

# LEGO MINDSTORMS を用いた PID 制御によるビジュアルフィードバック制御

2012SE270 渡邊 亮二

指導教員：高見 勲

## 1 はじめに

ビジュアルサーボとは閉ループ内にカメラを組み込んだ制御機構であり、カメラからの視覚情報を利用して制御をすることである。本稿の目的としては、カメラを搭載した LEGO MINDSTORMS(以下 LEGO と略称) の前方に色のついた観測物体(赤いボール)を置き、カメラで色を感知しその物体に近づくことである。色を感知する方法としては、画像処理ソフト「opencv」を用いて行う。今回用いる LEGO MINDSTORMS とは LEGO 社と MIT により共同開発された教育用ロボットである。実験には、EV3 という型を用いる。制御手法としては PID 制御を考える。またカメラの光軸上にボールを位置するようにカメラは固定してあるので、画像上において観測物体は水平方向にしか動かない。

## 2 モデリング

### 2.1 座標系, 変数の説明

座標系をベース座標(B), レゴ座標(L), カメラ座標(C)の三つを定義する。また、変数の左上の添え字が座標系、右下の添え字が注目対象を表している。例えば、 $B_{y_b}$  の場合、ベース座標系からみたボールの  $y$  座標を示している。また、右下の添え字  $l, r$  はそれぞれ「左車輪, 右車輪に対するもの」という意味であり、変数の上のドットの数が時刻  $t$  による微分の回数を示している。

### 2.2 制御対象のモデル

図1に制御対象のモデルを示す。制御対象の重心の位置

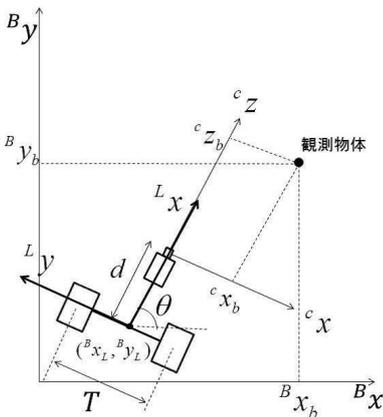


図1 制御対象のモデル

を  $(B_{x_L}, B_{y_L})$ ,  $B_x$  軸からの回転角を  $\theta$ , またベース座標系からみた観測物体の位置を  $(B_{x_b}, B_{y_b})$ , カメラ座標系からみた位置を  $(c_{x_b}, c_{z_b})$  とする。そして制御対象の重心からカメラのレンズまでの距離を  $d$ , 車輪間隔を  $T$  とする。

### 2.3 カメラの数式モデル

図2にカメラ, 観測物体, 仮想的な画像平面の関係を示す[1].  $u_0$  および  $v_0$  は画像中央の位置であり,  $u$  は画像上で

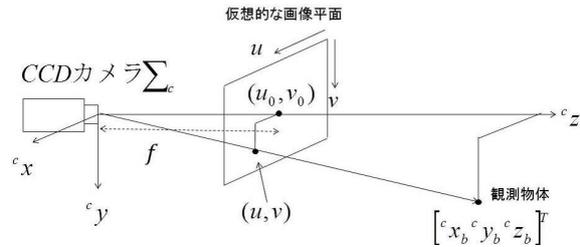


図2 カメラモデル (side)

の観測物体の位置である." $u$ " を特徴点と呼ぶ.  $f$  は焦点距離を表している. 焦点距離の単位を [pixel] に変換し, 図2より, 式(1)が導かれる.

$$\frac{c_{x_b}}{c_{z_b}} = \frac{u - u_0}{f} \quad (1)$$

### 2.4 独立二輪駆動型移動体の運動

LEGO MINDSTORMS は独立二輪駆動型と呼ばれるものである。独立二輪駆動型の運動の特性について以下に示す。(ただし,  $v, \omega$  はそれぞれ車体の並進速度, 回転速度である。) [2].

