

2 輪移動ロボットの追従制御

2016SC020 細江皓介

指導教員：陳幹

1 はじめに

移動ロボットの制御はパスフォローイング制御, トラッキング制御などに分類される. 本論文では, 移動ロボットのトラッキング制御について安定性を考える際に, 安定となるべき別の関数を考慮することでコントローラを設計した.

2 移動ロボットのモデリング

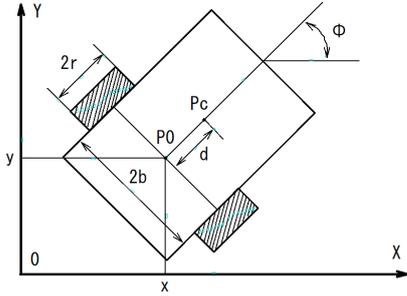


図1 移動ロボットの概略図

図1は制御対象の移動ロボットの概略図である. 移動ロボットの運動学は次のように定義される. 先行車の運動学モデルも同様に示され, 本論文では下付き文字の p は先行車に関するものである.

$$\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \phi & \frac{r}{2} \cos \phi \\ \frac{r}{2} \sin \phi & \frac{r}{2} \sin \phi \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} \quad (1)$$

表1は移動ロボットの物理パラメータである.[1]より, 移動ロボットの動力学モデルは次のように表される.

$$M\ddot{\theta} + C(\dot{\eta})\dot{\theta} + D\dot{\theta} = \tau \quad (2)$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 + I) + I_w & \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 - I) \\ \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 - I) & \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 + I) + I_w \end{bmatrix}$$

$$C(\dot{\eta}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{r^2}{2b}m_c d \dot{\phi} \\ -\frac{r^2}{2b}m_c d \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}$$

$$\theta = [\theta_r \quad \theta_l]^T, \tau = [\tau_r \quad \tau_l]^T$$

$$m = m_c + 2m_w$$

$$I = m_c d^2 + 2m_w b^2 + I_c + 2I_m$$

表1 パラメータ

2つの車輪の中心	P_0	[m]
移動ロボットの重心	P_c	[m]
$P_0 - P_c$ 間の距離	d	[m]
2つの車輪の距離	$2b$	[m]
車輪の半径	r	[m]
車体の重量	m_c	[kg]
車輪の重量	m_w	[kg]
車輪の回転角度	θ_r, θ_l	[rad]
トルク	τ_r, τ_l	[Nm]
車体の重心回りの慣性モーメント	I_c	[kgm ²]
車輪の回転軸回りの慣性モーメント	I_w	[kgm ²]
車輪の重心回りの慣性モーメント	I_m	[kgm ²]
減衰係数	d_{ii}	

3 運動学モデルの追従制御

移動ロボットのコントローラを設計するにあたり用いる追従偏差は次のように示される.

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p - x \\ y_p - y \\ \phi_p - \phi \end{bmatrix}$$

ここで, y_e について移動ロボットが平衡な状態を考え, 別の式を導入することを考える. x_e, ϕ_e の代わりに, $\bar{x}_e = x_e - c_1 \dot{y}_e$ ([2] 参照), $e = v_p \phi_e$ を用いてコントローラを設計する. リアプノフ関数は次のものを選択する.

$$V_1 = \frac{1}{2} \bar{x}_e^2 + \frac{1}{2} y_e^2 + \frac{1}{2} e^2 \quad (3)$$

次の速度入力 a_v , 姿勢角の角速度の入力 a_w について, \dot{V}_1 の $v, \dot{\phi}$ に代入したときに $\dot{V}_1 \leq 0$ となるもの考える. c_1, c_2, c_3, c_4 は正の設計パラメータである.

$$\begin{aligned} a_v &= h + c_2 \bar{x}_e \\ a_w &= \dot{\phi}_p + \frac{1}{v_p} \left(\frac{y_e \sin \phi_e}{\phi_e} + v_p \phi_e + c_3 e \right), \phi_e \neq 0 \\ (a_w &= \dot{\phi}_p + \frac{y_e}{v_p}, \phi_e = 0) (a_w = c_4 y_e, v_p = 0) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} h &= v_p \cos \phi_e - c_1 a_w y_e + c_1 a_w (x_e a_w - v_p \sin \phi_e) \\ v_p &> 0, c_1, c_2, c_3, c_4 > 0 \end{aligned}$$

a_v, a_w を \dot{V}_1 の $v, \dot{\phi}$ に代入すると, $\dot{V}_1 = -c_2 \bar{x}_e^2 - c_1 \dot{\phi}^2 y_e^2 - c_3 e^2$ となる.

車輪の角速度入力 $\dot{\theta}_{rc}, \dot{\theta}_{lc}$ は次のように速度入力 a_v , 姿勢角の角速度入力 a_w を用いて得られる.

$$\dot{\theta}_c = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{rc} \\ \dot{\theta}_{lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{b}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{b}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_v \\ a_w \end{bmatrix} \quad (5)$$

4 動力学モデルの追従制御

動力学モデルに対して、運動学モデルで得られたコントローラを適用するためには、 $\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_c$, $t \rightarrow \infty$ を満たす必要がある。ここでバックステッピング法に基づき、 $\bar{v} = v - a_v$, $\dot{\bar{\phi}} = \dot{\phi} - a_w$ を定義する。これに伴い次の z も定義する。

$$\begin{aligned} z &= \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_c = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r - \dot{\theta}_{rc} \\ \dot{\theta}_l - \dot{\theta}_{lc} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{b}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{b}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \dot{\bar{\phi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r - (\frac{1}{r}a_v + \frac{b}{r}a_w) \\ \dot{\theta}_l - (\frac{1}{r}a_v - \frac{b}{r}a_w) \end{bmatrix} \quad (6) \end{aligned}$$

