

# クアッドコプタのモデル化とシミュレーション

2013SE003 天野佑耶

指導教員：大石泰章

## 1 はじめに

無人航空機であるマルチコプタは、上空からの写真や、動画の撮影、人が立ち入ることが困難な場所での調査活動などホビーからビジネスまで様々な場面で使われている。さらに、宅配物の運搬を目指した実験が行われるなど、今後ますますの活躍が期待されている。しかし、マルチコプタは不安定なシステムであり、その研究において、シミュレーションを欠かすことはできない。

本研究では、クアッドコプタの制御のためにモデルを導出し、その振る舞いのシミュレーションを行うことを目的とする。

## 2 モデルの導出

図1, 図2に示すクアッドコプタについてモデルの導出を行う。

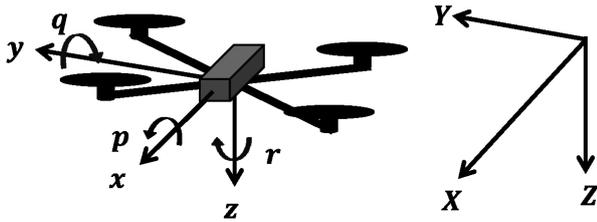


図1 クアッドコプタの概略図

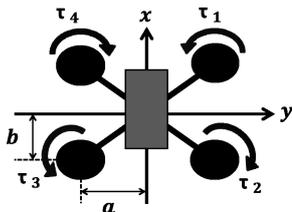


図2 上面図

機体座標系は機体の重心を原点とし、その  $x$  軸は機体の正面方向を正として、 $y$  軸は機体を上から見たとき機体の正面方向から時計回りに  $90^\circ$  の向きを正として、 $z$  軸は機体に対して下向きを正として取る。絶対座標系  $(X, Y, Z)$  は、右手系の直交座標系を  $Z$  軸が鉛直下向きになるように取る。ロータの中心は  $x$  座標、 $y$  座標がそれぞれ  $(b, a), (-b, a), (-b, -a), (b, -a)$  の位置にあるものとする。それぞれのロータが生成するトルクを順に  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ 、各ロータが生成する揚力はロータトルク  $\tau_i$  に比例するものとし、その比例定数を  $k$  とする。また、各ロータが生成する反トルクはロータトルク  $\tau_i$  に比例するものとし、その比例定数を  $Q$  とする。

モデルの導出に用いる記号を表1に示す。

表1 記号表

記号	意味
$(X, Y, Z)$	絶対座標系
$(x, y, z)$	機体座標系
$M$	質量
$g$	重力加速度
$\phi, \theta, \psi$	ロール角, ピッチ角, ヨー角
$p, q, r$	機体角速度
$\tau_i (i = 1, 2, 3, 4)$	ロータトルク
$k$	揚力係数
$Q$	反トルク係数
$a, b$	ロータ軸から機体の中心までの距離
$J_x$	$x$ 軸周りの回転の慣性モーメント
$J_y$	$y$ 軸周りの回転の慣性モーメント
$J_z$	$z$ 軸周りの回転の慣性モーメント

文献 [1], [2] をもとにモデルの設計を行う。まず、クアッドコプタの並進運動の運動方程式について考える。運動方程式は次のように表される：

$$M \begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} k \sum \tau_i + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Mg \end{pmatrix}.$$

ただし、 $|\phi| < 90^\circ$ ,  $|\theta| < 90^\circ$  とする。これは、機体が地面に対して垂直にならないことを意味する。この式より、機体の並進運動は、現在の機体の姿勢角と揚力の総和によって決まることが分かる。次に、回転運動の運動方程式は次のように表される：

$$\begin{pmatrix} J_x \dot{p} \\ J_y \dot{q} \\ J_z \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & J_y r & -J_z q \\ -J_x r & 0 & J_z p \\ J_x q & -J_y p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -ak & -ak & ak & ak \\ bk & -bk & -bk & bk \\ Q & -Q & Q & -Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}.$$

この式より、機体の回転運動は各軸周りの角速度と、揚力、反トルクによって決まることが分かる。さらに、角速度  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\psi}$  が得られれば、これらを積分することによって姿勢角  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  が得られる。

### 3 シミュレーション

シミュレーションに用いる物理パラメータは以下の通りである：

$$\begin{aligned} M &= 0.50[\text{kg}], \\ g &= 9.8[\text{m/s}^2], \\ a &= 0.16[\text{m}], \\ b &= 0.10[\text{m}], \\ k &= 1.0, \\ Q &= 1.0. \end{aligned}$$

