

# Control Moment Gyroscope の摩擦を考慮した非線形追従制御

2012SE174 中上礼奈

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

Control Moment Gyroscope(以下 CMG) は非ホロノミック拘束を持つ劣駆動システムである。CMG はその特性故に平衡点での線形近似システムが可制御でないため、線形制御をそのまま適用することはできない。そこで本研究では Backstepping 手法による非線形制御を行う。また、制御する上で摩擦によって偏差が生まれる。先行研究 [1][2] では考慮する摩擦を限定していたが、本研究では各回転体に存在する全ての摩擦を考える。研究目標は Rotor1 と Gimbal2 にトルクを与え駆動源のない Gimbal4 を摩擦の影響があっても目標値に追従させることである。

## 2 モデリング

図 1 は CMG の概略図である。CMG には Rotor1 を回転させる Motor1 のトルク  $T_1(t)$  と Gimbal2 を傾ける Motor2 のトルク  $T_2(t)$  が存在する。 $q_1(t)$  は Gimbal2 から見た Rotor1 の相対角度を表し、 $\omega_1(t)$  は角速度を表す。 $q_2(t)$  は Gimbal3 から見た Gimbal2 の相対角度を表し、 $\omega_2(t)$  は角速度を表す。Gimbal4 の角度を  $q_4(t)$ 、角速度を  $\omega_4(t)$  とする。本研究では Gimbal3 をロックした場合を考え、このときの Rotor1, Gimbal2, Gimbal4 の運動方程式は (1)-(3) のようになる。

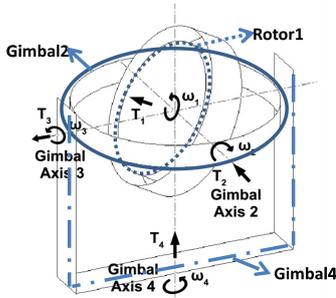


図 1 figure of CMG

$$J_D \dot{\omega}_1 + J_D \dot{\omega}_4 \sin q_2 + J_D \omega_2 \omega_4 \cos q_2 = T_1 \quad (1)$$

$$(I_C + I_D) \dot{\omega}_2 - J_D \omega_1 \omega_4 \cos q_2 - J_1 \omega_4^2 \cos q_2 \sin q_2 = T_2 \quad (2)$$

$$(J_2 + J_1 \sin^2 q_2) \dot{\omega}_4 + J_D \dot{\omega}_1 \sin q_2 + J_D \omega_1 \omega_2 \cos q_2 + J_1 \omega_2 \omega_4 \sin^2 2q_2 = 0 \quad (3)$$

式中のパラメータは以下のとおりである。

$I_D, J_D$  : Rotor1 の慣性モーメント [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]

$I_C, J_C, K_C$  : Gimbal2 の慣性モーメント [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]

$K_B, K_A$  : Gimbal3, Gimbal4 の慣性モーメント [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]

$J_1 = J_C + J_D - K_C - I_D$ ,  $J_2 = K_A + K_B + K_C + I_D$

初期状態において Gimbal3 が静止しているとき式 (3) より、拘束条件式 (4) が得られる。

$$J_D \omega_1 \sin q_2 + (J_1 + J_2 \sin^2 q_2) \omega_4 = 0 \quad (4)$$

式 (4) のような拘束条件式の中に状態だけでなく状態の一階微分も含むシステムを一階非ホロノミックシステムと呼ぶ。式 (4) を座標・入力変換すると式 (5) のようになる。また、Chained system は (6) となる。

$$\begin{cases} x_1 = q_1 \\ x_2 = \alpha(q_2) \\ x_3 = q_4 \end{cases}, \begin{cases} u_1 = \omega_1 \\ u_2 = \frac{d}{dq_2} \alpha(q_2) \omega_2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ x_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

## 3 CMG に存在する摩擦

CMG には軸受け周りに摩擦が存在する。その摩擦を測定し、与えられる影響に対応する制御系を設計する。同定した摩擦を基に摩擦モデルを導出した。まず Rotor1, Gimbal2 は静止状態から動き出したときの入力トルクを基に静止摩擦を測定し、Gimbal4 は重りをのせ動き出した重さの平均をとって計算により静止摩擦を推定した。次にクーロン摩擦及び粘性摩擦は角速度の減衰の結果を基に最小二乗法によって推定した (図 3)。各回転体の摩擦を以下に示す。ここから摩擦モデル (図 2) を導出した。摩擦は以下のようにシミュレーションに導入した。ここで  $F_s$  : 静止摩擦,  $F_c$  : クーロン摩擦,  $F_v$  : 粘性摩擦 である。

$$F_i = \begin{cases} -F_s & (\omega_i = 0) \\ -F_c - F_v \omega_i & (\omega_i \neq 0) \end{cases} (i = 1, 2, 4) \quad (7)$$

