ジブクレーンに対する **Windup** 現象を考慮した非線形最適制御則の設計

2013SE161 大角隼大

指導教員：高見勲

1　はじめに

実際のシステムにおいて，安全性の確保や回路の保護，物理的限界などのため制約が課されることがある．例としては，電気自動車に対するモータの入力電圧の限界や航空機に対するアクチュエータの動作範囲の限界が挙げられる．本論文では，それらの制約の中でも入力制約について扱う．システムが制約を含む場合，制約を考慮せずに制御器の設計を行うことは制御性能の劣化や不安定化につながる．そのため，本論文では安定多様体法 [1] による非線形最適サーボ制御器を実現し，入力制約を考慮した非線形最適サーボ制御器を提案する．提案手法により，入力制約をシステムに含めて考えることで Windup を抑制する効果を期待する．さらに，ジブクレーンに適用し，シミュレーション上で性能を評価する．また，H_∞Anti-Windup 補償器を用いた場合と比較を行う．

2　モデリング

トロリーの位置を ξ，トロリーの質量を m_t，モータ角度からトロリー位置への変換係数を R_c，粘性摩擦係数を c，ジブモータのギア半径を r_t，ネジ周りの慣性モーメントを J_t，ジブモータのギア比を G_t，ジブモータのトルク定数を K_t，ギアボックス効率を η_b，ジブモータのギア効率を η_m とする．ジブクレーンの概略図を図 1 に示す． 本論文では，吊り荷を取り外したジブクレーンについて考える．状態変数を $x = [\xi, \dot{\xi}]^{\mathrm{T}}$，入力電流を $u = i$ とすると状態方程式は以下のように表せる．

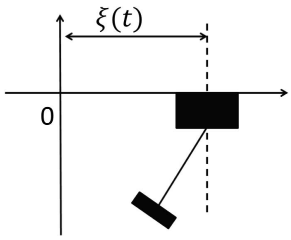

図 1 吊り荷を取り外したジブクレーンの概略図

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\begin{bmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -c/(m_t + J_t R_c^2) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K/(m_t + J_t R_c^2) \end{bmatrix} u$$

ここで，$K = G_t \eta_b \cdot K_t \eta_m \,/\, r_t$ である．

3　安定多様体法による非線形最適サーボ制御則の設計

入力制約を考慮した非線形最適サーボ制御器の設計を行う．

3.1　問題設定

非線形システムを以下のように定義する．

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B \cdot \mathrm{sat}(u), x(0) = x_0 \\ y = Cx \end{cases}$$

ただし,sat(u) は入力飽和を含む．また，入力制約を以下のように定義する．

$$u_{min} \le u \le u_{max}$$

次に，状態変数を $\tilde{x}_e = [\tilde{x}, \tilde{\omega}]^{\mathrm{T}} = [x - x_\infty, \omega - \omega_\infty]^{\mathrm{T}}$, $\tilde{u} = u - u_\infty$ とすると，拡大偏差システムは以下のように表せる．ここで，x の定常値を x_∞，ω の定常値を ω_∞，u の定常値を u_∞，$\omega(0) = \omega_0$ とする．

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_e = A_e \tilde{x}_e + B_e \tilde{u} \\ e = C_e \tilde{x}_e \end{cases}$$

ただし，

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, C_e = \begin{bmatrix} -C & 0 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t e\, dt$$

である．さらに，評価関数 J を以下のように定義する．

$$J = \int_0^\infty (\tilde{x}_e^{\mathrm{T}} Q_e \tilde{x}_e + \tilde{u}^{\mathrm{T}} R_e \tilde{u}) dt, Q_e \ge 0, R_e > 0$$

3.2　安定多様体法の適用

動的計画法を適用して Hamilton-Jacobi 方程式の導出を行う．入力制約を考慮した Hamiltonian :$H_D(\tilde{x}_e, \tilde{u}, p, \lambda)$ は以下のように表せる．

$$H_D(\tilde{x}_e, \tilde{u}, p, \lambda) = p^{\mathrm{T}}(A_e \tilde{x}_e + B_e \tilde{u}) + \tilde{x}_e^{\mathrm{T}} Q_e \tilde{x}_e + \tilde{u}^{\mathrm{T}} R_e \tilde{u} + \lambda \psi(\tilde{u})$$

ただし，

$$\lambda : \begin{cases} \ge 0 & (\psi(\tilde{u}) = 0) \\ = 0 & (\psi(\tilde{u}) < 0) \end{cases}, \psi(\tilde{u}) : \begin{cases} \tilde{u} - u_{max} & (\tilde{u} \le u_{max}) \\ u_{min} - \tilde{u} & (u_{min} \le \tilde{u}) \end{cases}$$

である．ここで，

$$\frac{\partial H_D}{\partial \tilde{u}}(\tilde{x}_e, \tilde{u}, p, \lambda) = 0$$

を解くことで，最適入力 u^* は以下のように求まる．

$$u^* = \begin{cases} u_{max} & (-\frac{1}{2}R_e^{-1}B_e^{\mathrm{T}}p \geq u_{max}) \\ -\frac{1}{2}R_e^{-1}B_e^{\mathrm{T}}p & (u_{min} < -\frac{1}{2}R_e^{-1}B_e^{\mathrm{T}}p < u_{max}) \\ u_{min} & (-\frac{1}{2}R_e^{-1}B_e^{\mathrm{T}}p \leq u_{min}) \end{cases}$$

