球体型移動ロボットのシミュレータ開発と制御

2014SC041 丸尾宗太郎　2014SC051 長井亮真

指導教員：中島明 坂本登

1　はじめに

球体型移動ロボットとは球形の外殻を持ち, 内部に駆動源を有するロボットである. この外殻を回転させることで地表を転がりながら移動する.

これまでに提案されている球体型移動ロボットの駆動メカニズムは, ジャイロ搭載型や重心移動型がある. ジャイロ搭載型の特徴は, 移動しながら姿勢も制御することができる点が挙げられる. 重心移動型は球体内部で質量を移動させることで重力による回転トルクを発生させる. しかしながら, 得られる駆動トルクに制約があり，急停止などの一部の動作がしにくいという問題点が挙げれらている.[1] そこで, 我々は球体内部に二輪駆動型の車両を設置し, タイヤを回転させることで, その反トルクにより球体を回転させる方式を採用した. 二輪駆動型は内部に車両を持つおかげで, ジャイロ搭載型や重心移動型に比べ, 直観的な操作が期待できる. しかしながら, 球体内部で車両が転覆すると球体の操作が不可能になるため, 車両の姿勢制御も同時に行う必要がある.

2　球体型移動ロボットの構造とシミュレータ開発の流れ

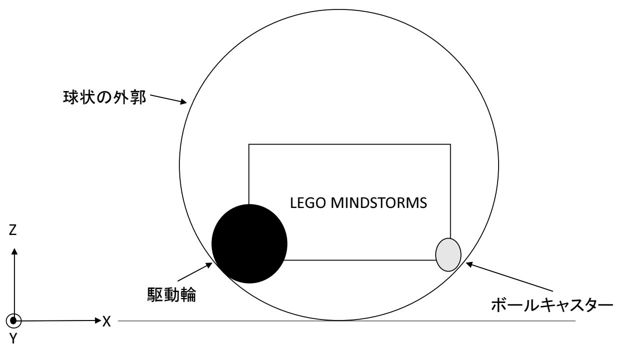

図 1　球体型移動ロボットの構造

シミュレータ開発を行う球体型移動ロボットの構造を図 1 に示す. 今回, モデルリングを行う実験機が存在し, 内部車両として LEGO MINDSTORMS を用いており, 外殻は球状のアクリルドームを採用している. 内部車両は左右にある後輪が駆動輪であり, 前輪はボールキャスターである. 後輪は操舵することが出来ず, 左右の駆動輪の回転数の差で, 球体型移動ロボットの進行方向を決定する.

シミュレータ開発の流れとして, はじめに実験機の 2 次元 (Z-X 平面) でのモデリングを行い, 平衡点周りで線形近似をし, 内部車両の姿勢を維持しつつ, 球体型移動ロボットが目標位置に到達できるような制御系を考える.

3　球体型移動ロボット (Z-X 平面) のモデリング

3.1　座標系の定義と仮定条件及び物理パラメータ

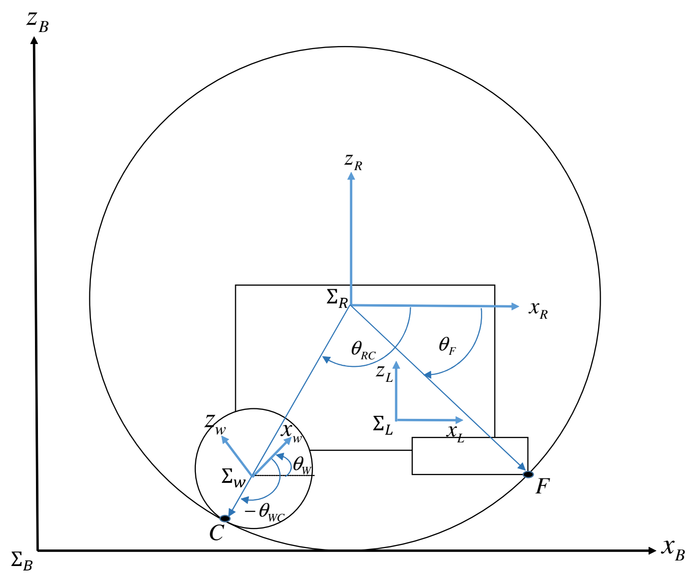

図 2　座標系及び従属変数の定義

基準となる直交座標系を基準座標系（$\boldsymbol{\Sigma}_B$), 球殻に固定した直交座標系を物体座標系（$\boldsymbol{\Sigma}_R$), 内部車両に固定した直交座標系を物体座標系（$\boldsymbol{\Sigma}_L$), 後輪に固定した直交座標系を物体座標系（$\boldsymbol{\Sigma}_W$）とし, 後輪と球殻の接地点を C, フロントと球殻の接地点を F とする. 位置ベクトルを $\boldsymbol{P}$, 回転行列を $\boldsymbol{R}$ とし, 変数の左上の添え字が座標系, 右下の添え字が注目対象を表している.

