

アクティブサスペンションのゲインスケジューリング制御

2013SE134 中野 裕貴 2013SE156 岡田 光明

指導教員：陳 幹

1 はじめに

これまでにアクティブサスペンションでは乗り心地や操縦安定性の改善がされており、一定車速においての研究は広く行われている [1]。しかし、実際の自動車は一定車速では走行せず車速を変化させて走行している。そのため車速による路面入力に対する車両の挙動が変化し、一定車速を想定して設計された制御器が異なる車速に適用した場合に、性能の悪化、さらには不安定な挙動が発生する可能性がある。鈴木らは、車速の違いが路面外乱による車両挙動変化に及ぼす影響を考慮した制御系設計を行うために、前後の車輪の間で起きる時間差の伝達関数である $e^{-\tau s}$ に 1 次のパデ近似を行い、状態空間表現で表している [2]。そして車両モデルの状態方程式と組み合わせて車速をパラメータとする線形パラメータ変動 (LPV) 系を導出し、ゲインスケジューリング制御を行っている [2]。本研究では、前後の車輪の間で起きる時間差の伝達関数である $e^{-\tau s}$ を近似精度を上げるため 2 次でパデ近似を行う。しかし、その際に変動パラメータである車速 V の 2 乗項が存在し、制御器設計を行う上で難しさが存在する。そのため、変動パラメータである車速 V の 2 乗項を線形分数変換 (LFT) を用いて線形項で取り出し、車速をパラメータとする線形パラメータ変動 (LPV) 系を導出する。また、導出した LPV 系を用いてパラメータ依存リアプノフ関数に基づくゲインスケジューリング制御器を設計し、シミュレーションと実験より比較し、車体の上下加速度とピッチ角加速度の振動低減において提案手法の有用性を検証する。

2 モデリング

2.1 制御対象

本研究のアクティブサスペンション 1/2 車両モデルの概略図を図 1 に示し、物理パラメータを表 1 に示す [3]。

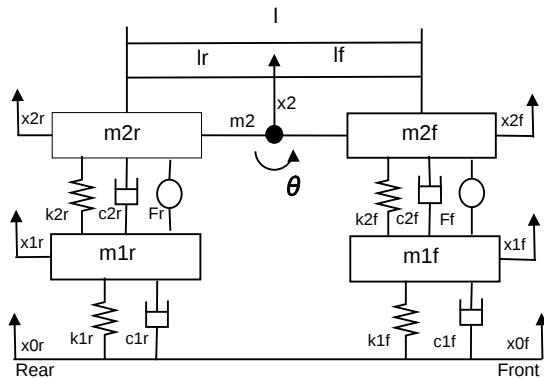


図 1 アクティブサスペンション 1/2 車両モデル

表 1 物理パラメータ

パラメータ名	値	単位
前輪・前車体間のバネ係数	$k_{2f} = 970$	[N/m]
後輪・後車体間のバネ係数	$k_{2r} = 970$	[N/m]
路面・前輪間のバネ係数	$k_{1f} = 2717$	[N/m]
路面・後輪間のバネ係数	$k_{1r} = 2717$	[N/m]
前車体の質量	$m_{2f} = 2.45$	[kg]
後車体の質量	$m_{2r} = 2.45$	[kg]
前輪の質量	$m_{1f} = 1$	[kg]
後輪の質量	$m_{1r} = 1$	[kg]
路面・前輪間のダンパ係数	$c_{1f} = 5$	[Ns/m]
路面・後輪間のダンパ係数	$c_{1r} = 5$	[Ns/m]
前輪・前車体間のダンパ係数	$c_{2f} = 7.5$	[Ns/m]
後輪・後車体間のダンパ係数	$c_{2r} = 7.5$	[Ns/m]
車体の長さ	$l = 3$	[m]

1/2 車両モデルでの前輪の路面変位を x_{0f} [m]、後輪の路面変位を x_{0r} [m]、前輪の変位を x_{1f} [m]、後輪の変位を x_{1r} [m]、前輪アクチュエータの入力を F_f [N]、後輪アクチュエータの入力を F_r [N]、前車体の変位を x_{2f} [m]、後車体の変位を x_{2r} [m]、車体の変位を x_2 [m]、車体のピッチ角を θ [rad]、車体の慣性モーメントを J [kgm²] とする [3]。