さらに、クアッドコプタを一様な一枚の板と仮定し、機体座標系の  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸回転の慣性モーメントを

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{3}Ma^2, \\ J_y &= \frac{1}{3}Mb^2, \\ J_z &= \frac{1}{3}M(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

とする。ロータトルク  $\tau_i$  は任意に与えることができるものとする。  $H = 10[\text{s}]$  として、ロータトルクベクトル  $(\tau_1 \tau_2 \tau_3 \tau_4)^T$  を次のように周期的に変化させる：

$$\begin{aligned} &\frac{Mg}{4} (1.3 \ 1.3 \ 1.0 \ 1.0)^T \left( nH \leq t < nH + \frac{H}{4} \right), \\ &\frac{Mg}{4} (1.0 \ 1.0 \ 1.3 \ 1.3)^T \left( nH + \frac{H}{4} \leq t < nH + \frac{3H}{4} \right), \\ &\frac{Mg}{4} (1.3 \ 1.3 \ 1.0 \ 1.0)^T \left( nH + \frac{3H}{4} \leq t < nH + H \right), \end{aligned}$$

ただし、 $n$  は 0 以上の整数である。

以上の条件でシミュレーションを行った結果を図 3, 図 4, 図 5, 図 6 に示す。

シミュレーション結果から、 $p$  に対応して  $\phi$  が変化していることが見てとれる。さらに、 $y$  軸負の方向に移動していることが分かる。この結果は直感にも合うので、妥当なシミュレーションができたと言える。

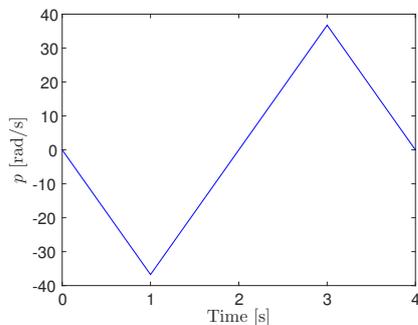


図 3  $x$  軸周りの角速度  $p$  のシミュレーション結果

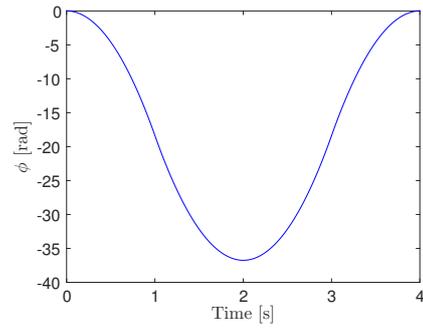


図 4 ロール角  $\phi$  のシミュレーション結果

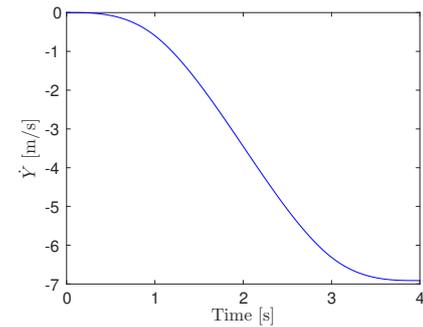


図 5 速度  $\dot{Y}$  のシミュレーション結果

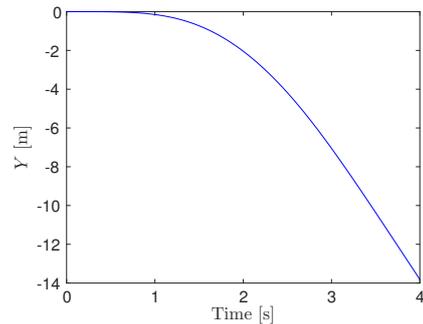


図 6 位置座標  $Y$  のシミュレーション結果

### 4 おわりに

本研究ではクアッドコプタの数式モデルを得るとともに、シミュレーションを行い、機体の角速度、角度、速度、位置を得ることに成功した。今後の課題としては、機体の位置や角度を制御するための制御器を設計することがあげられる。

#### 参考文献

- [1] 早川, 加藤, 山田:『4 ロータ小型ヘリコプタの外乱推定器に基づく位置制御』, 第 3 回計測自動制御学会制御部門, 2016.
- [2] 松藤, 大石, 金城, 外本:『クアッドコプターの位置・姿勢運動に対するロバスト制御』, ロボティクス・メカトロニクス講演会講演概要集, 2013.