ジブクレーンのゲインスケジュールド H_∞ 制御
—UKF を用いた摩擦補償—

2014SC021 石倉智史

指導教員：陳幹

1 はじめに

実際のシステムにおいて, 特性変動, 非線形摩擦はシステムに対して悪影響を与える. そのため, 特性変動, 非線形摩擦を無視して設計した制御器を用いて実験を行うと, 想定外の振る舞いをする可能性がある. 本研究で用いる 3 自由度クレーンにおいても, ロープの長さによる特性の変動, アームとトロリーの間の摩擦が目標値への追従性能, 安全性に影響を与えるため, 特性変動と非線形摩擦の両方を考慮したシステムを設計する必要がある. 先行研究では, モデル規範型適応制御則を付加したロバスト LQ 制御により, ロープの特性変動, 非線形摩擦を考慮した制御システムを構成し, ロープ長を変動させながら吊り荷の水平位置制御を行っている [1]. 本研究では, ゲインスケジュールド H_∞ 制御器と Unscented Kalman Filter (UKF) を用いて, ロープの特性変動, 非線形摩擦を考慮した制御システムを構成し, ロープの巻き上げを行いながら吊り荷の水平位置を制御するシミュレーションを行う.

2 モデリング

モデリングの際に用いたジブクレーンの概略図を図 1 に示す. 観測量は, トロリーの水平位置 $\xi(t)$[m], 吊り荷の振れ角 $\gamma(t)$[rad], ロープ長 $l(t)$[m] である. 制御量は吊り荷の水平位置 $y(t)$[m] である. 操作量はジブモータへの電流 $I_j(t)$[A] である. また, アームとトロリーの間に働く摩擦力を F[N] とする.

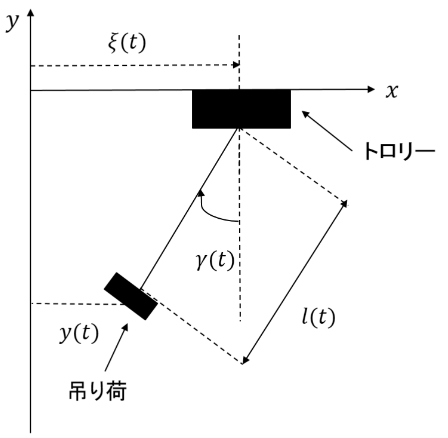

図 1 ジブクレーンの概略図

γ は十分小さく, $\sin\gamma \simeq \gamma$, $\cos\gamma \simeq 1$, $\dot{\gamma}^2 \simeq 0$ のように近似できるものとすると, 微分方程式は式 (1), 式 (2) のようになる.

$$\left(m_p+m_t+J_\psi\frac{K_{g,j}^2}{r_{j,p}^2}\right)\ddot{\xi}(t)-m_pl(t)\ddot{\gamma}(t)-m_p\ddot{l}(t)\gamma(t) -2m_p\dot{l}(t)\dot{\gamma}(t)=\frac{\eta_{g,j}K_{g,j}\eta_{m,j}K_{t,j}}{r_{j,p}}I_j(t)-F \quad (1)$$

$$-m_p\ddot{\xi}(t)+m_pl(t)\ddot{\gamma}(t)+2m_p\dot{l}(t)\dot{\gamma}(t)+m_pg\gamma(t)=0 \quad (2)$$

ここで, $m_j=m_p+m_t+J_\psi\frac{K_{g,j}^2}{r_{j,p}^2}$, $k_{tj}=\frac{\eta_{g,j}K_{g,j}\eta_{m,j}K_{t,j}}{r_{j,p}}$ とおく.

3 非線形摩擦のモデル化

摩擦モデルには式 (3) を用いた.

$$F=\begin{cases} k_{tj}u & (|k_{tj}u|<f_s \text{ and } \dot{\xi}=0) \\ f_v\dot{\xi}+f_c\tan^{-1}(f_{cv}\dot{\xi}) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3)$$

ただし, f_s[N] を最大静止摩擦力, f_c[N] をクーロン摩擦力, f_v[s·N/m] を粘性摩擦係数, f_{cv} を摩擦の勾配とする.