2.2 運動方程式の導出

前輪の変位 x_{1f} 、後輪の変位 x_{1r} 、車体の変位 x_2 、車体のピッチ角 θ に対する運動方程式を以下の式 (1) から式 (4) に示す。

$$\begin{aligned} m_{1f}\ddot{x}_{1f} = & -k_{1f}(x_{1f} - x_{0f}) - c_{1f}(\dot{x}_{1f} - \dot{x}_{0f}) \\ & + k_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) + c_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) - F_f \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} m_{1r}\ddot{x}_{1r} = & -k_{1r}(x_{1r} - x_{0r}) - c_{1r}(\dot{x}_{1r} - \dot{x}_{0r}) \\ & + k_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) + c_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) - F_r \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (m_{2f} + m_{2r})\ddot{x}_2 = & -k_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) - c_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) \\ & + -k_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) - c_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + F_f + F_r \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} = & l_f(-k_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) - c_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) + F_f) \\ & - l_r(-k_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) - c_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + F_r) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、車体の慣性モーメント J は以下の式 (5) とする。

$$J = m_{2f}l_f^2 + m_{2r}l_r^2 \quad (5)$$

x_{2f} 、 x_{2r} には非線形項である $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ がある。それらの項を線形化するため、 $\sin \theta \simeq \theta$ 、 $\cos \theta \simeq 1$ と近似する。

よって, $\ddot{x}_{2f}$, $\ddot{x}_{2r}$ は以下の式 (6), (7) になる.

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{2f} &\simeq \ddot{x}_2 + l_f \ddot{\theta} \\ &= -\frac{k_{2f}}{m_{2f}}(x_{2f} - x_{1f}) - \frac{c_{2f}}{m_{2f}}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) + \frac{1}{m_{2f}}F_f\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{2r} &\simeq \ddot{x}_2 - l_r \ddot{\theta} \\ &= -\frac{k_{2r}}{m_{2r}}(x_{2r} - x_{1r}) - \frac{c_{2r}}{m_{2r}}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + \frac{1}{m_{2r}}F_r\end{aligned}\quad (7)$$

2.3 車両モデルの状態方程式

本研究のアクティブサスペンション 1/2 車両モデルの状態方程式は状態変数 $x(t)$, 外乱 $w(t)$, 制御入力 $u(t)$ を式 (8)~(10) とする.

$$x(t) = [x_{1f} - x_{0f} \ x_{1r} - x_{0r} \ x_{2f} - x_{1f} \ x_{2r} - x_{1r} \ \dot{x}_{1f} \ \dot{x}_{1r} \ \dot{x}_{2f} \ \dot{x}_{2r}]^T \quad (8)$$

$$w(t) = [\dot{x}_{0f} \ \dot{x}_{0r}]^T \quad (9)$$

$$u(t) = [F_f \ F_r]^T \quad (10)$$

よって, 車両モデルの状態方程式は式 (11) となる.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \quad (11)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{1f}}{m_{1f}} & 0 & \frac{k_{2f}}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & -\frac{k_{1r}}{m_{1r}} & 0 & \frac{k_{2r}}{m_{1r}} \\ 0 & 0 & -\frac{k_{2f}}{m_{2f}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{2r}}{m_{2r}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -\frac{c_{1f}+c_{2f}}{m_{1f}} & 0 & \frac{c_{2f}}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & -\frac{c_{1r}+c_{2r}}{m_{1r}} & 0 & \frac{c_{2r}}{m_{1r}} \\ \frac{c_{2f}}{m_{2f}} & 0 & -\frac{c_{2f}}{m_{2f}} & 0 \\ 0 & \frac{c_{2r}}{m_{2r}} & 0 & -\frac{c_{2r}}{m_{2r}} \end{bmatrix}$$

$$B_w = [B_{w1} \ B_{w2}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_{1f}}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & \frac{c_{1r}}{m_{1r}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_{1r}} \\ \frac{1}{m_{2f}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{2r}} \end{bmatrix}$$

2.4 前輪と後輪間の時間差 (むだ時間)

前後の車輪が同じ路面を走行した場合, 前輪の路面入力に対して, 後輪の路面入力に $\tau = \frac{l_f + l_r}{V}$ [s] の時間差 (むだ時間) が存在する [2]. 時間差を伝達関数で表現すると $e^{-\tau s}$ になる. 2 次でパデ近似した伝達関数を式 (12) に示す.