仮定条件として, 球殻の厚さはないものと考え, 球殻は地面から垂直抗力を受け，一定の高さで地面の上を滑らずに転がりながら運動をする. また, 運動をする上で内部車両は球殻内から離れず, 後輪と球殻内部は転がり接触であるとする.

モデリングに用いる物理パラメータを表 1 に示す.

また, 一般化座標を $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} {}^B\boldsymbol{P}_R{}^{\mathrm{T}} & \theta_R & {}^B\boldsymbol{P}_L{}^{\mathrm{T}} & \theta_L \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ とする. なお,$(\theta_{RC}, \theta_F, \theta_{WC}, \theta_W)$ は一般化座標より定まる従属変数である.

3.2　拘束条件の導出

仮定条件より, 球殻内部で車両が浮かないためには, 後輪とフロントが球殻と常に接点を持つ必要がある. よって,Σ_R を介した Σ_B から接地点 C への距離と Σ_L を介し

表 1 球体型移動ロボットの物理パラメータ

記号	名称
m_R	球殻の質量 [kg]
m_L	車両の質量 [kg]
r_R	球殻の半径 [m]
r_W	後輪の半径 [m]
J_R	球殻の中心軸周りの慣性モーメント [kgm^2]
J_L	車両の中心軸周りの慣性モーメント [kgm^2]
${}^B\boldsymbol{P}_R$	球殻の位置座標 [m]
${}^B\boldsymbol{P}_L$	車両の位置座標 [m]
${}^L\boldsymbol{P}_W$	車両座標系から後輪座標系への位置座標 [m]
${}^L\boldsymbol{P}_F$	車両座標系からフロントへの位置座標 [m]
θ_R	x_B 軸からの球殻の回転角 [rad]
θ_L	x_B 軸からの車両の回転角 [rad]
θ_{RC}	x_R 軸から接点 C への回転角 [rad]
θ_{WC}	x_W 軸から接点 C への回転角 [rad]
θ_F	x_R 軸から接点 F への回転角 [rad]
θ_W	x_B 軸からの後輪の回転角 [rad]
g	重力加速度 [m/s^2]

た Σ_B から接地点 C への距離が常に等しい. 同様に Σ_R を介した Σ_B から接地点 F への距離と Σ_L を介した Σ_B から接地点 F への距離が常に等しいため以下の式が成り立つ.

$$\begin{cases} {}^B\boldsymbol{P}_R + {}^B\boldsymbol{R}_R{}^R\boldsymbol{P}_C = {}^B\boldsymbol{P}_L + {}^B\boldsymbol{R}_L{}^L\boldsymbol{P}_C & (1) \\ {}^B\boldsymbol{P}_R + {}^B\boldsymbol{R}_R{}^R\boldsymbol{P}_F = {}^B\boldsymbol{P}_L + {}^B\boldsymbol{R}_L{}^L\boldsymbol{P}_F & (2) \end{cases}$$

また, 球殻内部に接地点 C, F を常に持つため, 接地点 C, F の法線ベクトル方向への速度が常に 0 である. よって以下の式が成り立つ.

$$\begin{cases} {}^R\boldsymbol{P}_C{}^{\mathrm{T}}{}^R\dot{\boldsymbol{P}}_C = 0 & (3) \\ {}^R\boldsymbol{P}_F{}^{\mathrm{T}}{}^R\dot{\boldsymbol{P}}_F = 0 & (4) \end{cases}$$

さらに後輪と球殻内部は転がり接触であるため, 以下の式が成り立つ.

$${}^B\boldsymbol{R}_R{}^R\dot{\boldsymbol{P}}_C = {}^B\boldsymbol{R}_L{}^L\boldsymbol{R}_W{}^W\dot{\boldsymbol{P}}_C \tag{5}$$

