面積誤差を利用したボールスクリューシステムの協調経路制御

2013SE077 勝倉侑生　2013SE259 横山壮太

指導教員：高見勲

1 はじめに

本研究では二軸のボールスクリューシステムに対する経路制御系設計を行う。二軸のボールスクリューシステムの制御においては，X 軸と Y 軸を独立に制御し目標値と応答値の位置誤差を最小化する手法が一般的である．しかしこの手法では移動速度が高速である場合や X 軸と Y 軸の特性が大きく異なっている場合，経路誤差が大きくなってしまう．この問題に対して，独立に構成された X 軸，Y 軸に対して従来の位置誤差に加え経路誤差の評価関数として面積誤差を取り入れる協調経路制御法が提案されている [2][3]．[2] の論文において提案されている面積誤差の定義においては現在における面積誤差のみを評価対象とし，未来の入力とそれに対する応答に関しては考慮されていない．また，[3] の論文おいて提案されている協調経路制御に関しても，X 軸の誤差に対して Y 軸方向入力の補正を行う手法であり片軸のみの補正では目標軌道によっては補正が十分でない場合があり，性能の向上に限度があった．これを踏まえ本論文では未来の入力及びそれに対する応答も考慮した評価指標となるよう面積誤差を定義し，更に X 軸と Y 軸の双方に対して協調経路制御に基づく入力の補正を行うことにより制御性能の向上を図ると共にシミュレーションと実験によりその有用性を確認する．

2 制御対象とモデリング

本研究で使用しているボールスクリューシステムとは，モータと接続されているスクリューとナット内部のボールを回転させることによりモータの回転運動をテーブルの並進運動に変換するものである．制御対象の二軸ボールスクリューを図 1 に示す．

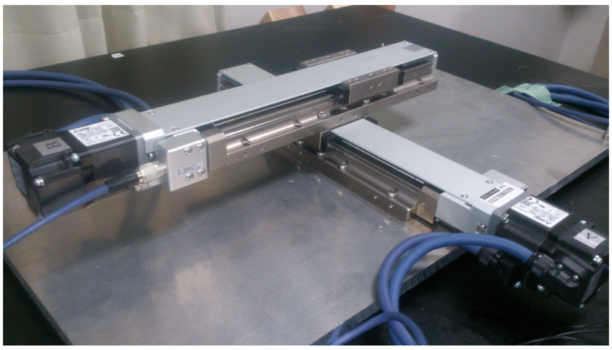

図 1　制御対象

モータの回転角を θ[rad]，テーブルの変位を x[m]，モータからの入力トルクを T[Nm] とすると，モータに関する運動方程式は．

$$J_m\ddot{\theta} = T - R_bK_s(R_b\theta - x) \tag{1}$$

であり，テーブルに関する運動方程式は，モータの回転により軸方向に発生する力を P として，

$$P = M_t\ddot{x} + \sigma_2\dot{x} \tag{2}$$

である．これに摩擦を考慮すると，テーブルに関する運動方程式が以下のように求められる．

$$M_t\ddot{x} = K_s(R_b\theta - x) - \sigma_2\dot{x} - F \tag{3}$$

ここで，回転系の全慣性モーメントを J_m[Nms^2] 直線系ばね定数を K_s[N/m] 直線系の粘性摩擦係数を σ_2[Ns/m]，テーブルの質量を M_t[kg]，ボールねじ定数を R_b[m/rad] とした．テーブルの運動に比べモータの運動が速いことからモータの回転運動の遅れを無視すると，式 (3) より以下の式が得られる．

$$M_t\ddot{x} + \sigma_2\dot{x} = \frac{1}{R_b}T \tag{4}$$

状態変数を $x_p = [x\ \dot{x}]^{\mathrm{T}}$，入力を $u = T$ とする．制御対象の状態空間表現は

$$\begin{aligned} \dot{x_p} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\sigma_2}{M_t} \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_tR_b} \end{bmatrix} u \\ &= A_px_p + B_pu \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_p \\ &= C_px_p \end{aligned} \tag{5}$$

となる．表 1 に制御対象の物理パラメータを示す．

表 1　ボールスクリューの物理パラメータ

J_m	回転系全慣性モーメント	1.147×10^{-5}[Nms^2]
K_s	直線系ばね定数	1×10^{8}[N/m]
σ_2	直線系粘性摩擦定数	1083[Ns/m]
M_t	テーブルの質量	2.988[kg]
R_b	ボールねじ定数	3.184×10^{-4}/[m/rad]