$$e^{-\tau s} \simeq \frac{12 - 6\tau s + \tau^2 s^2}{12 + 6\tau s + \tau^2 s^2} \quad (12)$$

前輪の路面変位 x_{0f} に対する後輪の路面変位 x_{0r} の時間差を表現した伝達関数の状態空間表現を, 車速 V に対する LPV 系で定義する. 状態変数を式 (13) とする.

$$x_{dr} = \begin{bmatrix} x_{dr1} \\ x_{dr2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

時間差を表現した伝達関数の車速 V に対する LPV 系状態空間表現を式 (14) に示す.

$$\begin{cases} \dot{x}_{dr} = A_{fr}(V)x_{dr} + B_{fr}\dot{x}_{0f} \\ \dot{x}_{0r} = C_{fr}(V)x_{dr} + D_{fr}\dot{x}_{0f} \end{cases} \quad (14)$$

時間差の状態方程式 (14) と路面外乱が独立で入力される車両モデルの状態方程式 (11) を組み合わせることにより制御器設計において車速を考慮する. 組み合わせ得られる状態方程式の状態変数を式 (15) とする.

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_{dr} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式 (11) と式 (14) で組み合わせ得られた状態方程式を式 (16) に示す.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}_w \dot{x}_{0f}(t) + \tilde{B}_u u(t) \quad (16)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B_{w2}C_{fr}(V) \\ 0 & A_{fr}(V) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_w = \begin{bmatrix} B_{w1} + B_{w2} \\ B_{fr} \end{bmatrix}, \tilde{B}_u = \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix}$$

3 制御器設計

変動パラメータである車速 V とその変化速度 $\dot{V}$ の上下界を頂点としたパラメータボックスを以下で定義する.

$$\lambda_1 = V, \lambda_2 = \dot{V} \quad (17)$$

$$\Lambda = \{\lambda = [\lambda_1, \lambda_2]^T : \lambda_i \in \{\underline{\lambda}_i, \bar{\lambda}_i\}\} (i = 1, 2) \quad (18)$$

3.1 線形分数変換 (LFT)

時間差の状態方程式 (14) と路面外乱が独立で入力される車両モデルの状態方程式 (11) から拡大系が導出された際に, 行列 $\tilde{A}$ の項には V^2 が存在する. パラメータ依存リアプノフ関数を用いる際に, LMI 条件を変動パラメータに対してアフィンにするために線形化する. そのため, 行列

$\tilde{A}$ に対して線形分数変換 (LFT) を行う. LFT 形式のスケジューリングパラメータ Δ を式 (19) として与え, 行列 $\tilde{A}$ を Δ を用いて式 (20) と表す [4].

$$\Delta = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1) \quad (19)$$

$$\tilde{A}(\lambda) = A_n + B_\delta \Delta C_\delta \quad (20)$$

式 (16) と等価なシステムは式 (21) で表現できる.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A_n \tilde{x} + B_\delta w_\delta + \tilde{B}_w \dot{x}_{0f}(t) + \tilde{B}_u u \\ z_\delta = C_\delta \tilde{x} \\ w_\delta = \Delta z_\delta \end{cases} \quad (21)$$

ここでディスクリプタ変数を式 (22) と与える.

$$x_d = [\tilde{x} \ z_\delta]^T \quad (22)$$

行列 $\tilde{A}$ を線形分数変換を行った後のシステムは式 (23) となる.

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d(\lambda) x_d(t) + B_{wd} \dot{x}_{0f}(t) + B_{du} u(t) \quad (23)$$

$$E_d = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_d = A_{d0} + \lambda_1 A_{d1} = \begin{bmatrix} A_n & B_\delta \Delta \\ C_\delta & -I \end{bmatrix}$$

$$B_{wd} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_w \\ 0 \end{bmatrix}, B_{ud} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_u \\ 0 \end{bmatrix}$$

4 LMI 定式化

本研究では, 得られた線形システムに対して状態フィードバック形式のコントローラ $u(t) = K_d(\lambda) x_d(t)$ を用いる. $z(t)$ を評価出力とした評価関数 $\|G_d\|$ を式 (24) と与える [5].

$$\|G_d\|_2^2 = \int_0^\infty z(t)^T z(t) dt \quad (24)$$

$$z(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (25)$$

行列 E_d の構造を考慮してリアプノフ行列 $X_d(\lambda)$, 変換行列 $Y_d(\lambda)$, 状態フィードバックゲイン $K_d(\lambda)$ を以下のように定義する.

