非線形最適制御の安定多様体法におけるパラメータ学習

2014SC062 酒井康輔

指導教員:中島明

1　はじめに

非線形最適制御問題における解析解の導出方法の一つに，近年開発された安定多様体法がある．[1] 一般に導出することは困難である非線形最適制御問題の解析解を見つけることができる．しかしながら，この安定多様体法を用いるにあたり，最適な軌道を見つけるまで手作業でパラメータを設定している。本研究では，安定多様体法を適用する際に必要なパラメータと物理量との関係性をニューラルネットワークを用いて予測し，手作業での試行錯誤的なパラメータ設定をより潤滑に進められるようにすることが目的である．

2　ニューラルネットワークとは [2]

ニューラルネットワークとは，人間が日常生活において経験により事象を学習し，それを解決するプロセスをコンピュータ上で疑似的にモデル化したものをいう．

2.1　順伝播型ニューラルネットワーク

本研究では順伝播型ニューラルネットワークを扱う．順伝播型ニューラルネットワークは，図 1 のように層状に並べたユニットが隣接層間でのみ結合した構造をもち，情報が入力側から出力側に一方向にのみ伝播するニューラルネットワークのことである．

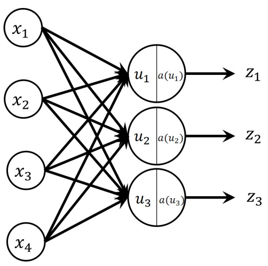

図 1: 順伝播型ネットワークの模式図

2.2　学習方法について

本研究にはニューラルネットワークを用いた教師あり学習を用いる．また，プログラムには Python を使用した．

2.2.1　学習による予測の見込み例題

以下の式 1 を教師データとして，ニューラルネットワークを用いて予測する．

$$h(x) = 4(x - 0.5)^3 + 3 \tag{1}$$

2.2.2　予測結果

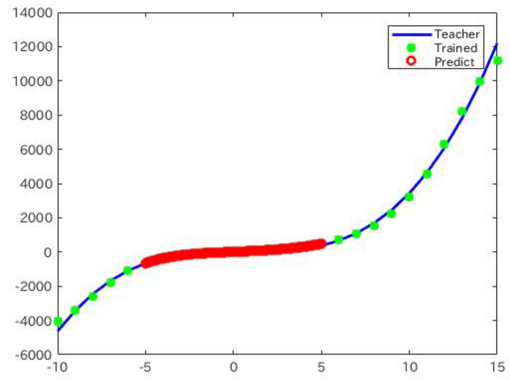

図 2: 予測結果

上の図 2 の緑の点と赤い線はどちらも予測結果であり，教師データに沿った値を予測できている．

3　安定多様体法とは

非線形最適制御問題における Hamilton-Jacobi 方程式は、一般的に解析解を導出することは困難であるが，近年，坂本登教授により Hamilton-Jacobi 方程式の新しい近似解法が提案された． 提案された解法を安定多様体法と呼び，大域的求解可能性，近似精度，計算量の面で優れており， されさまざまな非線形系にたいしてその実用性が報告されている．

本研究では倒立振子の振り上げシステムを取り扱う．倒立振子システムは振子，台車から構成され，台車はモーターにより直線上を動き，振子は台車に軸で固定され軸周りに自由に回転する．ただしより簡易化して振子に直接力が働いているシチュエーションを考える．この倒立振子システムに安定多様体法を適用する．数値計算上では，設計パラメータである ξ に対応して，式の Hamilton 正準方程式の解 $x_k(t,\xi)$ ， $p_k(t,\xi)$ が求まる．しかしながら，現段階において目的とする ξ の詮索方法は確立されていないため，試行錯誤的に ξ を決定する必要がある．このパラメータ設定は容易ではなく，経験則からいくつかのパラメータを設定しているのが現状である．