3 制御系設計

3.1 最適サーボシステムの設計

最適サーボシステムを設計する．式 (5) のシステムに対し，評価関数

$$J = \int_0^\infty (x_e^{\mathrm{T}}Q_ex_e + R_eu_e^2)dt \tag{6}$$

を最小化するような積分型コントローラを設計する．ここで Q_e，R_e は重み行列である．

状態変数を $x_e = [x_p\ w]^{\mathrm{T}}$，入力を $u_e = u + d$ とする拡大偏差システムを考える．ここで w は e を偏差として $w = \int_0^t edt$，d は外乱 (摩擦) である．

$$\begin{aligned} \dot{x_e} &= \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix} x_e + \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix} u_e \\ &= A_e x_e + B_e u_e \\ e &= \begin{bmatrix} -C_p & 0 \end{bmatrix} x_e \\ &= C_e x_e \end{aligned} \tag{7}$$

このとき評価関数 J を最小化するようなコントローラゲイン K_e は最適レギュレータ理論により導ける．

3.2　LuGre モデルによる摩擦のモデル化

テーブルの移動の際に発生する非線形な転がり摩擦は位置決め精度を低下させる．シミュレーションを行う際のこの非線形摩擦のモデル化を LuGre モデル [1] を用いて行う．LuGre モデルは物体の接触面における非線形摩擦を剛毛のばねと粘性によるモデルで表現する．この剛毛を利用したモデルを図 2 に示す．

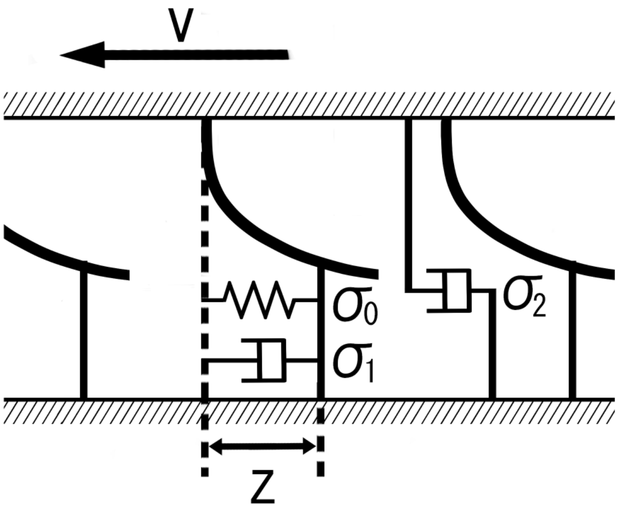

図 2　LuGre モデルの構造

LuGre モデルにより，転がり摩擦 F_L は次のように表せる．ここで v はテーブルの速度，z は剛毛の変位である．

$$F_L = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \tag{8}$$

$$\dot{z} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \tag{9}$$

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|} \tag{10}$$

このときの LuGre モデルのパラメータを以下の表 2 に示す．

表 2　LuGre モデルのパラメータ

剛毛の変位	z[m]
剛毛のばね定数	σ_0[N/m]
剛毛のダンパ定数	σ_1[kg/s]
粘性摩擦係数	σ_2[kg/s]
ストライベック速度	v_s[m/s]
クーロン摩擦	F_c[N]
粘性摩擦	F_s[N]

4　協調経路制御

4.1　経路制御の特徴

二軸のボールスクリューシステムの経路制御を行う場合，各時刻ごとの位置決め制御手法に基づき，各時刻毎の目標値と応答値を一致させ位置誤差を最小化することで結果的に経路制御を行う手法が一般的である．しかし，最終的な応答経路を目標経路に近づけることを経路制御とするならば，各時刻ごとの位置誤差の最小化は経路誤差の最小化に必ずしも繋がる訳ではない．特に目標経路が複雑な場合，位置誤差を最小化する応答軌道は経路誤差を最小化する応答軌道から大きく乖離してしまう．各時刻ごとの位置誤差は最終的な経路誤差とは異なる指標であり，位置誤差は経路誤差を直接評価し得るものではないと言える．当然，完全な位置決め制御は完全な経路制御となり得るが非効率であり，入力に制約があり現実的ではない場合も多い．そこで，経路誤差を直接評価する評価指標として面積誤差を考える [2]．目標軌道と応答軌道の 2 曲線によって作られる面積を面積誤差として，これを評価関数に取り入れる．目標軌道と応答軌道が完全に一致している場合は面積誤差は零であり，一致していない場合は面積誤差が発生する．この面積誤差を最小化する制御を行うことによって経路誤差を直接評価する経路制御を行うことができる．

4.2　評価関数の定式化

面積誤差のモデルを以下の図 3 に示す．

このとき $R(k)$，$P(k)$ は時刻 k における目標値と応答値，$\Delta R(k)$，$\Delta P(k)$ は目標値の変位と応答値の変位，$e(k)$ は時刻 k における位置誤差である．