したがって，Hamilton-Jacobi 方程式 $H_D^{'}(\tilde{x}_e, p)$ は以下のように表せる．

$$H_D^{'}(\tilde{x}_e, p) = p^{\mathrm{T}}(A_e\tilde{x}_e + B_e u^*) + \tilde{x}_e^{\mathrm{T}}Q_e\tilde{x}_e + u^{*\mathrm{T}}R_e u^*$$

さらに，Hamilton 正準方程式は以下のように求まる．

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_e = \partial H_D^{'}(\tilde{x}_e, p)/\partial p \\ \dot{p} = -\partial H_D^{'}(\tilde{x}_e, p)/\partial \tilde{x}_e \end{cases}$$

4 H_∞ 制御理論による Anti-Windup 補償器の設計 [2]

r は目標値，y は観測出力，u_i は制御入力，u はプラントへの入力，w は NomK から出力される信号，$v = [v_1, v_2]^{\mathrm{T}}$ は NomG を修正する信号である．また，ノミナルコントローラは NomK と NomG からなるコントローラである．ここで，$\|u_i - u\| \neq 0$ のとき飽和状態である．Anti-Windup 補償器 (AWC) 設計の目的として $\|v\|_2$ と $\|u_i - u\|_2$ を小さく抑えることを考える．Anti-Windup 補償器を含むシステムを図 2，一般化プラントと Anti-Windup 補償器からなる閉ループ系を図 3 に示す．

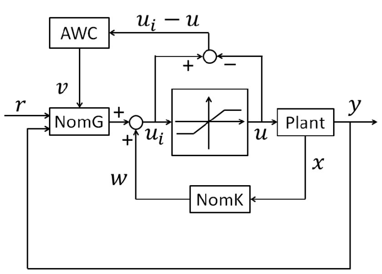

図 2 Anti-Windup 補償器を含むシステム

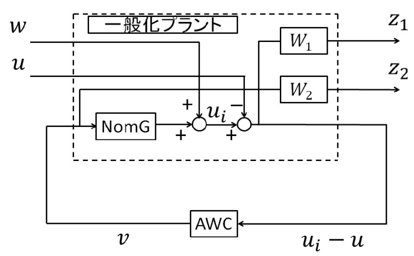

図 3 一般化プラントと Anti-Windup 補償器からなる閉ループ系

5 シミュレーション結果

H_∞ 制御理論による Anti-Windup 補償器を設計するために，ノミナルコントローラとして LQ コントローラを選定する．初期値を $[x(0), \omega(0)]^{\mathrm{T}} = [0, 0.8, -0.002169]^{\mathrm{T}}$，目標値を 0.2[m]，入力制約を $-0.01 \leq u \leq 0.01$，評価関数の重み行列を $Q_e = \mathrm{diag}([1, 0.01, 50])$，$R_e = 0.01$ とする．線形最適サーボ制御器，非線形最適サーボ制御器，Anti-Windup 補償器を付加した制御器に対して比較を行う．結果を図 4，5 に示す．この初期値を実機で実現することは困難であるが，Windup を抑える効果を確認するため選定する．ここで，重み関数 W_1, W_2 は以下ように選定する．

$$W_1 = \frac{5.5}{s+2}, W_2 = \mathrm{diag}([0.1, 0.01])$$

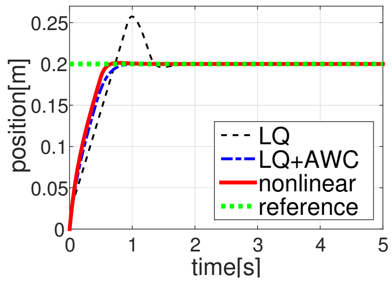

図 4 トロリー位置の応答

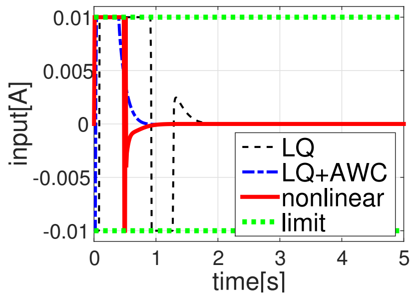

図 5 入力電流の応答

6 おわりに

H_∞ 制御理論による Anti-Windup 補償器の設計，安定多様体法による非線形最適サーボ制御器の設計を行った．提案手法において Windup を抑制する効果の可能性を確認できた．また，提案手法では Anti-Windup 補償器を用いた場合に比べて収束が速いことがわかる．今後の課題として，初期値を実現可能な値にし，吊り荷を加えたジブクレーンシステムに対して提案手法を適用する．また，H_∞ 制御理論による Anti-Windup 補償器との比較を行い，実機での実装を行う．

参考文献

[1] N. Sakamoto and A. J. van der Schaft: Analytical approximation methods for the stabilizing solution of the Hamilton-Jacobi equation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.53, No.10, pp.2335-2350, 2008.

[2] 山岸聡，坂本登，佐藤昌之：非線形最適制御による PIO を防止する飛行制御系設計，日本航空宇宙学会論文集，Vol.62，No.1，pp.1-8，2013.