ドローンによる倒立振子の安定化制御

2014SC014 平手 貴大

指導教員：坂本 登

1 はじめに

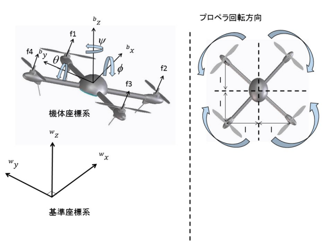
近年，商業向けのドローンの利用が急速に広がっており，今後もドローンの活躍する場は拡大すると考えられている．商業利用の代表例が輸送，農薬の散布，測量，空撮やインフラの点検である．どれもドローンの積載能力を生かしており，ドローンに何をさせるかが重要なポイントになっている．

そこで，本研究ではドローンに倒立振子を載せて，ドローンと倒立振子の両方の安定化制御を試みる．倒立振子を安定にするためにドローンの挙動を変化するが，その際もドローンの安定性を失わないように姿勢制御をおこなう．本稿の構成は，最初にモデリングするために必要な座標系，物理パラメータを定義し，運動方程式を説明する．次に状態方程式の解析を行い，最後におわりにで本研究のまとめと今後の展望を示す．

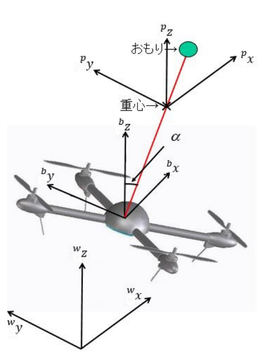
2 モデリング

2.1 座標系および物理パラメータ

3 次元空間にある剛体を空間的に表現するものとして位置と姿勢がある．これらを数学的に表現するには，2 つの直交座標系を定義する必要がある．1 つが基準となる基準座標系，もう一つが機体に固定された機体座標系である．さらに，倒立振子を加えたモデリングをおこなうためには，振子に固定された振子座標系も必要である．これらの座標系は全て右手座標系とする．また，文字の左上添え字は基準となる座標系，右下の添え字は成分表記される座標系を示している．速度を表現する際には，右下の左側の添え字が速度を考える座標系，右下の右側の添え字が成分表記される座標系を示している．w は基準座標系，b は機体座標系，p は振子座標系を示す．(下図参照) また，表 1 にドローンと振子に関する物理パラメータを示す．



座標系 1



座標系 2

表 1 モデリングに関する物理パラメータ

記号	名称
m_b	機体の質量 [kg]
m_p	振子の質量 [kg]
x,y,z	基準座標系からみた機体の位置 [m]
ϕ,θ,ψ	機体の姿勢角 [rad](順に x,y,z 軸周り)
α	振子の角度 [rad]
J_{bx},J_{by},J_{bz}	機体の慣性モーメント [kgm^2]
J_{px},J_{py},J_{pz}	振子の慣性モーメント [kgm^2]
l_x, l_y	機体の重心からローターまでの距離 [m]
l	振子の支点から重心までの長さ [m]
f_i	ローター i 番の推力 [N]

2.2 ドローンの運動方程式

この節ではドローンの運動方程式を説明する．並進の運動方程式は ${}^w\boldsymbol{P}_b = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$ を用いると

$$m_b {}^w\ddot{\boldsymbol{P}}_b = {}^w\boldsymbol{R}_b {}^b\boldsymbol{e}_z U_f - m_b g {}^w\boldsymbol{e}_z \tag{1}$$

ただし，

$$\boldsymbol{e}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, U_f = \sum_{i=1}^{4} f_i$$

であり，${}^w\boldsymbol{R}_b$ は ZYX オイラー角を用いた機体座標系から基準座標系への回転行列である．回転の運動方程式はオイラーの方程式より

$${}^b\boldsymbol{J}_b\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times ({}^b\boldsymbol{J}_b\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{U}_\tau \tag{2}$$

ただし，

$${}^b\boldsymbol{J}_b = \begin{bmatrix} J_{bx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{by} & 0 \\ 0 & 0 & J_{bz} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \boldsymbol{U}_\tau = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\omega}$ は機体座標系での回転速度ベクトルであり，τ_x, τ_y, τ_z は各軸まわりのモーメントを表している．$\boldsymbol{\eta} = [\phi, \theta, \psi]^{\mathrm{T}}$ とおくと，回転速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ と ZYX オイラー角の時間微分 $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ の関係式は以下に表される．

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{T}\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \tag{3}$$

2.3 ドローンと倒立振子を組み合わせた運動方程式

この節では，ドローンと倒立振子を組み合わせた運動方程式をラグランジュ法を用いて導出する．先行研究として参考文献 [4,5] があげられる．先行研究ではモーション

キャプチャを用いてドローンと振子の位置を計測している．本研究では，IMU を用いてドローンの姿勢角と角速度，ポテンショメータを用いて振子の角度を計測する．また，厳密なモデリングをおこなうため，先行研究では考慮しなかった鉛直方向の運動も考慮し，振子を剛体として扱う．しかし，振子の自由度に関しては先行研究とは異なり，x 軸まわりの回転に制限する．一般化座標 q は以下のように表せる．

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} {}^{w}\boldsymbol{P}_b \\ \boldsymbol{\eta} \\ \alpha \end{bmatrix}$$