もうひとつの仮定条件より, 球殻が地面を滑らずに転がるためには, 球殻の並進速度と球殻から見た地面との接点での速度が逆向きで速さが同じでなければならない. よって以下の式が成り立つ.

$${}^B\dot{\boldsymbol{P}}_R = \begin{bmatrix} -r_R\dot{\theta}_R \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

以上より, 式 (1),(2),(3),(4),(5),(6) を用いて以下の様な速度拘束の式を得ることができる.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_{RCF} & -\boldsymbol{J}_{LCF} \\ \boldsymbol{J}_{RR} & \mathbf{O}_{2,3} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}} \dot{\boldsymbol{q}} = 0$$

$$\boldsymbol{J}_{RCF} = \begin{bmatrix} {}^R\boldsymbol{P}_C{}^{\mathrm{T}}{}^B\boldsymbol{R}_R{}^{\mathrm{T}} & 0 \\ {}^R\boldsymbol{P}_F{}^{\mathrm{T}}{}^B\boldsymbol{R}_R{}^{\mathrm{T}} & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{J}_{RR} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_2 & r_R\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{J}_{LCF} = \begin{bmatrix} {}^R\boldsymbol{P}_C{}^{\mathrm{T}}{}^B\boldsymbol{R}_R{}^{\mathrm{T}} & {}^R\boldsymbol{P}_C{}^{\mathrm{T}}{}^R\boldsymbol{R}_L\boldsymbol{R}(\frac{\pi}{2}){}^L\boldsymbol{P}_C \\ {}^R\boldsymbol{P}_F{}^{\mathrm{T}}{}^B\boldsymbol{R}_R{}^{\mathrm{T}} & {}^R\boldsymbol{P}_F{}^{\mathrm{T}}{}^R\boldsymbol{R}_L\boldsymbol{R}(\frac{\pi}{2}){}^L\boldsymbol{P}_F \end{bmatrix}$$

3.3 運動方程式の導出

ラグランジアン L と拘束条件より, 運動方程式を導出する. 球殻の運動エネルギーを T_R, 車両の運動エネルギーを T_L, 球殻のポテンシャルエネルギーを U_R, 車両のポテンシャルエネルギーを U_L とすると以下となる.

$$T_R = \frac{1}{2}m_R{}^B\dot{\boldsymbol{P}}_R{}^{\mathrm{T}}{}^B\dot{\boldsymbol{P}}_R + \frac{1}{2}J_R\dot{\theta}_R{}^2 \tag{7}$$

$$T_L = \frac{1}{2}m_L{}^B\dot{\boldsymbol{P}}_L{}^{\mathrm{T}}{}^B\dot{\boldsymbol{P}}_L + \frac{1}{2}J_L\dot{\theta}_L{}^2 \tag{8}$$

$$U_R = m_R g r_R \tag{9}$$

$$U_L = m_L g \boldsymbol{e}_z{}^{\mathrm{T}}{}^B\boldsymbol{P}_L \tag{10}$$

$$※\ \boldsymbol{e}_z = [\ 0 \quad 1\ ]^{\mathrm{T}}$$

よって, ラグランジアン L は式 (7),(8),(9),(10) より,

$$L = (T_R + T_L) - (U_R + U_L) \tag{11}$$

となる.

従属変数の一階微分と一般化座標の一階微分は以下の関係式で成り立つ.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{RC} \\ \dot{\theta}_F \\ \dot{\theta}_{WC} \\ \dot{\theta}_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{r_R}{r_W} & 0 & 0 & \frac{r_R}{r_W} \\ 0 & 0 & \frac{r_R}{r_W} & 0 & 0 & -\frac{r_R}{r_W} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \tag{12}$$

式 (12) より, 後輪の角速度と一般化座標の速度ベクトルは以下の関係であり,

$$\dot{\theta}_W = \underbrace{\frac{r_R}{r_W - r_R}[\boldsymbol{O}_{1,2} \quad -1 \quad \boldsymbol{O}_{1,2} \quad 1]}_{\boldsymbol{J}_{wq}}\dot{\boldsymbol{q}}$$

一般化力を F, 後輪のモータへのトルクを u とすると, 仮想仕事の原理より

$$\boldsymbol{J}_{wq}{}^{\mathrm{T}}u = F$$

となる.

以上から, 拘束条件付き運動方程式は以下となる.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right)^{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}}\right)^{\mathrm{T}} + F + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda} \tag{13}$$

式 (13) の質量及び慣性行列を $\boldsymbol{M}$, 重力項を $\boldsymbol{N}$ とすると以下の様に表せる.

