

Super Twisting Algorithmを適用したベルト駆動のスライディングモード制御

2014SC030 河瀬 徳宏
指導教員：陳 幹

1. はじめに

制御対象であるベルト駆動は、ベルトコンベアなどの工作機械、また自動車におけるトランスミッション手法の一つである CVT などに応用されている。ベルト駆動は、ドライブプーリが回転し、そのドライブプーリが回転することによってアイドルプーリが回転する。そして、アイドルプーリの回転によってロードプーリが回転するといった仕組みを持っている。この実験機に対してロバスト性を保証するためにスライディングモード制御を用いた。スライディングモード制御は、優れたロバスト制御系を構成できることや設計選択の自由度が高く実装が比較的容易であることが大きな利点となっており様々な工業用途で使われている。本研究では、スライディングモード制御を用いて、ベルト駆動の出力ギアであるロードプーリを目標とする角度で止めることを目的とする。またスライディングモード制御によって生じるチャタリングを Twisting Algorithm(TA) や Super Twisting Algorithm(STA) を用いることで低減させる [1][2][3]。

2. モデリング

今回の制御対象のベルト駆動のモデルを図1に示す。また、ベルト駆動の物理パラメータを表1に示す [4]。

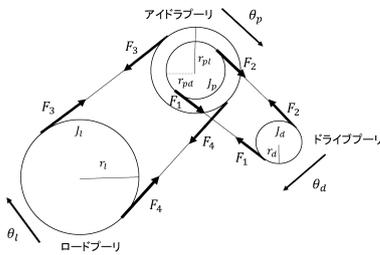


図1 ベルト駆動の概略図

表1 ベルト駆動の物理パラメータ

名称		単位
ドライブプーリの角度	θ_d	[rad]
アイドルプーリの角度	θ_p	[rad]
ロードプーリの角度	θ_l	[rad]
ドライブプーリの回転半径	r_d	[m]
ロードプーリの回転半径	r_l	[m]
ドライブプーリがアイドルプーリを回転させる半径	r_{pd}	[m]
アイドルプーリがロードプーリを回転させる半径	r_{pl}	[m]
ドライブプーリの慣性モーメント	J_d	[kgm ²]
アイドルプーリの慣性モーメント	J_p	[kgm ²]
ロードプーリの慣性モーメント	J_l	[kgm ²]
ベルトのばね定数	k_{pl}	[N/m]
ドライブプーリ粘性摩擦係数	c_d	[Ns/rad]
ロードプーリの粘性摩擦係数	c_l	[Ns/rad]
入力トルク	τ	[Nm]

図1より、 F_1, F_2 はドライブプーリとアイドルプーリの間で働く二つの力、 F_3, F_4 はアイドルプーリとロードプーリの間で働く二つの力である。今回はロードプーリとドライブプーリの運動方程式を用いることでアイドルプーリの運動方程式を消去し、モデリングを行った。最終的に、次の二式を導出することができる。($K \triangleq 2k_{pl}r_l^2$, $J_d^* \triangleq J_d + g_r^{-2}J_p$, $g_r' = \frac{r_l}{r_{pl}} \frac{r_{pd}}{r_d}$ とする.)

$$\begin{aligned} \tau &= J_d^* \ddot{\theta}_d + c_d \dot{\theta}_d + g_r'^{-2} K \theta_d - g_r'^{-1} K \theta_l \\ 0 &= J_l \ddot{\theta}_l + c_l \dot{\theta}_l + K \theta_l - g_r'^{-1} K \theta_d \end{aligned} \quad (1)$$

3. 状態空間表現

本研究ではロードプーリの角度を目標値とし、その角度に追従させる制御をスライディングモード制御で行うため、拡大系のサーボシステムを設計する。

目標値を r , 制御量 θ_l との差の積分値を z として状態変数を

$$x(t) = [z \quad \theta_l \quad \theta_d \quad \dot{\theta}_l \quad \dot{\theta}_d]^T, \quad u(t) = \tau \quad (2)$$

とおくと、本研究のシステムは

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_e x(t) + B_e u(t) + Q_p r \\ y(t) = C_e x(t) \end{cases} \quad (3)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k}{J_l} & \frac{k g_r'^{-1}}{J_l} & -\frac{c_l}{J_l} & 0 \\ 0 & \frac{k g_r'^{-1}}{J_d^*} & -\frac{k g_r'^{-2}}{J_d^*} & 0 & -\frac{c_d}{J_d^*} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_d^*} \end{bmatrix}, \quad C_e = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad Q_p = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (5)$$

式(3), 式(4), 式(5) とできる。

4. スライディングモード制御

ここでスライディングモード制御のシステムは、

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_e x(t) + B_e u(t) + Q_p r \\ \sigma = S x(t) \end{cases} \quad (6)$$

のように表現できる。ここで、 σ は切換面でありベクトル関数である [1]。

4.1. 切換超平面の設計

位相空間内に切換超平面を設計することで、この平面上に意図的に状態を拘束し安定化させることができる [1]。以下のシステムに対しての設計を行った。

$$\begin{cases} \dot{x} = A_e x + B_e u + Q_p r \\ \sigma = Sx \end{cases} \quad (7)$$

