

嘘つきパズルにおける発言の有効利用

2015SE026 伊藤 光平

指導教員：佐々木 克巳

1 はじめに

嘘つきパズルは、発言者が正直者か嘘つきかのいずれかであることを前提として、発言内容から様々な条件を導くパズルである。このパズルは、[2]で、真理値表を用いると機械的な作業で解に到達できることが紹介されている。一方、この方法で用いる真理値表は、発言の行数が多くなると、行数が2,4,6,8,16,32,...と増えてしまう。

本研究では、発言の内容を比較することで、この行数を減らす方法について考察する。第2章では、普通に真理値表を用いた解を与え、第3章で、発言の内容から真理値表の行数を減らす工夫について述べる。

本稿で扱う問題は、[1]の第9章から抽出する。その前提条件を以下に示す。

前提条件 1.1.

(1)惑星オグには、緑色人と赤色人の2つの人種が住んでいる。また、北半球で生まれた北方人と、南半球で生まれた南方人の2つの人種に分類できる。

(2)それぞれの人種が正直者か嘘つきかは表 1.1 のとおりである。

(3)正直者はいつも本当のことをいい、嘘つきはいつも嘘をいう。

表 1.1:正直者か嘘つきか

	緑色人	赤色人
北方人	正直者	嘘つき
南方人	嘘つき	正直者

本稿では、オグの住人 X に対し、X が正直者であることを「正 X」、X が北方出身であることを「北 X」、X が緑色人種であることを「緑 X」と表すことにする。

また、2つの条件 ϕ, ψ に対し、 ϕ と ψ が同値であることを $\phi \equiv \psi$ と表す。その真理値表は表 1.2 のとおりである。

表 1.2 : $\phi \equiv \psi$ の真理値

ϕ	ψ	$\phi \equiv \psi$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

前提条件 1.1 から次の性質 1.2 がいえる。本稿の解法はこの性質に基づいている。

性質 1.2([2]). X が P と発言した \Rightarrow (正 X \equiv P)

2 真理値表を用いた解

この節では、[1]の第9章「惑星オグ」の問題について、普通に真理値表を用いた解を与える。

問題 1(要約). オークとボークという2人の住人がいる。

オーク :ボークは北方から来た。

ボーク :オークは南方から来た。

オーク :ボークは赤色だ。

ボーク :オークは緑色だ。

オーク, ボークはそれぞれ何色で、出身地はどこか?

解.オーク, ボークをそれぞれ A,B とする。性質 1.2 の同値性は次のようになる。

正 A \equiv 北 B

正 A \equiv 赤 B

正 B \equiv 南 A

正 B \equiv 緑 A

この4つの同値性の真理値表を与えると表 2.1 のようになる。

表 2.1:問題 1 の真理値表

北 A	緑 A	北 B	緑 B	正 A \equiv 北 B	正 A \equiv 赤 B	正 B \equiv 南 A	正 B \equiv 緑 A
T	T	T	T	TTT	TTT	TFF	FFT
T	T	T	F	TTT	TFF	FTF	FFT
T	T	F	T	TFF	FFT	TFF	FTF
T	T	F	F	TFF	FTF	TFF	FFT
T	F	T	T	FFT	TTT	TFF	FTF
T	F	T	F	FFT	TFF	FTF	FTF
T	F	F	T	FTF	FFT	FTF	FTF
T	F	F	F	FTF	FTF	TFF	FFT
F	T	T	T	FFT	TTT	TTT	TTT
F	T	T	F	FFT	TFF	FFT	TTT
F	T	F	T	FTF	FFT	FFT	TTT
F	T	F	F	FTF	FTF	TTT	TTT
F	F	T	T	TTT	TTT	TTT	TFF
F	F	T	F	TTT	TFF	FFT	TFF
F	F	F	T	TFF	FFT	FFT	TFF
F	F	F	F	TFF	FTF	TTT	TFF