4　パラメータの学習

本節も学習方法としてニューラルネットワークを用いた．

4.1 教師データモデル

本研究には数値計算上で安定多様体法を用いた結果を使用する．以下の図 3 は x_1 を変位，x_2 を速度とした位相平面であり，数値計算の結果である．

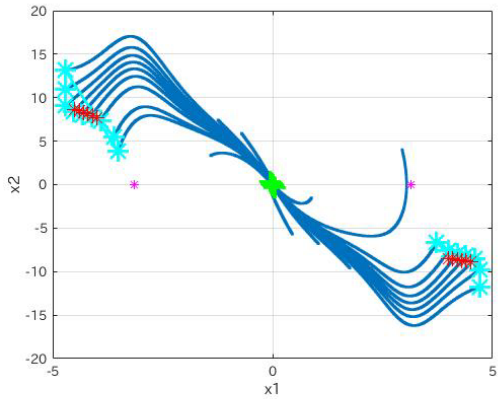

図 3: 教師データ

図 3 の青い軌道は数値計算上で緑の点の (ξ_1, ξ_2) を初期値として繰り返し計算によって出された軌道であり，ピンクの点は振り子の制御前の位置で $(x_1, x_2) = (\pi, 0), (-\pi, 0)$ をとる．本来はこのどちらかの点の近傍まで数値計算によって軌道が伸びているのが望ましいが，本研究では, 教師データには緑色の点の各 (ξ_1, ξ_2) を出力として，(ξ_1, ξ_2) に対応する軌道の終端の水色の点を (x_1, x_2) を入力として学習させる．その後，以下の写像の式 2 を表現するようなニューラルネットワークであるかを確かめるため，赤い点の (x_1, x_2) まで伸びるような軌道の初期値 (ξ_1, ξ_2) を予測させる．

$$(\xi_1, \xi_2) = f(x_1, x_2) \tag{2}$$

4.2 学習後の予測結果

以下の図は，先ほどの教師データを学習したニューラルネットワークによる $(\xi_1, \xi 2)$ の予測結果である．

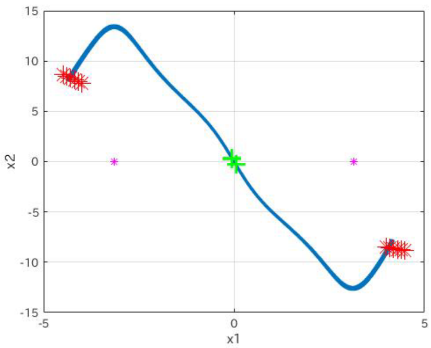

図 4: ニューラルネットワークによる初期値の予測結果

図 4 の青い軌道は，学習したニューラルネットワークにより予測された緑の点を初期値として繰り返し計算によって出された軌道である．軌道の終端が赤い点の近くにあるので，精度は低いながらもニューラルネットワークによる初期値の予測は出来ていると言える．残念ながら，理想である赤い点の各 (x_1, x_2) に伸びるような軌道の横への広がり方まではしなかった．

5 課題

前節の結果から，教師データの不足が原因であると推測できる．より精度を上げるため, 教師データの入力 (x_1, x_2) を軌道の先端に限定せず，軌道上のすべての点を用いることが望ましい．また，ニューラルネットワークの中間層を増やした深層学習による学習でより精度の高い予測が可能であるか検討する必要がある．

参考文献

[1] 坂本登，西田豪，濱口謙一，山本裕,「安定多様体法における Hamilton-Jacobi 方程式の高速数値解法」，システム制御情報学会論文誌 Vol.28，No.1, pp.32-39 (2015)

[2] 機械学習プロフェッショナルシリーズ 「深層学習 Deep Learning」，岡谷貴之 著，講談社 (2015)

[3]「Python 機械学習プログラミング」，Sebastian Raschka 著，株式会社クイープ 訳，福島真太朗 監訳，株式会社インプレス (2016)

[4]「ニューラルネットワークと深層学習」 Chapter 4 ニューラルネットワークが任意の関数を表現できることの視覚的証明，Michael Nielsen 著，「ニューラルネットワークと深層学習」 訳 (2014)，`https://nnadl-ja.github.io/nnadl_site_ja/chap4.html`

[5] Qiita 「python でニューラルネットワーク実装」，`https://qiita.com/ta-ka/items/bcdfd2d9903146c51dcb`

[6] GitHub 「shota-takayama/nn」，`https://github.com/shota-takayama/nn`