4 ディスクリプタ方程式

偏差の積分を $x_e(t)$ とし, ディスクリプタ変数を $x_l(t)=[\xi(t)\ \gamma(t)\ \dot{\xi}(t)\ \dot{\gamma}(t)\ x_e(t)\ \ddot{\xi}(t)\ \ddot{\gamma}(t)]^T$, 操作量を $u(t)=I_j$ と定義し, 外乱を $w(t)$ とする. ディスクリプタ方程式の拡大系は式 (4) のようになる.

$$E_d\dot{x}_d=A_d(l,\dot{l},\ddot{l})x_d+B_du+B_{dw}w \quad (4)$$

$$E_d=\begin{bmatrix} I_{5\times5} & 0_{5\times2} \\ 0_{2\times5} & 0_{2\times2} \end{bmatrix}$$

$$A_d=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_p\ddot{l} & 0 & 2m_p\dot{l} & 0 & -m_j & m_pl \\ 0 & -m_pg & 0 & -2m_p\dot{l} & 0 & m_p & -m_pl \end{bmatrix}$$

$$B_d=\begin{bmatrix} 0_{5\times1} \\ k_{tj} \\ 0 \end{bmatrix},\ B_{dw}=\begin{bmatrix} 0_{4\times1} \\ 1 \\ 0_{2\times1} \end{bmatrix}$$

5 制御器設計

ロバストな制御器を設計するために, 変動パラメータである l, $\dot{l}$, $\ddot{l}$ のポリトープ端点の上下界を頂点とするパラメータボックスを次式で与える.

$$\Phi=\{\phi=[\phi_1,\ \phi_2,\ \phi_3]^T:\phi_i\in\{\underline{\phi}_i,\bar{\phi}_i\}\}$$
$$\phi_1=l,\ \phi_2=\dot{l},\ \phi_3=\ddot{l},\ (i=1,2,3)$$

$z(t)$ を評価出力, γ_∞ を H_∞ ノルムの上界として, 一般化制御対象を式 (5) のようにおく.

$$\begin{cases} E_d\dot{x}_d &= A_d(\Phi)x_d + B_d u \\ z &= C_d x_d + D_u u \end{cases} \tag{5}$$

行列 E_d の構造を考慮し, リアプノフ行列 $X_d(\Phi)$, 変数行列 $Y_d(\Phi)$ を以下のように与える [2].

$$X_d(\Phi) = \begin{bmatrix} X_{11}(\Phi) & 0_{5\times2} \\ X_{21}(\Phi) & X_{22}(\Phi) \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$= X_{d0} + \phi_1 X_{d1} \tag{7}$$

$$Y_d(\Phi) = \begin{bmatrix} Y_{11}(\Phi) & 0_{1\times2} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$= Y_{d0} + \phi_1 Y_{d1} \tag{9}$$

ただし, $A_d(\Phi)X_d(\Phi)$ の部分に変動パラメータの二乗項が存在するため, マルチアフィンとなるように制約を与えた. 次に, 変動パラメータ ϕ_i の変動範囲内において, H_∞ 制御仕様を満たすための LMI 条件式は以下のようになる.

$$\text{minimize} : \gamma_\infty^2$$

$$\text{subject to} : X_{11}(\Phi_i) > 0 \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} \mathrm{He}\{A_d(\Phi_i)X_d(\Phi_i) + B_d Y_d(\Phi_i)\} & B_{dw} & (C_d X_d(\Phi_i) + D_u Y_d(\Phi_i))^T \\ B_{dw}^T & -I_{1\times1} & 0_{1\times7} \\ C_d X_d(\Phi_i) + D_u Y_d(\Phi_i) & 0_{7\times1} & -\gamma_\infty^2 I_{7\times7} \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

$$(i = 1, \cdots, 8)$$

以上より, コントローラゲインは式 (12) で与えられる.

$$K_d(\Phi) = Y_d(\Phi)X_d(\Phi)^{-1} \tag{12}$$

6 UKF を用いた摩擦補償

UKF を併用したフィードバックにより外乱である非線形摩擦を抑える. UKF を用いて非線形摩擦を推定し, 推定した摩擦をフィードバックすることにより摩擦補償を行う. 摩擦補償の際に用いた制御システムを図 2 に示す.

