ポアソン過程に基づく近年の日本における地震頻度の統計解析

2014SS094 安田奈紗

指導教員：白石高章

1 はじめに

日本は数ある国の中でも地震が頻繁に起きている国である．地震は時として甚大な被害をもたらすことがある．本研究では日本の地震の特徴を見出し，さらに 2016 年に発生した熊本地震に焦点を当て，地震の回数がポアソン分布に従うことを利用して，熊本地震発生前後の回数の違いを検証した．

2 日本の地震の特徴

2.1 データについて

本研究では「国土交通省　気象庁」のサイト (参考文献 [1]) より地震のデータを収集した．

データの詳細としてははじめに 1990 年から 2017 年までの震度 5 弱以上・マグニチュード 6.0 以上の地震と，震度 5 弱以上・マグニチュード 6.0 未満の地震のデータを収集した．

次に震度 5 弱以上・マグニチュード 6.0 以上の地震について年代・都道府県別にし，10 年ごとに特徴を挙げた．

2.2 分析結果

1990 年代は震度 5 弱以上・マグニチュード 6.0 以上の地震が発生している都道府県が少ない．2000 年に入ると地震の発生頻度自体が増えていることがわかる．2010 年からはほとんどの都道府県で震度 5 弱以上・マグニチュード 6.0 以上の地震を観測するのが当たり前になっている．
全体を通して言えることは，東海地方はどの年代でも震度 5 弱以上・マグニチュード 6.0 以上の地震を観測しておらず大地震の余震さえもあまり観測していないということだ．

3 熊本地震

3.1 熊本地震概要

熊本地震は，2016 年 4 月 14 日と 4 月 16 日に起きた 2 つの地震のことをいう．　詳細は本論に掲載している．

3.2 データの収集

観測データとして気象庁のサイトから 2015 年 10 月 1 日から 2016 年 9 月 30 日までに日本で発生した地震のマグニチュードデータ（マグニチュード 4.0 以上）を収集し，以下の表 1 に示す．

4　地震のデータ解析

4.1 データ解析 (1)

$i = 1, 2, 3$ に対して，第 i 群の第 j 日目に起きたマグニチュード 4.0 以上の地震の回数を X_{ij} とする．このとき X_{ij} はポアソン分布に従い，

表 1　マグニチュード観測回数

期間＼M	M4	M5	M6	M7	M8	M9
2015.10.1〜10.31	15	12	1	0	0	0
2015.11.1〜11.30	29	24	3	1	0	0
2015.12.1〜12.31	25	4	1	0	0	0
2016. 1.1〜 1.31	23	10	4	2	0	0
2016. 2.1〜 2.28	18	9	3	0	0	0
2016. 3.1〜 3.31	11	16	0	0	0	0
2016. 4.1〜 4.30	79	41	8	3	0	0
2016. 5.1〜 5.31	31	22	7	1	0	0
2016. 6.1〜 6.30	9	18	3	0	0	0
2016. 7.1〜 7.31	17	25	1	0	1	0
2016. 8.1〜 8.31	18	15	7	0	0	0
2016. 9.1〜 9.30	10	18	2	2	0	0

$$P(X_{ij} = x) = \frac{(\mu_i)}{x!} e^{-\mu_i}, \quad E(X_{ij}) = \mu_i$$

である．

$$W_i \equiv X_{i1} + \cdots + X_{in_i}$$

$$G_i \equiv \left\{ \frac{\chi^2_{2W_i}(\{1 + (1-\alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2)}{2n_i} < \mu_i < \frac{\chi^2_{2W_i+1}(\{1 - (1-\alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2)}{2n_i} \right\} \quad (i = 1, 2, 3)$$

とする．このとき，参考文献 [2] より，(条件 1)$e^{-n_i\mu_i} \leqq \{1 - (1-\alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 \quad (i = 1, 2, 3)$ の下で G_1, G_2, G_3 は，

$$P(\mu_1 \in G_1, \mu_2 \in G_2, \mu_3 \in G_3) \geqq 1 - \alpha$$

を満たし，G_1, G_2, G_3 は μ_1, μ_2, μ_3 に関する信頼区間 $1 - \alpha$ の同時信頼区間である．この区間が交わらなければ μ_1, μ_2, μ_3 が異なると判定する．ただし，χ^2_n は自由度 n のカイ二乗分布を表す．

4.1.1 マグニチュード 4.0 以上 ($\alpha = 0.05$)

マグニチュード 4.0 以上の地震について $\alpha = 0.05$ にして解析を行う．2015 年 10 月，11 月と熊本地震が発生した 2016 年 4 月と熊本地震発生から 1 年後の 2017 年 4 月の 3 つの期間に日本で発生したマグニチュード 4.0 以上の地震の回数を以下の表に示す．

表 2　マグニチュード 4.0 以上のデータ

群	期間	日数	回数
1	2015 年 10 月 1 日から 11 月 30 日	61	85
2	2016 年 4 月 1 日 から 4 月 30 日	30	131
3	2017 年 4 月 1 日 から 4 月 30 日	30	29

$$n_1 = 61, n_2 = 30, n_3 = 30, W_1 = 85, W_2 = 131, W_3 = 29$$

を当てはめる.