面積誤差の定義に関する従来法として [2] において，図 3 における $S(k)$ のみを面積誤差として定義する手法が提案されている．しかし，将来的な経路誤差及び最終的な経路誤差を抑制するにはこれに加えて未来で予測される面積誤差も評価及び最小化の対象としたい．そのため，本論文では現在の面積誤差 $S(k)$ に加え，未来の面積誤差 $S(k+1)$ も評価指標として取り込み，これを新たな面積誤差として経路誤差の評価指標とする．図 3 より面積誤差 $S_c(k)$ を以下のように定義する．ここで下付き文字 x，y は各ベクト

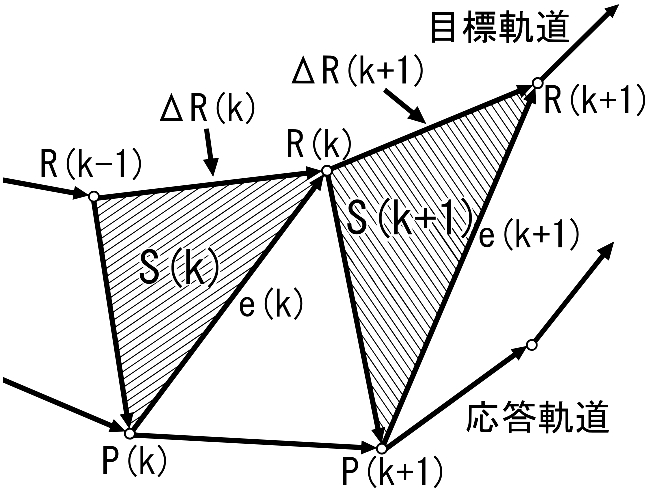

図 3 面積誤差モデル

ルの X 方向成分，Y 方向成分である．

$$
\begin{aligned}
S_c(k) &= s(k) + s(k+1) \\
&= \frac{1}{2}|e(k) \times \Delta R(k)| + \frac{1}{2}|e(k+1) \times \Delta R(k+1)| \\
&= \frac{1}{2}|e_x(k)\Delta R_y(k) - e_y(k)\Delta R_x(k)| \\
&+ \frac{1}{2}|e_x(k+1)\Delta R_y(k+1) - e_y(k+1)\Delta R_x(k+1)|
\end{aligned} \tag{11}
$$

この式 (11) で定義される面積誤差 $S_c(k)$ を経路誤差の評価指標とし，これを最小化する制御系の実装を考える．

4.3 補正入力の導出

本論文では図 3 で与えられる面積誤差に対し，協調経路制御法を用いる．これは，面積誤差の評価指標として J を取り，面積誤差が零のとき J の $P_x(k)$ および $P_y(k)$ による微分が零となることを利用して面積誤差を最小化する目標値を導出するものである．面積誤差の追従値による微分が零となる，すなわち $\frac{\partial J}{\partial P_x(k)} = \frac{\partial J}{\partial P_y(k)} = 0$ となるときの $P_x(k)$ および $P_y(k)$ を面積誤差を最小化する理想的な追従値と考え，この $P_x(k)$ 及び $P_y(k)$ を仮想目標値 $R^*_x(k)$, $R^*_y(k)$ として，この仮想目標値に対して位置決め制御を行う．面積誤差を用いた経路誤差を評価に取り入れるための面積誤差 J を以下のように定義する．

$$
\begin{aligned}
J &= \gamma_1\{e_x(k)\Delta R_y(k) - e_y(k)\Delta R_x(k)\}^2 \\
&+ \gamma_2\{e_x(k+1)\Delta R_y(k+1) - e_y(k+1)\Delta R_x(k+1)\}^2
\end{aligned} \tag{12}
$$

γ_1，γ_2 は面積誤差 $S(k)$ と $S(k+1)$ の重みである．J を $P_x(k)$ 及び $P_y(k)$ で偏微分すると零になる条件より，$\frac{\partial J}{\partial P_x(k)} = 0$ と $\frac{\partial J}{\partial P_y(k)} = 0$ を連立させ，$P_x(k) = R^*_x(k)$, $P_y(k) = R^*_y(k)$ として $R^*_x(k)$，及び $R^*_y(k)$ について解くと $R^*_x(k)$，$R^*_y(k)$ が以下のように定まる．

