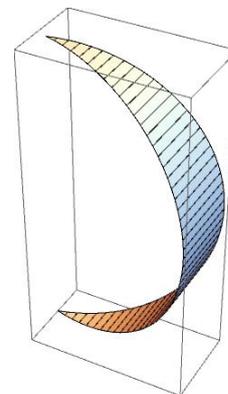


図 5 部品 F

柱面 F を xz 平面に広げたものは,

$$F' : (x, z) = (L(t), s\psi(t)) \quad (0 \leq t \leq 1, -T \leq S \leq T)$$

である。ここで

$$L(t) = \int_0^t \sqrt{\phi'(t)^2 + \psi'(t)^2} dt$$

は点 $(\phi(0), 0, \psi(0))$ から点 $(\phi(t), 0, \psi(t))$ までの C の長さである。 F' を n 枚用意し、張り合わせると、 S を包む容器が出来る。この容器を一枚の紙で折る折紙として作成するには、折り込み技法を用いる。展開図は下図 6 のようになる ($n = 4$)。

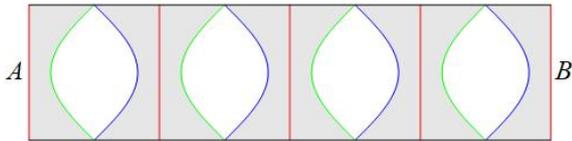


図 6 折り込み技法を用いた展開図

図 6 で、青線は山折線、赤線は谷折線、緑線は折り込みで青線と重なる線である。指示通りに折り目を入れ、両端の辺 A, B をつなぎ、灰色部分をぴったりくっつけると折紙作品の出来上がりである (図 7)。

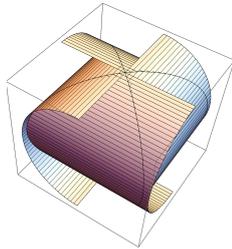


図 7 完成図

部品数 n を増やすと、形状は囲み込む回転体に近づく。図 8 は $n = 16$ とした折紙の図である。図 9 は $n = 4$ の作品である。

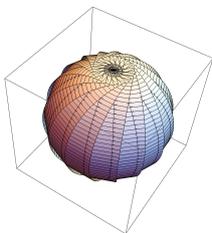


図 8 完成図 ($n = 16$)

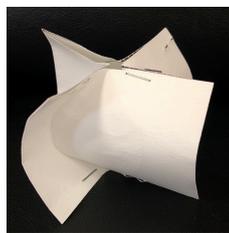


図 9 作品 ($n = 4$)

4 回転体の包み込み

囲み込みは、回転体に外接する n 枚の合同な柱面で回転体を囲み込んだ。この章で説明する包み込みは、囲み込み

に用いた柱面を作品の底となる正 n 角形に放射状に張り付けたものである。折り込み技法により、回転体をピッタリ包み込む作品に折り上げる。囲み込みの基本図形 F の上部と下部を直線で切り取ったものを、包み込みの基本図形 G とする (図 10)。囲み込みでは、基本形を平行移動で n 枚並べた。包み込みでは G の底辺を 1 辺とする正 n 角形をとる。その各辺を底辺として、回転移動で G を n 枚並べて展開図 (図 11) を作成する。図では、 $n = 8$ である。ミカンの皮をむいたような展開図になる。ここで、青線は山折、赤線は谷折、緑の線は折り込みで青線と重なる線である。



図 10 基本形 G

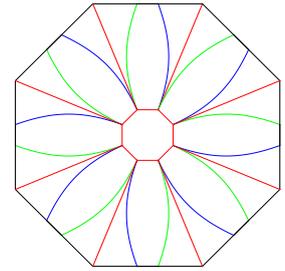


図 11 包み込み展開図

指示通りに折り目を入れ、4 章の回転体の囲み込みと同じようにして折り上げ、余った部分を折り込み技法を用いて折り込んでしまえば、折紙作品 ($n = 8$) の出来上がりである (図 12)。この展開図を紙に印刷し、実際に折った作品 ($n = 8$) を図 13 に示す。

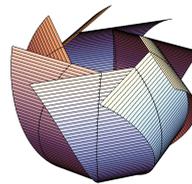


図 12 完成図 ($n = 8$)

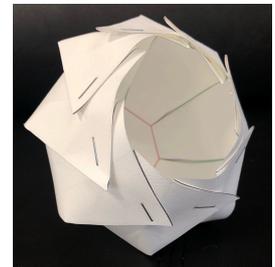


図 13 作品 ($n = 8$)

5 おわりに

三谷 [3] の折り紙技法とそれによる作品を詳しく調べた。その中から、「回転体の囲み込み」と「回転体の包み込み」という 2 つの設計法を抽出することができた。これらの設計法により、与えられた回転体の形状を持つ折り紙作品の展開図がコンピュータにより設計・作図できるようになった。

参考文献

- [1] 三谷純:「曲線折り紙デザイン-曲線で折る 7 つの技法-」, 日本評論社, 2018.