表 2.1 では、7行目のみで2つの同値性が真となる。このことから前提条件がない場合、同値性が真とあ

るのは 1 行だと分かる．すなわち，オークが赤北人，ボークが緑南人である．

問題 2 (要約)．惑星オグでは母親が同じなら兄弟は必ず同じ色になる．しかし，出身地が同じとは限らない．2 人の兄弟アークとバークは次の発言をした．

アーク :バークと私は異なる出身地．

バーク :そのとおり．

2 人は正直者か嘘つきどちらだろうか？

解.アーク，バークをそれぞれ A,B とし，A の発言，B の発言をそれぞれ「言 A」，「言 B」とする．性質 1.2 の同値性は次のようになる．

正 A \equiv 言 A

正 B \equiv 言 A

この 2 つの同値性の真理値表を与えると表 2.2 のようになる．

表 2.2:問題 2 の真理値表

北 A	緑 A	北 B	緑 B	正 A \equiv 言 A	正 B \equiv 言 A
T	T	T	T	TFF	TTT
T	T	F	T	TTT	FFT
T	F	T	F	FTF	FTF
T	F	F	F	FFT	TFF
F	T	T	T	FFT	TFF
F	T	F	T	FTF	FTF
F	F	T	F	TTT	FFT
F	F	F	F	TFF	TTT

表 2.2 より，3,6 行目のみ 2 つの同値性が真となる．どちらの行でも 2 人とも嘘つきであり，これが求める解である．

3 発言内容から真理値表の行数を減らす方法

この節では，第 2 節の各問題で用いた真理値表の行数を，発言を有効利用することでさらに減らすための工夫について述べる．具体的には，2 つの発言内容などを比較して，そこからわかる条件によって，行数を減らすことを行う．その比較は，次の性質を用いる．

性質 3.1.

(1)住民 A が，2 つの発言「言 A1」，「言 A2」をしたとき，言 A1 \equiv 言 A2 である．

(2)住民 A が，住民 B の発言に対して，「そのとおり」と発言すると，正 A \equiv 正 B である．

証明.

(1)性質 3.1 より，正 A \equiv 言 A1，正 A \equiv 言 A2 だから，言 A1 \equiv 言 A2 を得る．

(2)B の発言を「言 B」とおく．性質 3.1 より，正 B \equiv 言 B である．A が「そのとおり」と発言すると，性質 3.1 より，正 A \equiv 言 B だから，正 A \equiv 正 B と得る．

以下，上の性質を用いた方法で，第 2 章の真理値表の行数を減らす．

問題 1 の真理値表.4 つの発言から，

正 A \equiv 北 B

正 A \equiv 赤 B

正 B \equiv 南 A

正 B \equiv 緑 A

である．性質 3.1(1)より，

北 B \equiv 赤 B

南 A \equiv 緑 A

である．この 2 条件を用いて，真理値表の行数を減らすと表 3.1 のようになる．

表 3.1:問題 1 の真理値表

北 A	緑 A	北 B	緑 B	正 A \equiv 北 B	正 A \equiv 赤 B	正 B \equiv 南 A	正 B \equiv 緑 A
T	F	T	F	FFT	TTT	FTF	FTF
T	F	F	T	FTF	FTF	FTF	FTF
F	T	T	F	FFT	TTT	FFT	TTT
F	T	F	T	FTF	FTF	FFT	TTT

問題 2 の真理値表.2 つの発言から，

正 A \equiv 言 A

正 B \equiv 言 A

である．性質 3.1(2) より，

正 A \equiv 正 B

である．この条件を用いて，第 2 章の真理値表の行数を減らすと表 3.2 のようになる．

表 3.2:問題 2 の真理値表

北 A	緑 A	北 B	緑 B	正 A \equiv 言 A	正 B \equiv 言 A
T	T	T	T	TFF	TTT
F	F	F	F	TFF	TTT
T	F	T	F	FTF	FTF
F	T	F	T	FTF	FTF

参考文献

- [1] レイモンド・スマリヤン：『スマリヤンの無限の論理パズル ゲーデルとカントールをめぐる難問奇問』，白揚社，東京，1990
- [2] 佐々木克巳：『2017 年ソフトウェア工学演習Ⅲ 講義資料』，南山大学，2017