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_w}{2} & \frac{R_w}{T} \\ \frac{R_w}{T} & -\frac{R_w}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} \quad (2)$$

### 2.5 LEGO とカメラとの関係

$B_x$  軸からのカメラの回転角を  $\theta_c$  とすると, 幾何学的な関係から時刻  $t$  で微分することにより, 以下のような関係が導かれる.

$$\begin{bmatrix} B\dot{x}_c \\ B\dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \sin \theta \\ 0 & 1 & d \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B\dot{x}_L \\ B\dot{y}_L \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 2.6 制御対象の運動モデル

ラグランジュの運動方程式より, 制御対象の運動モデルは以下ようになる [3]. ただし,  $M$  は制御対象の質量 [kg],  $R_w$  は車輪の半径 [m],  $J_b$  は制御対象の慣性モーメント,  $\theta$  は車輪の回転角度 [rad],  $K_t$  はトルク定数,  $K_b$  は逆起電力定数,  $R$  は抵抗 [ $\Omega$ ],  $V$  は電圧 [V] とする.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_r \\ \ddot{\theta}_l \end{bmatrix} = \delta^{-1} \alpha^{-1} \beta \begin{bmatrix} V_r \\ V_l \end{bmatrix} - \delta^{-1} \alpha^{-1} \gamma \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} M + \frac{2J_w}{R_w^2} & 0 \\ 0 & J_b + \frac{TJ_w}{R_w^2} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \frac{K_t}{RR_w} & \frac{K_t}{RR_w} \\ \frac{K_t T}{2RR_w} & -\frac{K_t T}{2RR_w} \end{bmatrix}$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} \frac{K_t K_b}{RR_w} & \frac{K_t K_b}{RR_w} \\ \frac{TK_t K_b}{2RR_w} & -\frac{TK_t K_b}{2RR_w} \end{bmatrix}, \delta = \begin{bmatrix} \frac{R_w}{T} & \frac{R_w}{T} \\ \frac{R_w}{T} & -\frac{R_w}{T} \end{bmatrix}$$

### 3 制御系設計

以下  $\dot{\theta}_w = [\dot{\theta}_r, \dot{\theta}_l]^T$  とする. 式 (2) より,  $V = [v, \omega]$  としたとき,  $V$  を次のように表す.

$$V = J_{Vw} \dot{\theta}_w \quad (5)$$

#### 3.1 画像中における注目対象の速度とカメラの動きとの関係

カメラ座標系から見た観測物体の速度の関係と式 (1) より,  $\dot{u}$  と  $[c\dot{x}, c\dot{z}, \dot{\theta}_c]$  との関係は次式で表される. ただし,  $u - u_0 = \tilde{u}$  である.

$$\dot{u} = \begin{bmatrix} -\frac{f}{c_{z_b}} & \frac{\tilde{u}}{c_{z_b}} & f + \frac{\tilde{u}^2}{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\dot{x} \\ c\dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式 (2), 式 (3), 式 (6) より,  $\dot{u}$  は以下のように表される.

$$\dot{u} = J_u \dot{\theta}_w \quad (7)$$

ただし,  $J_u = ABC$  であり,  $A, B, C$  は以下の通りである.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{f}{c_{z_b}} & \frac{\tilde{u}}{c_{z_b}} & f + \frac{\tilde{u}^2}{f} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \sin \theta \\ 0 & 1 & d \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{R_w}{2} \cos \theta & \frac{R_w}{2} \cos \theta \\ \frac{R_w}{2} \sin \theta & -\frac{R_w}{2} \sin \theta \\ \frac{R_w}{T} & -\frac{R_w}{T} \end{bmatrix}$$

#### 3.2 仮想仕事の原理

画像上で観測物体が動くとき, そのときボールにかかる仮想的な力を  $f_u$ , またそのとき車輪に加わるトルクを  $\tau$  とすると, トルク  $\tau$  が車輪に対してする仕事と仮想的な力  $f_u$  が画像中のボールに対してする仕事は等しい. 同様にそのときに LEGO にかかる仮想的な力を  $f_v$  とすると, LEGO の動きと車輪の動きについても成り立つ. ゆえに以下の式が成り立つ.

$$f_u K \Delta u = \tau \cdot \Delta \theta_w \quad (8)$$

$$f_v \Delta P = \tau \cdot \Delta \theta_w \quad (9)$$

ただし,  $\Delta u$  は  $f_u$  によって動いた画像上の距離 [pixel],  $\Delta P$  は LEGO が  $f_v$  によって動いた距離,  $\Delta \theta_w$  はそのときに回転した車輪の角度である. また,  $\Delta u = \dot{u}, \tau = [\tau_r, \tau_l]^T, \Delta \theta_w = [\dot{\theta}_r, \dot{\theta}_l]^T$  であり,  $K$  は [pixel] から [m] に変換する係数である.