$$\{1+(1-\alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 = 0.9915$$
$$\{1-(1-\alpha)^{\frac{1}{3}}\}/2 = 0.0085$$

$$n_1\hat{\mu}_1 = 85, n_2\hat{\mu}_2 = 131, n_3\hat{\mu}_3 = 29$$

であるので,
$max\{e^{-n_1\hat{\mu}_1}, e^{-n_2\hat{\mu}_2}, e^{-n_3\hat{\mu}_3}\} = 2.54367E-13 < 0.0085$
となり, 信頼区間を与える (条件 1) が満たされる.

$$\begin{array}{ll} 2W_1 = 170 & 2(W_1+1) = 172 \\ 2W_2 = 262 & 2(W_2+1) = 264 \\ 2W_3 = 58 & 2(W_3+1) = 60 \end{array}$$

をそれぞれ当てはめて, Excel によりカイ二乗分布の上側 $100\alpha\%$ 点を求めると,

$$\begin{array}{ll} \chi^2_{170}(0.9915) = 129.14 & \chi^2_{172}(0.0085) = 219.38 \\ \chi^2_{262}(0.9915) = 210.51 & \chi^2_{264}(0.0085) = 321.96 \\ \chi^2_{58}(0.9915) = 35.45 & \chi^2_{60}(0.0085) = 89.24 \end{array}$$

を得る.
$n_1 = 61, n_2 = 30, n_3 = 30$ より, 信頼係数 0.95 の同時信頼区間は,
$1.06 < \mu_1 < 1.80$, $3.51 < \mu_2 < 5.37$, $0.59 < \mu_3 < 1.49$
となる.
μ_1 と μ_2 , μ_2 と μ_3 の間に信頼区間の交わりはないため, 熊本地震が発生した 2016 年 4 月がほかの月と比べてマグニチュード 4.0 以上の地震が異常な回数起きているということが言える.

4.2 データ解析 (2)

参考文献 [3] より, μ_i の点推定量は,

$$\hat{\mu}_i = \frac{W_i}{n_i} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{1}$$

で与えられる.
参考文献 [4] より,

$$\sigma_i \equiv \sqrt{\mu_i}$$

の推定量として, $i = 1, 2, 3$ に対して,

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\hat{\mu}_i} \tag{2}$$

を提案できる.
次に参考文献 [4] より信頼係数 $1-\alpha$ の同時信頼区間は次で与えられる.

$$\sigma_i - \sigma_{i'} \in \hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_{i'} \pm a(k;\alpha) \cdot \sqrt{\frac{1}{4n_i} + \frac{1}{4n_{i'}}} \quad (1 \le i \le i' \le 3) \tag{3}$$

ここで,

$$\{\text{帰無仮説} H_{(i,i')} : \mu_i = \mu_{i'} \quad vs. \quad \text{対立仮説 } H^A_{(i,i')} : \mu_i \ne \mu_{i'} | 1 \le i \le i' \le 3\}.$$

$$T_{ii'} = \frac{2(\hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_{i'})}{\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}}}} \quad (i < i') \tag{4}$$

とおく.

4.2.1 マグニチュード 4.0 以上

$\alpha = 0.05$ として解析する.
前ページの (1) 式に $W_1 = 85, W_2 = 131, W_3 = 29, n_1 = 61, n_2 = 30, n_3 = 30$ をそれぞれ代入して値を計算し, その値を (2) に代入すると,

$$\hat{\sigma}_1 = 1.18 \qquad \hat{\sigma}_2 = 2.09 \qquad \hat{\sigma}_3 = 0.99$$

を得る.
これらを (3) に代入すると以下の同時信頼区間を得る.

$$-1.171 < \sigma_1 - \sigma_2 < -0.649 \tag{*1}$$
$$-0.061 < \sigma_1 - \sigma_3 < 0.461 \tag{*2}$$
$$0.807 < \sigma_2 - \sigma_3 < 1.413 \tag{*3}$$

(*1), (*3) より地震が発生する半年前と地震が発生してから 1 年後それぞれと比較しても, 地震が発生した 2016 年 4 月は普段より多く異常な回数の地震が発生したといえる.
さらに,

$$|T_{12}| = 8.161 > 2.344, \qquad |T_{23}| = 8.521 > 2.344$$

となり, 水準 0.05 で帰無仮説 $H_{(1,2)}$, $H_{(2,3)}$ が棄却された.
(*1)〜(*3) より $\mu_1 < \mu_2$, $\mu_2 > \mu_3$ の関係がわかる.

5 おわりに

本研究を行ってみて日本は地震が頻繁に発生している国だと再認した. 熊本地震の場合は特にマグニチュード 4.0 以下の地震が大地震発生後も余震で観測されていたので, 今後対策や復興の際は一回の大地震だけでなくそのあとの余震にも耐えうる対策をしなければならない. また, 東海・北陸地方 (特に岐阜県, 愛知県, 福井県) は過去に大規模地震やその余震を観測していないためいつ大地震が起きてもおかしくない状況にある. そのため一人ひとりが大地震への危機感を持ち, 対策に努めることが必要だと感じた.

参考文献

[1] 国土交通省　気象庁 : http://www.data.jma.go.jp/svd/eqdb/data/shindo/ 2017 年 12 月 27 日　閲覧

[2] 白石高章 :『多群の 2 項モデルとポアソンモデルにおけるすべてのパラメーターの多重比較法』. 日本統計学誌, 第 42 巻, 第 1 号, 55〜90 頁, 2012 年.

[3] 白石高章 :『統計科学の基礎』. 日本評論社, 東京, 2012 年.

[4] T.Shiraishi : *Multiple comparison procedures for Poisson parameters in multi-sample models*, Behaviormetrika, Vol39, No.2, 2012, pp. 167–182.