$$
R^*_x(k) = R_x(k) - \frac{W_x}{D_x} \tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
D_x &= \{\gamma_1\Delta R_y^2(k) + 4\gamma_2\Delta R_y^2(k+1)\} \\
&\times \{\gamma_1\Delta R_x^2(k) + 4\gamma_2\Delta R_x^2(k+1)\} \\
&- \{\gamma_1\Delta R_x(k)\Delta R_x(k)\}^2
\end{aligned} \tag{14}
$$

$$
\begin{aligned}
W_x &= \gamma_1\Delta R_x(k)\Delta R_x(k)[2\gamma_2 e_x(k+1)\Delta R_x(k+1) \\
&\times \Delta R_y(k+1) - \gamma_2\Delta R_x^2(k+1) \\
&\times \{2R_y(k+1) + 2P_y(k-1) - 4R_x(k)\}] \\
&+ \{\gamma_1\Delta R_x^2(k) + 4\gamma_2\Delta R_x^2(k+1)\} \\
&\times 2\gamma_2 e_y(k+1)\Delta R_y(k+1)\Delta R_x(k+1) \\
&- \gamma_2\Delta R_y^2(k+1)\{2R_x(k+1) + 2P_x(k-1) \\
&- 4R_y(k)\}]
\end{aligned} \tag{15}
$$

$$
R^*_y(k) = R_y(k) - \frac{W_y}{D_y} \tag{16}
$$

$$
\begin{aligned}
D_y &= \{\gamma_1\Delta R_x^2(k) + 4\gamma_2\Delta R_x^2(k+1)\} \\
&\times \{\gamma_1\Delta R_y^2(k) + 4\gamma_2\Delta R_y^2(k+1)\} \\
&- \{\gamma_1\Delta R_y(k)\Delta R_y(k)\}^2
\end{aligned} \tag{17}
$$

$$
\begin{aligned}
W_y &= \gamma_1\Delta R_y(k)\Delta R_y(k)[2\gamma_2 e_y(k+1)\Delta R_y(k+1) \\
&\times \Delta R_x(k+1) - \gamma_2\Delta R_y^2(k+1) \\
&\times \{2R_x(k+1) + 2P_x(k-1) - 4R_y(k)\}] \\
&+ \{\gamma_1\Delta R_y^2(k) + 4\gamma_2\Delta R_y^2(k+1)\} \\
&\times 2\gamma_2 e_x(k+1)\Delta R_x(k+1)\Delta R_y(k+1) \\
&- \gamma_2\Delta R_x^2(k+1)\{2R_y(k+1) + 2P_y(k-1) \\
&- 4R_x(k)\}]
\end{aligned} \tag{18}
$$

この $R^*_x(k)$，$R^*_y(k)$ を目標値として通常の位置決め制御を行うことにより面積誤差を最小化する経路制御を行うことができる．この経路制御系の概念図を以下の図 4 に示す．

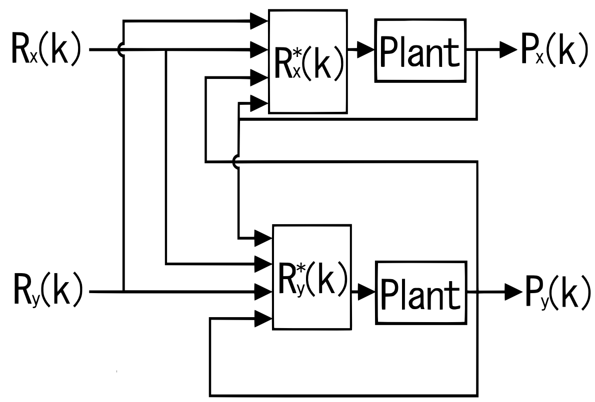

図 4 協調経路制御の概念図

経路制御においては，X 軸方向の目標値 $R^*_x(k)$ には Y 軸方向の目標値，応答値がフィードバックされている．また，Y 軸に関しても同様である．よって本論文におけるした経路制御系は $R^*_x(k)$ と $R^*_y(k)$ を介して X 軸と Y 軸が互い

に協調しているといえる．

5　シミュレーション結果

設計した協調経路制御と従来用いられてきた通常の位置決め制御系を用いて simulink によるシミュレーションを行い，結果を比較する．最適サーボシステムの重み行列と誤差面積の重みを以下のように定める．

$$Q = \mathrm{diag}([10000\ 3000\ 1000000]),\ R = 20$$
$$\gamma_1 = 1.0, \gamma_2 = 5.0$$

目標軌道を 1 周 8[s]，一辺の長さが 1.4×10^{-3}[m] の正方形軌道とする 10[s] の実験を行う．得られたテーブル位置の実験結果を以下の図 5 に示す．グラフより，従来法と比較して提案法が良好な経路制御性能を示していることがわかる．