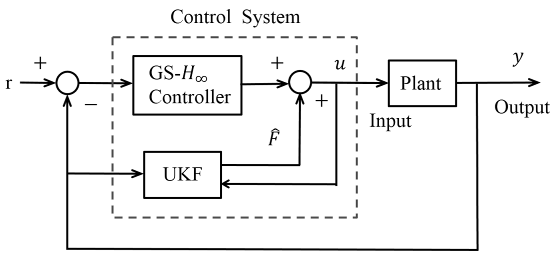

図 2 制御システム

7 シミュレーション

パラメータボックスの上下界を $l = \phi_1 \in [0.1,\ 0.7]$, $\dot{l} = \phi_2 \in [-0.25,\ 0.25]$, $\ddot{l} = \phi_3 \in [-1.5195,\ 1.5195]$ とした. また, 摩擦モデルのパラメータは $f_s = 2.3$, $f_c = 2.2$, $f_v = 6.2$, $f_{cv} = 1000$ とした. H_∞ ノルムを表 1 に, シミュレーション結果を図 3, 図 4 に示す.

表 1 各制御器の H_∞ ノルムの比較

制御器の種類	上界値	シミュレーション (UKF なし)
Robust H_∞	1.9018	1.5104
GS-H_∞	1.6733	1.4684

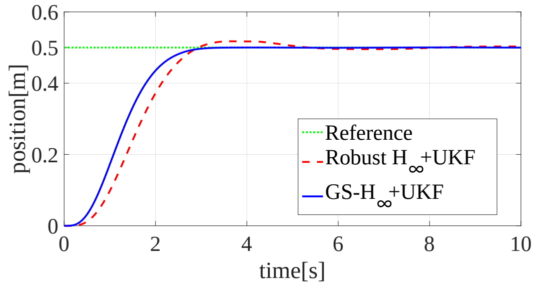

図 3 吊り荷の水平位置 (各制御器の比較)

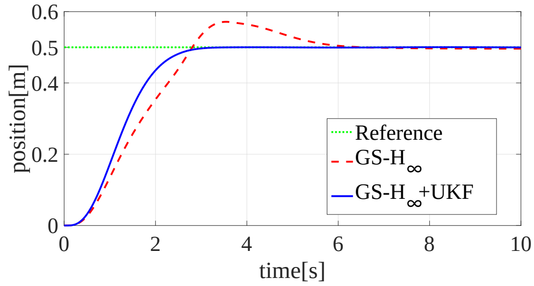

図 4 吊り荷の水平位置 (UKF なし/ありでの比較)

表 1 から, H_∞ ノルム上でゲインスケジュールド H_∞ 制御器が有効であることが分かる. 図 3 から, ロバスト H_∞ 制御器と UKF を用いた場合よりもゲインスケジュールド H_∞ 制御器と UKF を用いた場合の方が目標値への収束が速いことが分かる. 図 4 から, UKF を用いた摩擦補償により摩擦の影響が抑えられていることが分かる.

8 おわりに

シミュレーションにおいて, 設計した制御システムの有効性を示した. 今後, 設計した制御システムを実験機に実装し, シミュレーションとの比較を行う予定である.

参考文献

[1] Tatsuro KUMADA: Adaptive Control for Jib Crane with Nonlinear Uncertainties, Graduate Program of Mechatronics, Graduate School of Science and Engineering, Nanzan University, (2016).

[2] 成田将規, 後呂拓司: ロープ長の速度, 加速度を考慮したジブクレーンのロバスト制御, 南山大学情報理工学部システム創成工学科卒業論文, (2014).