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{J}_{wq}{}^{\mathrm{T}}u + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda} \tag{14}$$

今回, 注目する状態を $\boldsymbol{q}_I = [\ \theta_R \quad \theta_L\ ]^{\mathrm{T}}$ とし, $\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S}\dot{\boldsymbol{q}}_I$ となる $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}_I)$ 行列を使うことにより, 式 (14) から拘束

力を消去する．式 (14) の両辺に左から $\boldsymbol{S}^T$ をかけ,$\ddot{\boldsymbol{q}} = \dot{\boldsymbol{S}}\dot{\boldsymbol{q}}_i + \boldsymbol{S}\ddot{\boldsymbol{q}}_i$ を用いるとことにより,

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{S}\ddot{\boldsymbol{q}}_I + \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{S}}\dot{\boldsymbol{q}}_I + \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}{\boldsymbol{J}_{wq}}^{\mathrm{T}}u \tag{15}$$

式 (15) の様な, 従属変数及び拘束力を消去した $\boldsymbol{q}_I$ についての微分方程式を得る.

4 球体ロボット（2 次元）のモデルの線形化

4.1 状態方程式の導出

今回, 球体移動ロボットを内部車両の姿勢を安定化させつつ, 目標位置に到達させる制御モデルを考える.${}^B\boldsymbol{P}_R$ の x 軸成分を ${}^BP_{Rx}$ とすると, 制御する状態変数 $\boldsymbol{x}_h$ は以下となる.

$$\boldsymbol{x}_h = \begin{bmatrix} {}^BP_{Rx} & \theta_L & {}^B\dot{P}_{Rx} & \dot{\theta}_L \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

また,$\boldsymbol{x}_h$ の成分を以下の様に置く.

$$\boldsymbol{q}_h = \begin{bmatrix} {}^BP_{Rx} & \theta_L \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ \dot{\boldsymbol{q}}_h = \begin{bmatrix} {}^B\dot{P}_{Rx} & \dot{\theta}_L \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

次に 3 章で用いた $\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S}\dot{\boldsymbol{q}}_I$ を $\dot{\boldsymbol{q}}_h$ の関係式に変形させる. 式 (6) より, ${}^B\dot{P}_{Rx} = -r_R\dot{\theta}_R$ であることから, 以下の様に式変形できる.

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \underbrace{\boldsymbol{S}\begin{bmatrix} -1/r_R & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\acute{\boldsymbol{S}}(\dot{\boldsymbol{q}}_h)}\dot{\boldsymbol{q}}_h$$

以上から,3 章と同様に $\ddot{\boldsymbol{q}}_h$ を求めると,

$$\ddot{\boldsymbol{q}}_h = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h)u$$

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h) = -(\acute{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\acute{\boldsymbol{S}})^{-1}((\acute{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\dot{\acute{\boldsymbol{S}}})\dot{\boldsymbol{q}}_h + \acute{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}) + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{q}}_h)$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h) = (\acute{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\acute{\boldsymbol{S}})^{-1}\acute{\boldsymbol{S}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_{wq}$$

となる. よって, 非線形モデルの状態方程式は以下となる.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_h \\ \dot{\boldsymbol{q}}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_h \\ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h)u \end{bmatrix} \tag{16}$$

4.2 平衡点近傍における線形近似

式 (16) から,

$$\boldsymbol{f}_{nol} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_h \\ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h) \end{bmatrix}, \boldsymbol{g}_{nol} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2,1} \\ \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}_h) \end{bmatrix}$$

と置く．今回, 幾何学的に球殻の重心と内部車両の重心が x_B の同軸上で一致する場所が平衡点であり,θ_L が約 -0.25[rad] である. よって, 平衡点 $\boldsymbol{x}_s$ は

$$\boldsymbol{x}_s = [0 \quad -0.25 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

とする．以上より, テーラー展開の 1 次近似を用いて平衡点近傍における線形近似を行うと, 以下の状態方程式を得る.

$$\frac{d\boldsymbol{x}_h}{dt} = \boldsymbol{A}_{cm}\boldsymbol{x}_h + \boldsymbol{B}u \tag{17}$$

$$\boldsymbol{A}_{cm} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}_{nol}}{\partial \boldsymbol{x}_h}\right|_{\boldsymbol{x}_h=\boldsymbol{x}_s},\ \boldsymbol{B} = \boldsymbol{g}_{nol}(\boldsymbol{x}_s)$$