#### 3.3 コントローラ導出

このとき, 式 (7), 式 (8) より式 (10) が, 式 (5), 式 (9) より式 (11) が成り立つ.

$$J_u^T f_u = \tau \quad (10)$$

$$J_{Vw}^T f_v = \tau \quad (11)$$

ここで,  $J_{vw} = [1 \ 0] J_{Vw}$  とすると式 (11) は以下のようになる.

$$J_{vw}^T f_v = \tau \quad (12)$$

ゆえに制御目的を達成するコントローラは以下のようになる.

$$\tau = J_{vw}^T f_v + J_u^T f_u \quad (13)$$

式 (13) をモータの回路方程式, トルクと電流の関係から変形することにより, 以下のようになる.(ただし  $n$  をギア比とする)

$$V = \frac{R}{K_t} J_{vw}^T f_v + \frac{R}{K_t} J_u^T f_u + K_b n \dot{\theta} \quad (14)$$

式 (14) の力  $f_u, f_v$  の部分に比例ゲインを  $K_p$  とし,  $K_p(u - u_0), K_p(x - x_d)$  ( $x$  はカメラからボールまでの距離,  $x_d$  はその目標値 = 0.4) を入力として与え, P 制御を行う.

## 4 シミュレーション

以下に  $K_{pu} = 1, K_{pv} = 1$  とし, P 制御をしたときの図を示す. 図 3 に観測物体の特徴点とその目標値との偏差, 図 4 に観測物体までの距離とその目標値との偏差を示す.

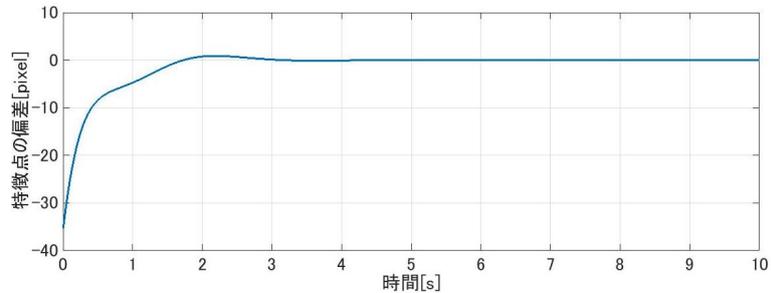


図 3 特徴点の偏差

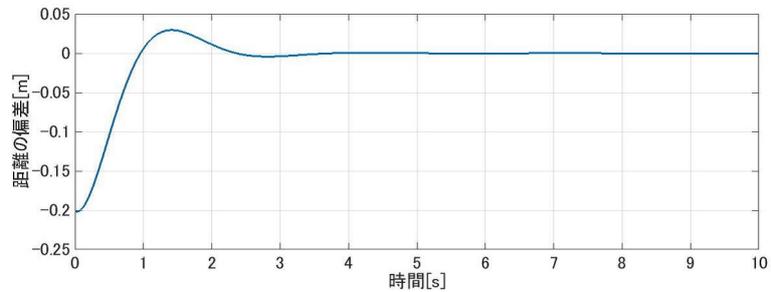


図 4 距離の偏差

## 5 終わりに

仮想仕事の原理を用い, 制御をすることに成功した. しかし特徴点の目標値との偏差の動きは振動的だったり, 観測物体までの距離の目標値までの収束に時間がかかるといった点があり, 応答があまりよくない. なのでゲインの改善やコントローラの改善が必要である.

### 参考文献

- [1] 島田明: 『モーションコントロール』. オーム社, 東京, 2004.
- [2] 深尾孝則: 『非ホロノミック移動ロボットの適応制御』. 計測自動制御学会 Vol. 45 (2006) No. 7 P 602-607.

- [3] 見浪護, 小鶴友博, 朝倉俊行: 『非ホロノミック移動マニピュレータの動力学定式化-ラグランジュ法とニュートンオイラー法の比較-』. 福井大学工学部研究報告, 第46巻, 第2号, 1998.