自動販売機コラム割当の最適化
―南山大学を例として―

2014SS073 佐藤慶治
指導教員：佐々木美裕

1 はじめに

日本は自動販売機設置台数が非常に多く、設置場所および販売する商品の選定は、利益に大きな影響を与えると考えられる。現在南山大学内では、43 台の自動販売機が 21 箇所に設置されている。私自身よく自動販売機を利用するが、一部の自動販売機において、品切れが原因で買いたい商品が買えないことがある。そこで、本研究では品切れの最小化を目的として、自動販売機コラムへの商品の最適割当てを求める問題を考える。

コラムとは、商品を保管するスペースのことであり、1 台に約 30 から 40 ほどのコラムがある。1 つのコラムに対しては 1 種類の商品を割り当てる。またコラムは、商品によって収納できる量が異なる。

自動販売機のコラムに関する先行研究はいくつかある。久保, 伊藤, スイ, 宮本 [1] は、在庫費用や品切れ費用、補充費用の最小化を目的としてコラム割当モデルを定式化している。また竹内, 伊藤, 福地 [2] は長期利益率の最大化を目的としてコラム割当モデルを定式化している。しかしながら、これらの研究は実際のデータを用いた計算実験が行われていない。本研究では、実際の自動販売機の売り上げデータを用いて、最適なコラム割当を考える。

2 問題の説明

本研究では、自動販売機において補充するまでの品切れを最小にしつつ、余剰量を適切にするモデルを考える。自動販売機で販売する対象商品はあらかじめ決められており、各商品は、1 つ以上のコラムに割り当てる必要がある。また、商品は割り当てたコラムの最大容量分まで補充されるものとする。余剰量は、商品をコラムに割り当てたときの収納量と、商品の予測需要量の差とする。余剰量が大きいと売れ残る可能性があり、余剰量が小さいと品切れが発生する可能性が高くなる。したがって、どの商品も余剰量が適切になるようにコラムを割り当てることが重要である。図 1 に、2 つ商品を 2 つのコラムに割り当てる場合の例を示す。コラム 1 とコラム 2 の収納量は、それぞれ 10 と 20 であり、商品 1 と商品 2 の予測需要量は、それぞれ 10 と 5 であるとする。この場合、2 つの割り当て方が可能であるが、図 1(a) の方が理想的である。なぜなら、図 1(a) の割り当てでは、それぞれの商品の余剰分は 10 と 5 であるのに対し、図 1(b) の割り当てでは、商品 1 の余剰分が 0 であり、品切れが発生する可能性が高くなるからである。

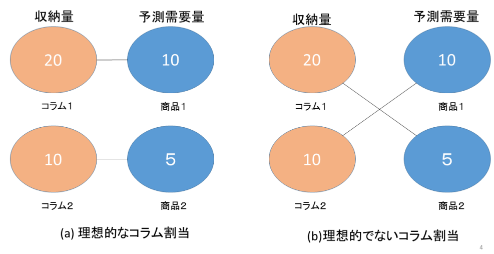

図 1: コラム割当の例

3 モデルの定義

この問題を 2 段階に分けて最適化を行う。第 1 段階では、余剰量の最大値の最小化を行う。第 2 段階では、第 1 段階で得られた最適値（ミニマックス値）を用いた制約を加えた上で、余剰量の最小値の最大化を行う。
第 1 段階のモデルでは、余剰量の最大値を最小化するため、需要量の少ない商品は、売れ残りが比較的少なくなるように割り当てられる。しかしこの割り当て方を行うと需要量の多い商品の余剰量が極端に少なくなる可能性があり、需要量が予測値を超えた場合に品切れが発生しやすくなる。そのため、第 2 段階で、余剰量の最小値の最大化を行う。これによって需要の多い商品の余剰量を大きくするように割り当てることができ、より品切れの発生しにくいコラム割り当てを行うことができる。

4 問題の定式化

問題を定式化するために、以下の記号を定義する。
I：商品の集合，$I = \{1, 2, \cdots, m\}$
J：コラムの集合，$J = \{1, 2, \cdots, n\}$
d_i：商品 $i \in I$ の予測需要量
c_{ij}：商品 $i \in I$ をコラム $j \in J$ に割り当てたときの収納量

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{商品 } i \in I \text{ がコラム } j \in J \text{ に割り当て可能} \\ 0 & \text{商品 } i \in I \text{ がコラム } j \in J \text{ に割り当て不可能} \end{cases}$$

以下に変数の定義を示す。

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{商品 } i \in I \text{ をコラム } j \in J \text{ に割り当てるとき} \\ 0 & \text{商品 } i \in I \text{ をコラム } j \in J \text{ に割り当てないとき} \end{cases}$$

