

# EKF を用いた ABS のゲインスケジューリング制御

2012SE230 白井 順

指導教員：高見 勲

## 1 はじめに

ABS(Anti-lock Braking System) は車両が走行中に急ブレーキをかけた際、車輪がロックしないように適切なタイミングで最適なブレーキ力を加える装置である。路面の摩擦係数は、スリップ率が約 0.2 のときに高く、安定であることが知られている。[1]

本研究では、まず、EKF(Extended Kalman Filter) による状態推定、及びパラメータ推定を行ったうえで、ABS 装置に対しゲインスケジューリング制御を適用し、スリップ率を安定化させる制御器を設計する。

## 2 制御対象とモデリング

ABS の概略モデルを図 2 に示す。上の車輪が車両のタイヤ部分、下の車輪が路面を表している。また、物理パラメータの説明を表 1 に示す。

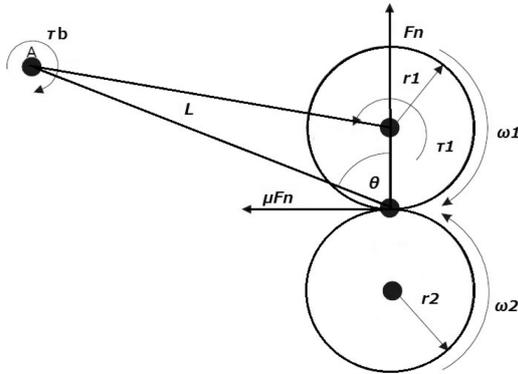


図 1: ABS の概略モデル図

$r$ [m]	車輪半径
$\omega$ [rad/s]	車輪の回転角速度
$\tau_1$ [Nm]	ブレーキトルク
$\tau_b$ [Nm]	バランスレバーに働くトルク
$F_n$ [N]	垂直抗力
$\mu$	車輪間の摩擦係数
$L$ [m]	バランスレバーから中心軸までの距離

表 1: 物理パラメータ

上下の車輪の運動方程式は次式で与えられる。

$$J_1 \dot{\omega}_1 = F_n r_1 \mu - \tau_1 \quad (1)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 = -F_n r_2 \mu \quad (2)$$

垂直抗力  $F_n$  が次式の形で与えられる。

$$F_n = \frac{\tau_1 + \tau_b}{L(\sin\theta - \mu\cos\theta)} \quad (3)$$

また、スリップ率  $\lambda$  は次のように書ける。

$$\lambda = \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2} \quad (4)$$

式 (4) を時間微分すると次式を得る。

$$\dot{\lambda} = -\frac{r_1}{r_2 \omega_2} \dot{\omega}_1 + \frac{r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2^2} \dot{\omega}_2 \quad (5)$$

ここで、 $s(\mu)$  を次のようにおくと、

$$s(\mu) = \frac{\mu}{L(\sin\theta - \mu\cos\theta)} \quad (6)$$

式 (1)–(6) より、式 (5) は次のように書き直せる。

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\omega_2} \left( \frac{r_1}{J_1 r_2} - \frac{r_1^2}{J_1 r_2} s(\mu) - \frac{r_2(1-\lambda)}{J_2} s(\mu) \right) \tau_1 + \frac{1}{\omega_2} \left( -\frac{r_1^2}{J_1 r_2} s(\mu) - \frac{r_2(1-\lambda)}{J_2} s(\mu) \right) \tau_b \quad (7)$$

ただし、式 (7) は非線形なので平衡点  $(\lambda^*, \tau_1^*)$  まわりでテイラー展開して線形近似を行う。

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\omega_2} \left( \frac{c_1 + c_2 s(\mu)}{c_3 + c_4 s(\mu)} \right) (\lambda - \lambda^*) + \frac{1}{\omega_2} (c_5 + c_6 s(\mu)) (\tau_1 - \tau_1^*) \quad (8)$$

## 3 ディスクリプタ表現

出力を目標値に追従させるために本研究ではスリップ率の偏差の積分を状態変数として扱う。拡大系の状態変数を  $x(t) = [\int(\lambda - \lambda^*)dt \ (\lambda - \lambda^*)]^T$  とし、入力  $u(t) = \tau_1 - \tau_1^*$  とする。ここで、ディスクリプタ変数を  $x_d = [x(t) \ \dot{x}(t)]^T$  とすると、ディスクリプタ表現を用いた方程式は式 (9) のように書ける。