ここで $\boldsymbol{A}_{cm}, \boldsymbol{B}$ は以下のようになる.

$$\boldsymbol{A}_{cm} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \boldsymbol{A}_{32} & \boldsymbol{A}_{33} & \boldsymbol{A}_{34} \\ 0 & \boldsymbol{A}_{42} & \boldsymbol{A}_{43} & \boldsymbol{A}_{44} \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{B}_{31} \\ \boldsymbol{B}_{41} \end{bmatrix}$$

4.3 可制御性判別

モデルの可制御性行列を求める. 可制御性行列 $\boldsymbol{M}_c$ は以下で与えられる.

$$\boldsymbol{M}_c = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} & \boldsymbol{A}_{cm}\boldsymbol{B} & \cdots & \boldsymbol{A}_{cm}^{n-1}\boldsymbol{B} \end{bmatrix}$$

また,

$$rank\boldsymbol{M}_c = 4$$

となり, これは状態変数 $\boldsymbol{x}_h$ の次元と一致するため, 式 (17) のモデルは可制御である.

4.4 極配置法を用いた状態フィードバック

状態変数の目標値を $\boldsymbol{x}_{ref}$ とし, 状態フィードバック

$$u = -\boldsymbol{K}(\boldsymbol{x}_h - \boldsymbol{x}_{ref})$$

を式 (17) に代入すると, 以下の式を得られる.

$$\dot{\boldsymbol{x}}_h = (\boldsymbol{A}_{cm} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}_h + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}_{ref} \tag{18}$$

式 (18) の $(\boldsymbol{A}_{cm} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})$ の固有値の実部がすべて負となるような状態フィードバックゲイン $\boldsymbol{K}$ が見つかれば, 系は漸近安定となる. この $\boldsymbol{K}$ をアッカーマンの方法 (Ackermann's algorithm) を用いて求める [3]. 今回, 配置したい極を $-10, -9, -4, -1$ とし, 特性方程式は以下となる.

$$(s+10)(s+9)(s+4)(s+1) = s^4+24s^3+189s^2+526s+360$$

よって, $\boldsymbol{K}$ は以下となる.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K} &= \boldsymbol{b}\boldsymbol{M}_C^{-1}(\boldsymbol{A}_{cm}^4 + 24\boldsymbol{A}_{cm}^3 + 189\boldsymbol{A}_{cm}^2 + 526\boldsymbol{A}_{cm} + 360\boldsymbol{I}_4) \\ &= [0.5045 \quad -0.1477 \quad 0.5999 \quad -0.0209] \end{aligned} \tag{19}$$

※$\boldsymbol{b} = [\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\ ]$

5 シミュレーション

5.1 シミュレーションの条件設定

今回, 内部車両が球殻内部で転覆することのないように内部車両の姿勢制御を行いつつ, 球体ロボットが x_B軸 の正方向に 1[m] 前進し, 停止する

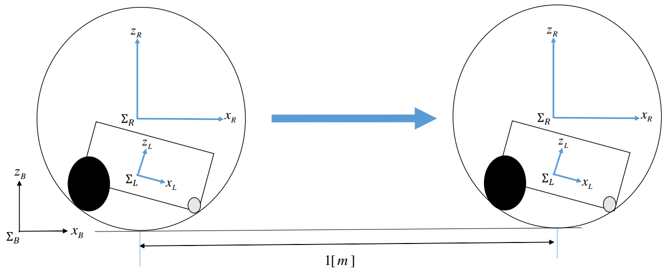

図 3　シミュレーションの問題設定

ことを目標とする (図 3 参照). よって, 目標値を $\boldsymbol{x}_{ref} = \begin{bmatrix} 1 & -0.25 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ とし, 一般化座標の初期値を $\boldsymbol{q}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0.15 & 0 & 0 & 0.09 & -0.25 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, 従属変数の初期値を $(\theta_{RC0}, \theta_{WC0}, \theta_{F0}, \theta_{W0}) = (-1.979, -1.729, -1.039, 0)[\mathrm{rad}]$ とする. また式 (19) より, 状態フィードバックゲインを $\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 0.5045 & -0.1477 & 0.5999 & -0.0209 \end{bmatrix}$ とする.