$$X_d(\lambda) = X_{d0} + \lambda_1 \begin{bmatrix} X_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$Y_d(\lambda) = [Y(\lambda) \ 0], K_d(\lambda) = [K(\lambda) \ 0] \quad (27)$$

行列 $A_d(\lambda)$, $X_d(\lambda)$, $Y_d(\lambda)$ はアフィンであり, パラメータボックス頂点 $\Lambda_p (p = 1, 2, 3, 4)$ で端点行列として表現できる. 変動する車速 V に対しては行列ポリトープ表現を用いてロバスト性を保証する. H_2 性能を満たす LMI 条件は式 (28)~(31) である. ただし, $T_d(\Lambda_p) = \text{diag}(X(\Lambda_p), 0)$ とする.

$$X(\Lambda_p) > 0 \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} He\{(A_d(\Lambda_p)X_d(\Lambda_p) + B_d Y_d(\Lambda_p))\} - T_d(\Lambda_p) \\ C_d X_d(\Lambda_p) + D_d Y_d(\Lambda_p) \\ (C_d X_d(\Lambda_p) + D_d Y_d(\Lambda_p))^T \\ -I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} W & \tilde{B}_w^T \\ \tilde{B}_w & X(\Lambda_p) \end{bmatrix} \succ 0 \quad (30)$$

$$\text{trace}(W) < \gamma^2 \quad (31)$$

$$\Lambda_1 = (\overline{\lambda_1}, \overline{\lambda_2}), \Lambda_2 = (\overline{\lambda_1}, \underline{\lambda_2}), \Lambda_3 = (\underline{\lambda_1}, \overline{\lambda_2}), \Lambda_4 = (\underline{\lambda_1}, \underline{\lambda_2})$$

となる. したがって, これらの LMI 条件を解くことによって導出される状態フィードバック形式のコントローラ $K_d(\lambda)$ は式 (32) となる.

$$K_d(\lambda) = [Y(\lambda)X(\lambda)^{-1} \ 0] \quad (32)$$

5 実験結果

5.1 シミュレーション結果との比較

シミュレーション結果と実験結果の比較を行う. 制御しているときをアクティブ系とし, 車速 V が 100[km/h] 一定の場合において, 車体の上下加速度, ピッチ角加速度のグラフをそれぞれ図 (2), (3) に示す.

車体の上下加速度はシミュレーション結果よりも実験結果のほうが振幅の最大値が抑えられ, 収束時間は早くなっている. また, 車体のピッチ角加速度においてもシミュレーション結果よりも実験結果のほうが振幅の最大値が抑えられ, 収束時間は早くなっている.

5.2 1 次のパデ近似と 2 次のパデ近似での比較

1 次のパデ近似を用いて設計したゲインスケジューリング制御器, 2 次のパデ近似を用いて設計したゲインスケジューリング制御器のそれぞれを用いた際の結果と制御していないときのパッシブ系で比較を行う. 車速 V が 100[km/h] 一定の場合において, 車体の上下加速度, ピッチ角加速度のグラフをそれぞれ図 (4), (5) に示す.

1 次, 2 次のパデ近似を用いたアクティブ系の両方ともパッシブ系よりも, 車体の上下加速度は振幅の最大値が抑えられている. また, 車体のピッチ角加速度においても振幅の最大値が抑えられている.

2 次のパデ近似を用いたアクティブ系は 1 次のパデ近似を用いたアクティブ系よりも, 車体の上下加速度では振幅の最大値が抑えられ, 収束時間は遅くなっている. また, 車体のピッチ角加速度では振幅の最大値が大きく, 収束時間は遅くなっている.

