

Anti-lock Brake System における摩擦係数の推定

2015SC105 山口 広介

指導教員：陳 幹

1 はじめに

Anti-lock Braking System(ABS) は摩擦係数が高いスリップ率を 0.2 に維持することにより車輪のロックを防止安全を確保する．本研究ではスリップ率を 0.2 に追従させるため，時変パラメータである車体速度を考慮したリアブノフ関数に基づくゲインスケジューリング制御器の設計する．また EKF を用いて摩擦係数の推定を行うことで精度の向上を目指す．

2 モデリング

本研究で用いる ABS 実験機の簡略化したモデルを図 1 に示す．上の車輪は車両のタイヤ，下の車輪は路面を表している．上の車輪にかかるブレーキトルク τ_1 を操作することで，スリップ率 λ を目標値 0.2 に追従させる制御器を設計する．上下の車輪の角速度を ω_1, ω_2 ，上下の車輪の半径を r_1, r_2 ，バランスレバーの回転軸から車輪間の接点までの距離を L ，線分 L と車輪間の接点の法線との角度を ϕ とする．

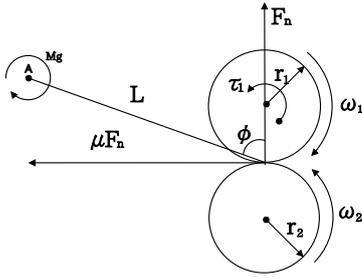


図 1 ABS 実験機の簡略図

この時，スリップ率 λ ，上下の車輪の運動方程式，垂直効力 F_n は以下ようになる．

$$\lambda = \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2} \quad (1)$$

$$J_1 \dot{\omega}_1 = F_n r_1 \mu - \tau_1 \quad (2)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 = -F_n r_2 \mu \quad (3)$$

$$F_n = \frac{\tau_g + \tau_1}{L(\sin \phi - \mu \cos \phi)} \quad (4)$$

ここで， $s(\mu)$ を次のように置く．

$$s(\mu) = \frac{\mu}{L(\sin \phi - \mu \cos \phi)} \quad (5)$$

式 (1)-(5) よりスリップ率 λ の微分は次のように表せる．

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\omega_2} \left(-\frac{\tau_g r_1^2 s(\mu)}{J_1 r_2} - \frac{\tau_g r_2 (1-\lambda) s(\mu)}{J_2} \right) + \frac{1}{\omega_2} \left(-\frac{r_1^2 s(\mu)}{J_1 r_2} - \frac{r_2 (1-\lambda) s(\mu)}{J_2} + \frac{r_1}{J_1 r_2} \right) \tau_1 \quad (6)$$

式 (6) は非線形であることから，テイラー展開を用いて平衡点 (λ^*, τ^*) の周りで線形近似 [1] をし，変形することで式 (7) が得られる．

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\omega_2} \left(\frac{c_1 s(\mu)^2 + c_2 s(\mu) + c_3}{c_4 \mu + c_5} \right) (\lambda - \lambda^*) + \frac{1}{\omega} (c_6 s(\mu) + c_7) (\tau_1 - \tau_1^*) \quad (7)$$

3 ディスクリプタ表現

本研究では出力を目標値に追従させるために拡大系の導出を行う．拡大系の状態変数 $x(t)$ ，入力 $u(t)$ をそれぞれ $x(t) = [\int (\lambda - \lambda^*) dt \quad \lambda - \lambda^*]^T$ ， $u(t) = \tau - \tau^*$ とし，ディスクリプタ変数を $x_d(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dot{\lambda} \quad u(t)]^T$ とすることでディスクリプタ表現を用いた状態方程式は次のようになる．

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u(t) \quad (8)$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & -e & b \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a = c_1 s(\mu)^2 + c_2 s(\mu) + c_3$$

$$b = (c_4 s(\mu) + c_5)(c_6 s(\mu) + c_7)$$

$$e = \omega_2 (c_4 s(\mu) + c_5)$$

しかし，式 (8) 内では変動パラメータ μ が行列 A_d 内に集約できているが，変動パラメータ μ を含む $s(\mu)$ の重積が存在するため更に拡張する．

$$A_d = A_n + B_\delta \Delta C_\delta \quad (9)$$

$$\Delta = s(\mu)$$

この時，式 (8) は次のように表すことができる，

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_n x_d(t) + B_\delta w_\delta(t) + B_d u(t) \quad (10)$$

$$w_\delta(t) = \Delta z_\delta(t)$$

$$z_\delta(t) = C_\delta x_d(t)$$

新たにディスクリプタ変数を $\tilde{x}_d(t) = [x_d(t) \quad z_\delta(t)]^T$ と置くことで式 (11) を得る．

$$\tilde{E}_d \dot{\tilde{x}}_d(t) = \tilde{A}_d \tilde{x}_d(t) + \tilde{B}_d u(t) \quad (11)$$

$$\tilde{E}_d = \begin{bmatrix} E_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_d = \begin{bmatrix} A_n & B_\delta \Delta \\ C_\delta & -I \end{bmatrix}, \tilde{B}_d = \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

4 LMI 定式化

ゲインスケジューリングコントローラを設計するために ω_2 の上下界を頂点とするパラメータボックス Θ を式 (11)