第 1 段階のモデルは以下のように定式化できる。

$$\text{min. max} \left\{ \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} - d_i \right\} \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad (j \in J) \tag{2}$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \geq 1 \quad (i \in I) \tag{3}$$

$$x_{ij} \leq a_{ij} \quad (i \in I, j \in J) \tag{4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i \in I, j \in J) \tag{5}$$

(1) は商品 i を割り当てたコラム j の総収納量と商品 i の需要 d_i の差の最大値の最小化が目的である。(2) は 1 つのコラムに 1 つの商品を割り当てる制約である。(3) はそれぞれの商品 i を 1 つ以上のコラムに割り当てる制約である。(4) は商品 i がコラム j に割り当て可能か否かの制約である。(5) は x_{ij} のバイナリ変数制約である。
このモデルでは非線形モデルであるため、新たに変数 t を用いて目的関数を min. t とし、制約条件に

$$\sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} - d_i \leq t \quad (i \in I)$$

という条件を加え、

$$\begin{aligned} \text{min.} \quad & t && (6) \\ \text{s.t.} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} - d_i \leq t \quad & (i \in I) && (7) \\ & (2), (3), (4), (5) \end{aligned}$$

とすれば等価な線形モデルとなる。
第 1 段階のモデルの最適値を定数 t' とし、新たに変数 s を用いて、第 2 段階のモデルは以下のように定式化できる

$$\begin{aligned} \text{max.} \quad & s && (8) \\ \text{s.t.} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} - d_i \geq s \quad & (i \in I) && (9) \\ \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} - d_i \leq t' \quad & (i \in I) && (10) \\ & (2), (3), (4), (5) \end{aligned}$$

(8)、(9) は、余剰量の最小値を最大化することが目的であることを表している。(10) は余剰量を t'(第 1 段階のモデルで得られた最適値) 以下にする制約である。

5 実行結果と考察

Gurobi Optimizer を用いて最適解を求める。使用するデータは、南山大学内の自動販売機の中で最も総品切れ時間が長い自動販売機の 9 月の商品別売り上げデータである。需要量は、新たに補充されるまでの期間が 1 週間であるため、1 週間で売れた本数とする。品切れが発生していた商品の需要量に関しては、品切れが発生していない場合に同じペースで売れた場合の見込み本数とする。

表 1、2 に実行結果の一部を示す。コラムはそれぞれ第 1 段階、第 2 段階のモデルで割り当てられた商品のコラム番号を示し、余剰量はそれぞれ第 1、第 2 モデルの商品ごとの余剰量を示している。また、最適値は第 1 段階のモデルでは 17、第 2 段階のモデルでは、7.75 となった。これは、いずれの商品についても余剰量が 7.75 以上 17 以下であるということを示している。第 1 段階のモデルでは商品番号 22、31、34 が複数のコラムに割り当てられているが、商品番号 23 に注目すると、商品番号 31、34 よりも需要量が大きいにも関わらず、割り当てられているコラムが 1 つとなっており、余剰量も 2.5 と少ない。一方で第 2 段階のモデルでは商品番号 23 は複数のコラムに割り当てられており、また余剰量は 8.5 となっているため、改善されていることがわかる。また、第 1 段階のモデルで得られた余剰量の最大値である 17 となったコラム数は 5 つあったが第 2 段階のモデルでは改善され 3 つとなった。より理想的なコラム割り当てに近づけることができたといえる。

表 1: 第 1 段階のモデルの計算結果

商品番号	需要量	コラム	余剰量
22	42.75	26, 34, 37, 38	14.25
23	17.50	36	2.50
28	14.75	1	5.25
31	8.75	28, 32	14.25
34	10.25	24, 27	16.75

表 2: 第 2 段階のモデルの計算結果

商品番号	需要量	コラム	余剰量
22	42.75	24, 32, 34, 40	10.25
23	17.50	25, 33	8.50
28	14.75	1, 6	16.25
31	8.75	29	11.25
34	10.25	23	7.75

6 おわりに

実験の結果、余剰量が 7.75 から 17 の間となり、品切れの発生を最小限にしたコラム割当を求めることができた。しかし、実際にこのコラム割当を行う場合、同じ商品が隣合わない配置となるため、商品の売り上げに影響を与える可能性がある。また、売り上げに影響を与えられると考えられる設置場所や気象状態について、このモデルでは考えられていない。それらをモデルに組み込むことができれば、より現実的な問題に近づけることができると考えられる。

参考文献

[1] 伊藤志保, 久保幹雄, スイキウン, 宮本裕一郎：自動販売機コラム割当問題, 日本オペレーションズリサーチ学会 2000 年秋季研究発表会, アブストラクト集 pp. 22-23.

[2] 竹内俊子, 伊藤一, 福地純一郎：自動販売機コラム割当最適化問題, 需要がポアソン過程に従う場合, 学習院大学経済論集, 第 49 巻, 第 1 号, pp. 47-52, 2012.