次のリアプノフ関数を考える。これを用いてシステムの安定性を示すことができれば、 $\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_c$, $t \rightarrow \infty$ が保証される。

$$V_2 = \frac{1}{2}\bar{x}_e^2 + \frac{1}{2}y_e^2 + \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 \quad (7)$$

次の車輪の角加速度入力 u_a, u_b について、 \dot{V}_2 の $\ddot{\theta}_r, \ddot{\theta}_l$ に代入したとき、 $\dot{V}_2 \leq 0$ となるようなものを考える。 c_5, c_6 は正の設計パラメータである。

$$\begin{aligned} u_a &= \frac{1}{r}\dot{a}_v + \frac{b}{r}\dot{a}_w + \frac{r}{2}\ddot{x}_e + \frac{r}{2b}v_p e - c_5 z_1 \\ u_b &= \frac{1}{r}\dot{a}_v + \frac{b}{r}\dot{a}_w + \frac{r}{2}\ddot{x}_e - \frac{r}{2b}v_p e - c_6 z_2 \quad (8) \end{aligned}$$

u_a, u_b を \dot{V}_2 の $\ddot{\theta}_r, \ddot{\theta}_l$ に代入すると $\dot{V}_2 = -c_2\bar{x}_e^2 - c_1\dot{\bar{\phi}}^2 y_e^2 - c_3e^2 - c_5z_1^2 - c_6z_2^2$ となる。

トルク入力を得るために、式 (2) の動力学モデルから、 $\ddot{\theta} = u$ として次のフィードバックを導入する。

$$\tau = Mu + C(\dot{\eta})\dot{\theta} + D\dot{\theta} \quad (9)$$

[3] によって、 u に対して直接 $u = [u_a \ u_b]^T$ を代入した場合、移動ロボットの実際の追従を保証することができないと述べられている。ここで [3],[4] で提案されている $u = [u_a \ u_b]^T + K(\dot{\theta}_c - \dot{\theta})$ という仮想入力を導入する。 K は正の設計パラメータ c_7 を用いて $K = \text{diag}(c_7, c_7)$ と示される。

5 シミュレーション

物理パラメータの値は、 $b = 0.75, r = 0.15, d = 0.3, m_c = 30, m_w = 1, I_c = 15.625, I_w = 0.005, I_m = 0.0025, d_{11} = d_{22} = 0$ である。設計パラメータは $c_1 = 0.1, c_2 = 1, c_3 = 5, c_4 = 3, c_5 = 1, c_6 = 1, c_7 = 10$ である。図 2,3 は運動学モデルのコントローラのシミュレーション結果を示すものである。初期値は $(x, y, \phi) = (0, 0, \frac{\pi}{2}), (x_p, y_p, \phi_p) = (0.45, 0, \frac{\pi}{2})$ であり、先行車は $v_p = 0.7$ で Y 軸方向に直進している。図 4 は同様のセットアップでトルク入力を得た結果を示している。

6 おわりに

シミュレーション結果より、先行車が直進する場合、先行車に対し追従車はほぼ誤差を残さず追従することができている。

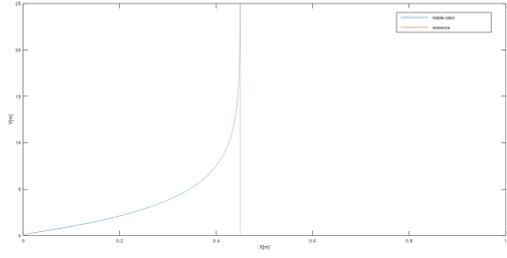


図 2 移動ロボットの座標

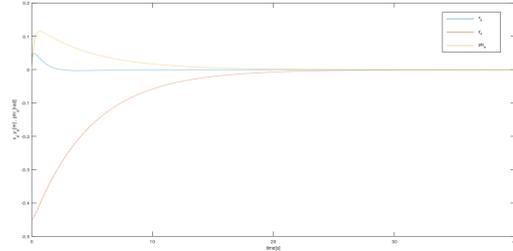


図 3 追従偏差

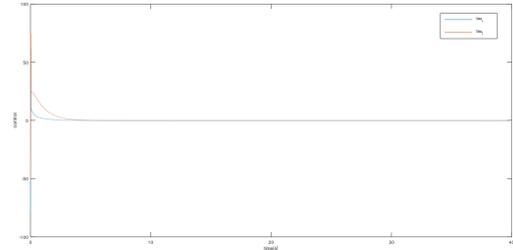


図 4 トルク入力

参考文献

- [1] K. D. Do, Z. P. Jiang, and J. Pan “Simultaneous Tracking and Stabilization of Mobile Robots: An Adaptive Approach,” IEEE TRANSACTION ON AUTOMATIC, VOL. 49, NO. 7, JULY 2004, pp1147-1152
- [2] Zhong-Ping Jiang, Henk Nijmeijer “Tracking Control of Mobile Robots: A Case Study in Backstepping,” Automatica, Vol. 33, No. 7, 1997, pp1393-1399
- [3] R. Fierro and F. L. Lewis “Control of a Nonholonomic Mobile Robot: Backstepping Kinematics into Dynamics,” Journal of Robotic Systems 14(3), 1997, pp149-163
- [4] Huiyu Wang, Takanori Fukao, and Norihiko Adachi “An Adaptive Tracking Control Approach for Nonholonomic Mobile Robot,” 1999 IFAC, 14th Triennial World Congress, Beijing, P.R. China, pp8184-8189