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u(t) \quad (9)$$

$$E_d = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_1 & -b_1 \omega_2 & a_2 b_1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = c_1 + c_2 s(\mu), \quad a_2 = c_5 + c_6 s(\mu)$$

$$b_1 = c_3 + c_4 s(\mu)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

## 4 線形分数変換

行列  $A_d$  の要素には変数  $s(\mu)$  の二乗項が存在する。そこで、線形分数変換を適用してこれを解消する。新たなディスクリプタ変数  $\tilde{x}_d(t)$  を定義することで次のような形で表すことが出来る。

$$A_d = A_n + B_\delta(I - \Delta D_\delta)^{-1} \Delta C_\delta \quad (10)$$

$$\tilde{E}_d \dot{\tilde{x}}_d(t) = \tilde{A}_d \tilde{x}_d(t) + \tilde{B}_d u(t) \quad (11)$$

$$\tilde{x}_d = \begin{bmatrix} x_d(t) \\ z_\delta(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{E}_d = \begin{bmatrix} E_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_d = \begin{bmatrix} A_n & B_\delta \Delta \\ C_\delta & D_\delta \Delta - I \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_d = \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 5 拡張カルマンフィルタ (EKF)

EKF は通常のカルマンフィルタを非線形でも扱えるように拡張させたものである。オイラー法により式 (1)(2) を離散化すると次のように書ける。

( $T$ : 離散化周期、 $k = 0, 1, 2, \dots, N$ )

$$\begin{cases} \omega_1(k+1) = \frac{1}{J_1}(\omega_1(k) + F_n(k)r_1\mu(k)T - \tau_1(k)T) \\ \omega_2(k+1) = \frac{1}{J_2}(\omega_2(k) - F_n(k)r_2\mu(k)T) \end{cases}$$

EKF パラメータ推定アルゴリズム [2] による、摩擦係数  $\mu$  の推定シミュレーション結果は次のようになった。(青線:ノイズ入真値, 赤:推定値)

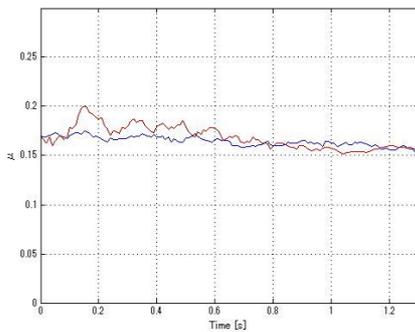


図 2:  $\mu = 0.17$  のとき

## 6 制御系設計

スケジューリングパラメータを  $s(\mu)$ ,  $\omega_2$ ,  $\dot{\omega}_2$  とし、パラメータボックス  $\Theta$  を以下のように与えた。

$$\Theta = \{\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T : \theta_i \in \{\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i\}\} \quad (i = 1, 2, 3)$$

LMI 条件は次式で与えられる。

$$\text{minimize} : \gamma$$

$$\text{subject to} : X(\Theta_p) > 0$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(\tilde{A}_d(\Theta_p)X_d(\Theta_p) + \tilde{B}_d Y_d(\Theta_p)) - \tilde{E}_d \dot{X}_d(\Theta_p) & \{Q^{\frac{1}{2}} X_d(\Theta_p)\}^T & \{R^{\frac{1}{2}} Y_d(\Theta_p)\}^T \\ Q^{\frac{1}{2}} X_d(\Theta_p) & -I & 0 \\ R^{\frac{1}{2}} Y_d(\Theta_p) & 0 & -I \end{bmatrix} < 0$$

( $p = 1, 2, \dots, 8$ )

$$\begin{bmatrix} W & I \\ I & X(\Theta_p) \end{bmatrix} > 0, \quad \text{Trace}(W) < \gamma$$

## 7 シミュレーション結果

$\mu = 0.17$  における EKF を用いたゲインスケジューリング制御のシミュレーションは次のようになった。

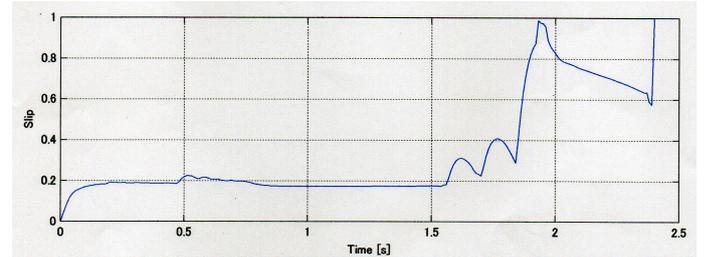


図 3:  $\mu = 0.17$  のときのスリップ率 (EKF あり)

EKF を導入したことでブレーキ立ち上がり時、停止時の感度は向上したが、停止時に一部発散する問題があった。

## 8 おわりに

今回は EKF を入れた時のシミュレーション結果と実験結果を検証するために実験を行うことを予定していたが、実験まで到達できなかった。今後の課題として、EKF をさらに改良し、実験による検証を行い最適な設計手法の実験を目指していきたい。また、ノイズの計測とパスフィルターを入れた信号計測の実験を行う予定である。

## 参考文献

- [1] Idar Petersen, Tor A. Johansen, Jens Kalkkuhl and Jens Ldemann "Wheel Slip Control Using Gain-scheduled LQ-LPV/LMI Analysis and Experimental Results", IEEE European Control Conference. 2003
- [2] 足立修一・丸太一郎: カルマンフィルタの基礎. 東京電気大学出版局, 2012.