式 (7) のシステムに対して、最適な切換超平面を求めるために評価関数を最小にすればよい。そのため、任意の $Q > 0$ を与えて、

$$A_e = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, x = T^{-1} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

として、以下のリッカチ方程式

$$PA_{11}^* + A_{11}^* TP - PA_{12} Q_{22}^{-1} A_{12}^T P + Q_{11}^* = 0 \quad (9)$$

を解いて P を導出できる。 $(Q_{11}^* = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T, A_{11}^* = A_{11} - A_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^T)$ とする。これより、

$$\sigma = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} x \quad (10)$$

であり、

$$S = [A_{12}^T P + Q_{12}^T, Q_{22}] \quad (11)$$

としてスライディングモード制御の制御設計を行えば、評価関数を最小にする制御系を構成することができる [1]。

4.2. 最終スライディングモード制御法

本研究で用いる最終スライディングモード制御入力は等価制御入力 $u_l = -(SB_e)^{-1}(SA_e x + SQ_p r)$ と非線形制御入力 $u_{nl} = -K(SB_e)^{-1} \frac{\sigma}{|\sigma|}$ で構成されている。すると、最終スライディングモード制御法の制御入力 u は

$$u = u_l + u_{nl} = -(SB_e)^{-1}(SA_e x + SQ_p r) - K(SB_e)^{-1} \frac{\sigma}{|\sigma|} \quad (12)$$

となる [1]。

5. Twisting Algorithm の実装

TA は High Order Sliding Mode の一種であり、チャタリングと呼ばれる高周波振動を低減させるのに有効なアルゴリズムといわれている。今回のシステムの制御入力 u に適用すると

$$u = -(SB_e)^{-1}(SA_e x + SQ_p r) - (SB_e)^{-1}(M_1 \text{sign}(\dot{\sigma}) + M_2 \text{sign}(\sigma)) \quad (13)$$

のコントローラを設計することができる [3]。パラメータ M_1, M_2 を $M_1 = 0.2, M_2 = 0.5$ として設計した。

6. Super Twisting Algorithm の実装

STA は TA と同様にチャタリングを低減させるのに有効なアルゴリズムである。TA と同様に今回のシステムの制御入力 u に適用すると

$$u = -(SB_e)^{-1}(SA_e x_e + SQ_p r) - (SB_e)^{-1}(M_3 \sqrt{|\phi_3|} \text{sign}(\phi_3) + \int_0^t M_4 \text{sign}(\phi_3) d\gamma) \quad (14)$$

$$\phi_3 = x_{s4} + M_5 \{ (|x_{s1}|^{12} + |x_{s2}|^{15} + |x_{s3}|^{20})^{\frac{1}{30}} \text{sign}(l_1) \} \quad (15)$$

$$l_1 = x_{s3} + M_3 (|x_{s1}|^{12} + |x_{s2}|^{15})^{\frac{1}{20}} \text{sign}(x_{s2} + M_6 |x_1|^{\frac{4}{5}} \text{sign}(x_{s1})) \quad (16)$$

のコントローラを設計することができる [2]。 $x_{s1}, x_{s2}, x_{s3}, x_{s4}, x_{s5}$ はそれぞれ状態変数である。しかし、本研究では実装までは行えなかった。

7. シミュレーション

ロードプーリの角度の目標値を π [rad] に設定し、スライディングモード制御 (SMC), TA のシミュレーションを行った。それぞれの入力を図 2、ロードプーリの角度の振る舞いを図 3 に示す。

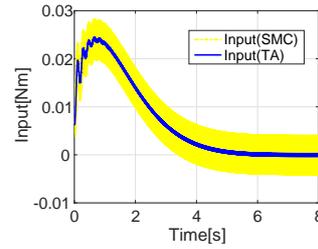


図 2 入力

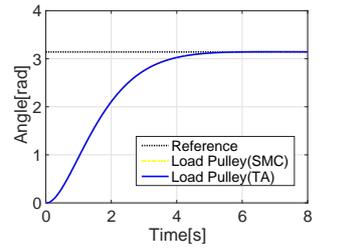


図 3 ロードプーリの角度

8. おわりに

シミュレーション結果よりロードプーリを目標値 π に追従させることができた。また、TA を適用することでチャタリング現象の低減をすることができた。

参考文献

- [1] 共著:野波 健蔵、田 宏奇, スライディングモード制御 -非線形ロバスト制御の設計理論-, 発行所: 株式会社 コロナ社, 1994年10月初版第1刷発行
- [2] Shyam Kamel, Asif Chalanga, J.A. Moreno, L.Fridman B.Bandyopadhyay, "Higher Order Super-Twisting Algorithm ", 13th IEEE Workshop on Variable Structure Systems, VSS'14, June 29-July 2, Nantes, France, 2014
- [3] Udayan B.Kamble, Jayalakshmi O.Chandle, V.S.Lahire and R.D.Langde, "Second Order Twisting Sliding Mode Control of Multi-agent Network with Input Disturbance", Electrical Engineering Department, VJTI, University of Mumbai, 4th International Conference on Computing Communications and Networking Technologies, Tiruchengode, India, June 4-6, 2013
- [4] M2014SC003, Masatsugu Hibino, H control of Industrial Emulator with backlash, Nanzan University, Department of Mechatronics, supervisor Isao Takami, Master Thesis, 2016