運動エネルギー T はドローンの運動エネルギー T_b と振子の運動エネルギー T_p の和である．また，ポテンシャルエネルギー U もドローンのポテンシャルエネルギー U_b と振子のポテンシャルエネルギー U_p の和である．よってラグラジアン L は以下のように表せる．

$$L = T - U = (T_b + T_p) - (U_b + U_p)$$

次に各エネルギーを求める．ドローンの運動エネルギー T_b，振子の運動エネルギー T_p は以下のようになる．

$$T_b = \frac{1}{2}(m_b {}^{w}\dot{\boldsymbol{P}}_b^{T\,w}\dot{\boldsymbol{P}}_b + {}^{b}\boldsymbol{\omega}_{wb}^{T\,b}\boldsymbol{J}_b{}^{b}\boldsymbol{\omega}_{wb})$$
$$T_p = \frac{1}{2}(m_p {}^{w}\dot{\boldsymbol{P}}_p^{T\,w}\dot{\boldsymbol{P}}_p + {}^{p}\boldsymbol{\omega}_{wp}^{T\,p}\boldsymbol{J}_p{}^{p}\boldsymbol{\omega}_{wp})$$

ただし，${}^{w}\boldsymbol{P}_p$ は

$${}^{w}\boldsymbol{P}_p = {}^{w}\boldsymbol{P}_b + {}^{w}\boldsymbol{R}_b{}^{b}\boldsymbol{P}_p$$

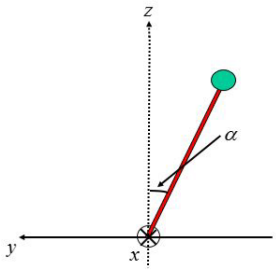
${}^{w}\boldsymbol{P}_p$ は基準座標系からみた振子の位置であり，${}^{b}\boldsymbol{P}_p = [0, -l\sin\alpha, l\cos\alpha]^{\mathrm{T}}$ は機体座標系からみた振子の位置を表している．ドローン，振子のポテンシャルエネルギー U_b, U_p はそれぞれ以下のように表せる．

$$U_b = m_b g \boldsymbol{e}_z^{T\,w}\boldsymbol{P}_b, U_p = m_p g \boldsymbol{e}_z^{T\,w}\boldsymbol{P}_p$$

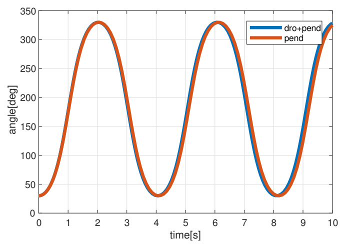
2.4　状態方程式の解析

前節で求めた状態方程式が正しいか判断するための解析を行う．1 つ目の方法として，ドローンがホバリングする一定の入力を与え，振子の初期値を傾けた状態でシミュレーションをおこなう．また，振子が 1 軸まわりに回転するシステムを考え，同じ物理パラメータと初期値のもとでシミュレーションをおこなう．振子の初期値を 30°に設定したときの振子の角度のシミュレーション結果を示す．青線の「dro+pend」がドローンと振子を組み合わせたシステムの応答であり，赤線の「pend」が振子のシステムの応答である．2 つの応答はほぼ同じであるのでドローンがホバリングしている状態では前節の状態方程式は正しいと考えられる．

2 つ目の方法として，上記の 2 つのシステムを平衡点近傍で線形化し固有値を比較する．ドローンと振子を組み合わせたシステムの固有値に，振子のシステムの固有値が含まれているはずである．平衡点は全ての状態変数の値が 0 としておこなった．



振子



振子の角度

ドローンと振子のシステムの固有値：(0,0,0,0, ± 0.6528i, ± 0.7885i,0,0,0,0,0,0) × 10^{-8}

振子のシステムの固有値：± 3.4265

± 3.4265 という固有値がドローンと振子のシステムの固有値に現れると考えていたが，すべての固有値が虚軸上に現れた．この結果から考えられる原因は前節で求めた状態方程式かあるいは線形化の方法が間違っていると考えられる．

3　おわりに

本論文ではドローンのモデリングと PD コントローラによるドローンの姿勢制御をおこなうことができた．また，ドローンと倒立振子を組み合わせたモデリングとその解析をおこなった．しかし，システムの線形化をおこなったさいに予想していた結果を示さず，状態方程式あるいは線形化に問題がある可能性がでてきた．今後は解析の続きをおこない完了次第，制御器設計をおこないシミュレーションに進む予定である．

参考文献

[1] 本仲君子・渡辺桂吾・前山祥一：『クワッドロータのためのキノダイナミック動作計画と制御』，日本機械学会論文集，2015.

[2] Samir Bouabdallah･Pierpaolo Murrieri,Roland Siegwart：『Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor』

[3] Norafizah Abas･Air Legowo,ZulkifileIbrahim･Norhidayah Rahim･Auar M.Kassim：『Modeling and System Identification using Extended Kalman Filter for a Quadrotor System』,2015,12

[4] M.Hehn and R.D'Andrea,『A flying inverted pendulum』,in Proceedings-IEEE international Conferenc3 on Robotics and Automation,2011,pp.763-770

[5] 白堀慎一郎・丸田一郎・杉江俊治：『クワッドロータ上の倒立振子の安定化』，第 58 回システム制御情報学会研究発表講演会，2014.