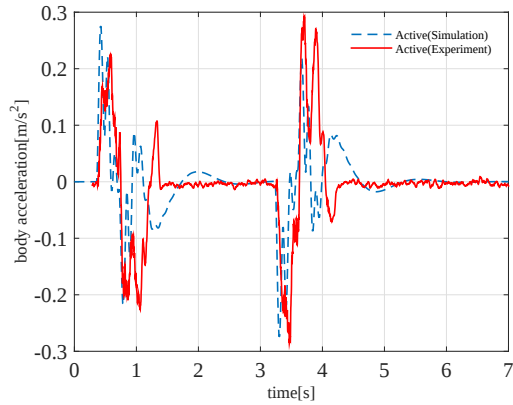


図2 車体の上下加速度

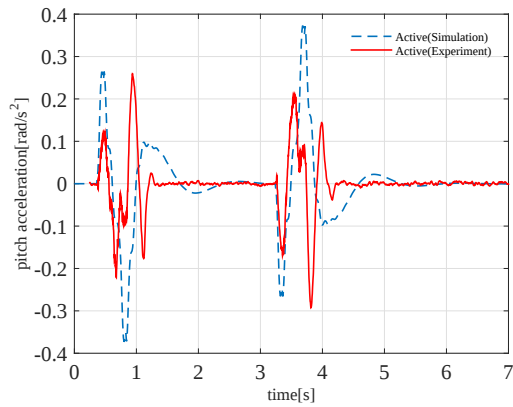


図3 車体のピッチ角加速度

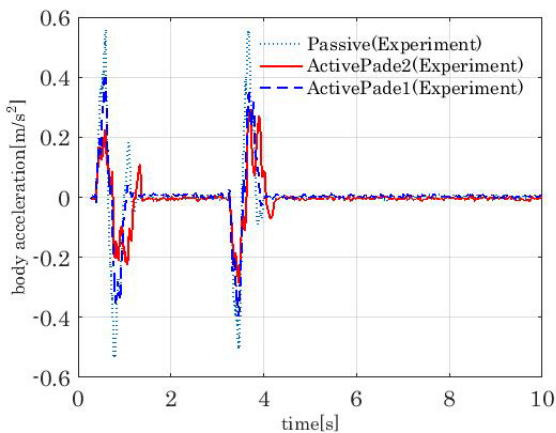


図4 車体の上下加速度

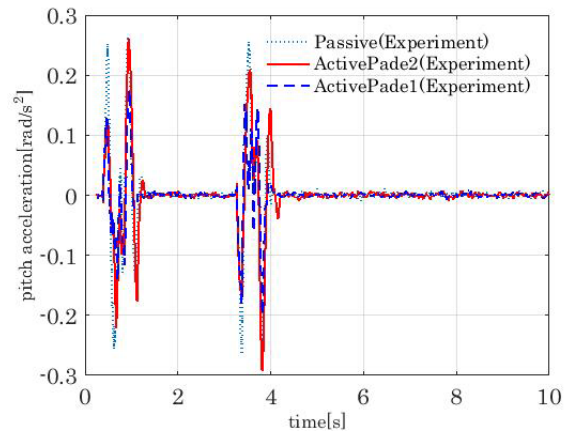


図5 車体のピッチ角加速度

6 おわりに

今回は前後の車輪の間で起こる時間差の伝達関数を2次のパデ近似で表現し、制御器設計を行う上で生じる難しさを線形分数変換 (LFT) を用いて改善しパラメータ依存リアプノフ関数に基づく制御器を設計し実験を行った。しかし、今回想定していた路面の傾斜が緩やかだったため振動の振幅が小さくなっている。そのため、前後車体の上下加速度のセンサーからノイズの影響をより受けてしまい、シミュレーション結果との差がみられたと考えられる。また、1次のパデ近似を用いたアクティブ系と2次のパデ近似を用いたアクティブ系と比較したが、2次のパデ近似を用いたことで性能が向上したとはいえない。今後の課題としてはより傾斜を急にして実験機を振動させて制御を行う必要がある。

参考文献

- [1] 高橋 克也, 宇野 達貴, “アクティブサスペンションの混合 H_2/H_∞ 制御 -時間応答と周波数応答の最適化アプローチ-”, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2016.
- [2] 鈴木 卓馬, 高橋 正樹, “車速による車両ダイナミクスの変化を考慮した自動車用アクティブサスペンションの制御系設計”, 日本機械学会論文集 (C 編) 78 巻 786 号, 2012-2, pp. 98-113.
- [3] T. Toda, K. Suzuki, G. Chen and I. Takami, “Robust Control of Active Suspension -Improvement of Ride Comfort and Driving Stability Using Half Car Model-”, SICE Annual Conference 2015, 2015, pp. 690-695.
- [4] 陳 幹, 柴田 浩, “ディスクリプタ表現の冗長性を利用したシステム解析”, システム/制御/情報, システム制御情報学会誌, 47-5, pp. 211-216, 2003.
- [5] 蛭原 義雄, “LMI によるシステム制御 ロバスト制御系設計のための体系的アプローチ”, 森北出版株式会社, 2012, pp. 101-107.