5.2　シミュレーション結果

シミュレーション結果を図 4, 図 5, 図 6, 図 7 に示す. 図 4 より, 球殻位置は $1[m]$ まで移動し, 停止していることがわかる. 図 5 より, 内部車両の最大回転角は 35[deg] であり, 平衡点における車両角度である 14.3[deg] で安定化している. 以上より, 内部車両が転覆せずに, 球体ロボットは目標位置に到達できたと考えられる.

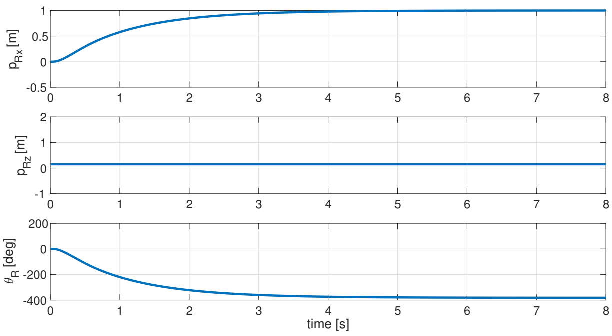

図 4　球殻位置及び角度

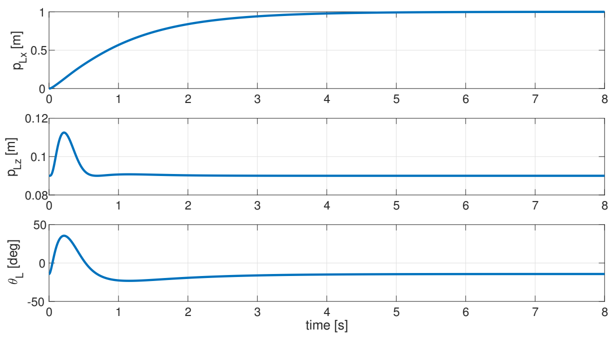

図 5　内部車両位置及び角度

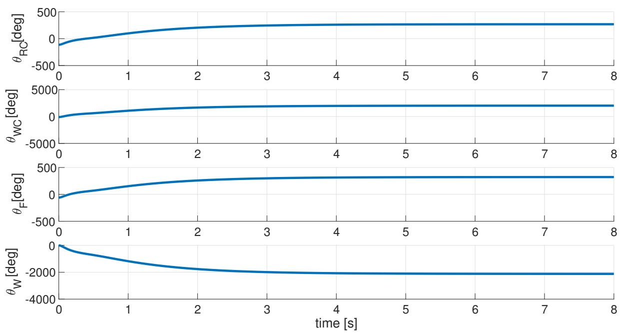

図 6　従属変数

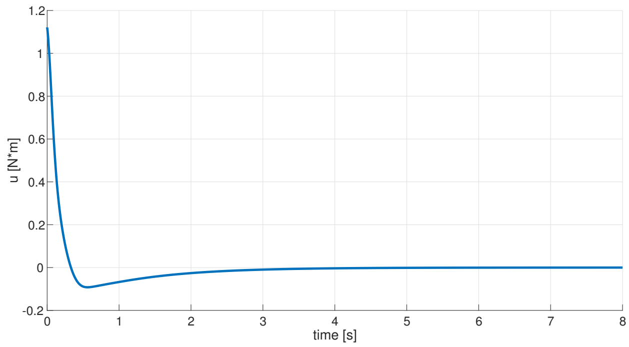

図 7　モータへのトルク

6　おわりに

本研究の成果としてまず, 内部車両をもつ球体型移動ロボットの二次元でのモデルを作成し, そのモデルを平衡点まわりで線形化し極配置法を用いた状態フィードバックにより直進移動の制御器を設計したことが挙げられる. また, 今後の課題として実機は球体ロボットの位置と速度が観測できないため, 球体ロボットの位置と速度の推定を行うためのオブザーバ設計をし, 最終目標として三次元でのモデルを作成し, 旋回運動を考慮した状態制御が挙げられる.

7　参考文献

[1] 浦久保孝光・門野守・前川聡・玉置久 :『ジャイロ搭載型球体ロボットの直進運動制御』. 日本ロボット学会誌, Vol.32(2014), pp. 543–549

[2] 中島明 :『機械制御工学研究 講義ノート』. 南山大学, 2017, pp. 1–35

[3] 日本機械学会 :『JSME テキストシリーズ 制御工学』. 丸尾善出版株式会社, 東京, 2014.