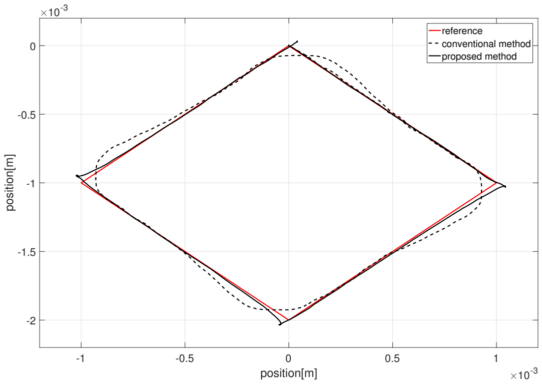

図 5　シミュレーション結果

6　実験結果

設計した協調経路制御と従来用いられてきた通常の位置決め制御系を用いて実験機による実験を行い，結果を比較する．最適サーボシステムの重み行列と誤差面積の重みを以下のように定める．

$$Q = \mathrm{diag}([10000\ 1400\ 500000]),\ R = 20$$
$$\gamma_1 = 1.0, \gamma_2 = 3.0$$

目標軌道を 1 周 8[s]，一辺の長さが 1.4×10^{-3}[m] の正方形軌道とする 10[s] の実験を行う．得られたテーブル位置の実験結果を以下の図 6 に示す．グラフより，従来法では反転部において応答が先端まで到達しておらず，また摩擦の影響により象現突起が大きく発生しており，目標経路と応答経路の間に大きな経路誤差が生じている．対して提案法では位相遅れの増大は見られるものの反転部における象現突起は微小であり，応答は先端部に達している．従来法と比較して目標経路と応答経路の間の経路誤差は小さく，良好な制御性能を示していることがわかる．また、従来法と提案法のシステムへの入力トルクのグラフを以下の図 7，図 8 に示す．グラフより、提案法は従来法に比べ入力トルクが大きいものの，入力トルクの上下界を超えていないことが分かる．

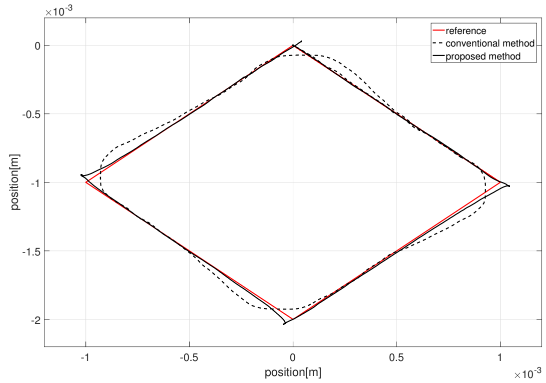

図 6　実験結果

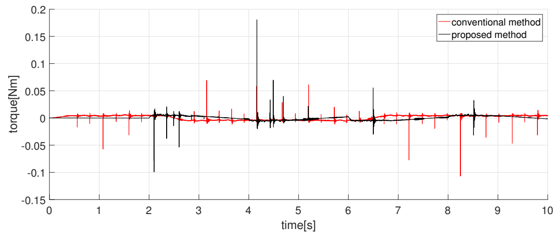

図 7　X 軸方向の入力トルク

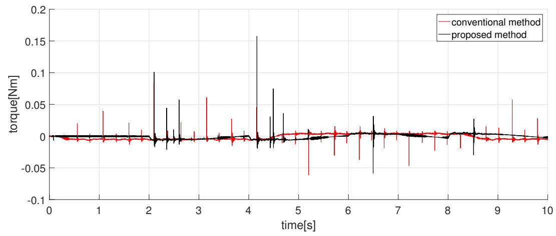

図 8　Y 軸方向の入力トルク

7　おわりに

本研究では経路誤差の評価指標として面積誤差を用いることにより目標軌道への応答性能を高め，更に仮想目標値を介して独立な X 軸と Y 軸を協調させる協調経路制御を行った．これにより誤差発生の抑制，及びその誤差の修正性能の向上を図り，良好な結果を得ることができた．

参考文献

[1] Karl Johan Astrom and Carlos Canudas de Wit : Revisiting the LuGre friction model，IEEE Control Systems，Vol. 28，No. 6，pp. 101-114，2008.

[2] 伊藤 浩司，土谷 武士：面積評価項を含む予見制御系の経路制御への応用，計測自動制御学会論文集，Vol. 25，No. 7，pp. 771-778，1989.

[3] 江上 正，豊田 修，土谷 武士：協調経路制御とそのリニア X-Y テーブルへの応用，電気学会論文誌 D，Vol. 113，No. 12，pp. 1395-1402，1993.