とおく．

$$\Theta = \{[\theta_1, \theta_2] : \theta_i \in \{\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i\}\} \quad (12)$$

$$\theta_1 = \omega_2, \theta_2 = \dot{\omega}_2 \quad (i = 1, 2)$$

本研究では状態フィードバックコントローラ $u(t) = K(\theta)x(t)$ を用いる． Q を状態変数に対する重み行列， R を入力に対する重みとし，評価関数 J を以下で定義する．

$$J = \int_0^\infty (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (13)$$

この評価関数 J の最小化を行う．この時リアプノフ行列 $\tilde{X}_d(\theta)$ ，変換行列 $\tilde{Y}_d(\theta)$ は以下のようになる．

$$\tilde{X}_d(\theta) = \begin{bmatrix} X_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ X_{21}(\theta) & X_{22}(\theta) & X_{23}(\theta) \\ X_{31}(\theta) & X_{32}(\theta) & X_{33}(\theta) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\tilde{Y}_d(\theta) = [Y(\theta) \ 0 \ 0] \quad (15)$$

ここで，式 (16)-(20) の制約を与えることでパラメータボックス Θ_i で端点行列として表すことができる．

$$X(\theta) = X_0 + \theta_1 X_1 \quad (16)$$

$$\tilde{X}_d(\theta) = \tilde{X}_{d0} + \theta_1 \tilde{X}_{d1} \quad (17)$$

$$Y(\theta) = Y_0 + \theta_1 Y_1 \quad (18)$$

$$\tilde{Y}_d(\theta) = \tilde{Y}_{d0} + \theta_1 \tilde{Y}_{d1} \quad (19)$$

$$[X_{31,1} \ X_{32,1} \ X_{33,1} \ X_{34,1} \ X_{35,1}] = 0 \quad (20)$$

したがって GS コントローラを求めるための LMI 条件は以下のようになる．

$$X(\Theta_i) \succ 0$$

$$\begin{bmatrix} M & \tilde{X}_d(\Theta_i)^T (Q^{\frac{1}{2}})^T & \tilde{Y}_d(\Theta_i)^T (R^{\frac{1}{2}})^T \\ Q^{\frac{1}{2}} \tilde{X}_d(\Theta_i) & -I & 0 \\ R^{\frac{1}{2}} \tilde{Y}_d(\Theta_i) & 0 & -I \end{bmatrix} \prec 0$$

$$\begin{bmatrix} Z & I \\ I & X_{11}(\Theta_i) \end{bmatrix} \succ 0$$

$$\text{trace}(Z) \prec \gamma$$

$$M = He[\tilde{A}_d(\Theta_i) \tilde{X}_d(\Theta_i) + \tilde{B}_d \tilde{Y}_d(\Theta_i)] - \tilde{E}_d \dot{\tilde{X}}_d(\Theta_i) \quad (i = 1, \dots, 4)$$

この LMI 条件を解くことで，GS コントローラ $K(\theta)$ を導出することができる．

$$\tilde{K}_d(\theta) = [Y(\theta)X(\theta)^{-1} \ 0 \ 0] \quad (21)$$

5 摩擦係数の推定

変動パラメータである摩擦係数は計測することが困難である．そのため非線形フィルタである EKF を用いて摩擦係数の推定を行う． $x(k) = [\omega_1(k) \ \omega_2(k) \ \mu(k)]$ とおく．この時，状態方程式 $f(x(k))$ ，観測方程式 $h(k)$ は以下のようになる．

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & F_n J_1^{-1} r_1 T \\ 0 & 1 & -F_n J_2^{-1} r_2 T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) - \begin{bmatrix} J_1^{-1} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$h = \frac{r_2 \omega_2(k) - r_1 \omega_1(k)}{r_2 \omega_2(k)} \quad (22)$$

したがって，ヤコビ行列 A_J, C_J は以下のようになる．[1]

$$A_J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & F_n J_1^{-1} r_1 \mu T \\ 0 & 1 & -F_n J_2^{-1} r_2 \mu T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_J = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{r_2 \omega_2} \\ \frac{r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2} \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

6 シミュレーション

$\mu = 0.17$ に設定し，参考文献 [2] の第 5 章よりシステム同定の値を用いて行ったシミュレーション結果は図 2，EKF を用いた摩擦係数 μ の推定は図 3 である．

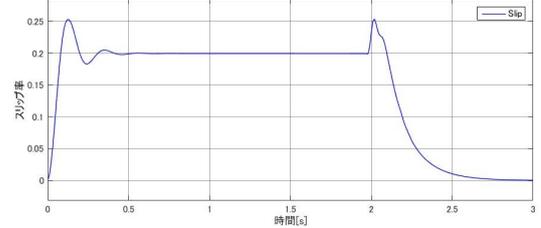


図 2 スリップ率

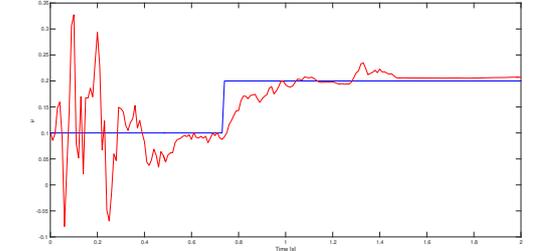


図 3 EKF を用いた μ の推定

図 2 より，スリップ率が 0.2 で安定していることが確認できた．また，図 3 より，摩擦係数 μ の推定ができていることが確認できる．

7 おわりに

予定であった EKF を用いたシミュレーション，実験まで行うことができなかった．今後の課題として，摩擦係数を推定する意義が薄くなってしまったため， μ もスケジューリングパラメータとした制御器の設計が挙げられる．

参考文献

- [1] Sun Zhen-jun, Zhu Tian-jun, Zheng Hong-yan, "Research on Road Friction Coefficient Estimation algorithm Based on Extended Kalman Filter," 2008 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, p.p.418-422, Oct. 2008.
- [2] 片岡 寛, 2010SE083, "摩擦係数の変動を考慮した ABS のゲインスケジューリング制御", 南山大学 情報理工学部 システム創成工学科, Jan. 2014.