表 1 摩擦の大きさ

摩擦の大きさ [Nm]	クーロン摩擦	粘性摩擦	静止摩擦
Rotor1	0.0455	0.0002983 $\omega_1$	0.0456
Gimbal2(正回転)	0.0134	0.0102505 $\omega_2$	0.0135
Gimbal2(逆回転)	0.0506	0.0543675 $\omega_2$	0.0508
Gimbal4	0.0308	0.0009627 $\omega_4$	0.0319

## 4 制御系設計

得られた Chained system に対して追従コントローラを設計する。指令軌道を (8), 軌道偏差  $x_e$  は式 (9) と与える。

$$x_2^{\text{ref}} = \alpha(q_2^{\text{ref}}), x_3^{\text{ref}} = q_3^{\text{ref}}, u_2^{\text{ref}} = \frac{d}{dq_2^{\text{ref}}} \alpha(q_2^{\text{ref}}) \dot{q}_2^{\text{ref}} \quad (8)$$

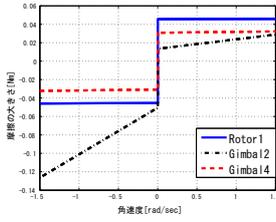


図2 friction model

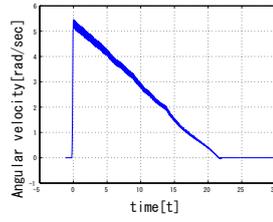


図3 Ex. attenuation

$$x_{2e} = x_2 - x_2^{\text{ref}}, x_{3e} = x_3 - x_3^{\text{ref}} \quad (9)$$

また状態と目標値の偏差を積分器  $s_3 = \int(x_3 - x_3^{\text{ref}})dt$  で補償する. (8), (9) から導出した軌道偏差のダイナミクスからサブシステム  $\Delta_1, \Delta_2$  は (10) となる.

$$\Delta_1 : \dot{x}_{2e} = u_2 - u_2^{\text{ref}} \quad \Delta_2 : \begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 \\ \dot{x}_{3e} = x_2 u_1 \\ \dot{s}_3 = x_{3e} \end{cases} \quad (10)$$

リアプノフの安定定理を用いて入力  $u_1, u_2$  を求める. リアプノフ関数を仮想入力との偏差から定義し, 一階微分が負となる  $u_1$  を求めると式 (11) となった.

$$u_1 = \{\dot{x}_3^{\text{ref}} + (-k_2 - k_3)\sigma + (k_2^2 - 1)s_3\} / x_2 \quad k_3 > 0, x_2 \neq 0 \quad (11)$$

次に subsystem  $\Delta_1$  を状態フィードバックゲイン  $k_1$  を用いて  $x_{2e}$  を安定化させると  $u_2$  は以下ようになる.

$$u_2 = u_{2r} - k_1 x_{2e}, k_1 > 0 \quad (12)$$

以上の得られた入力を用いてトルク  $T_1, T_2$  を導出すると以下になる.

$$T_1 = \frac{(\ddot{x}_3^{\text{ref}} x_2 + G_4 \dot{x}_3^{\text{ref}} + G_1 s_3 + G_2 \sigma + G_3 \xi_2) / x_2^2 - p_2}{p_3} \quad (13)$$

$$T_2 = \frac{\{I_C + I_D\} \{\dot{u}_2^{\text{ref}} + (k^2 - 1)x_{2e} - (k + H_1)\xi_1 - p_1\}}{\frac{d}{dq_2} \alpha(q_2)} \quad (14)$$

## 5 シミュレーション・実験結果

設計した制御系を使ってシミュレーションを行った. 初期値は  $x(0) = [0 \ \frac{\pi}{18} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , 指令軌道は (15)(16) のように設定する.

$$q_2^{\text{ref}} = \begin{cases} \pi/18 & (t < 4) \\ -7\pi/36(\sin(\pi t/4 - \pi/2) - 1)(4 \leq t \leq 8) & (15) \\ 7\pi/72(\sin(\pi t/2 - 7\pi/2) + 3) + \pi/18 & (8 < t) \end{cases}$$

$$q_4^{\text{ref}} = \begin{cases} 0 & (t < 4) \\ -1/2(\sin(\pi t/4 - \pi/2) - 1) & (4 \leq t \leq 8) & (16) \\ 1 & (8 < t) \end{cases}$$

またゲインを試行錯誤の結果, 以下のように設定する.

$$\begin{cases} k_1 = 5, k_2 = 0.01, k_3 = 0.04 \\ H_1 = 15, H_2 = 0.9 \end{cases} \quad (17)$$

シミュレーション及び実験結果を図 4-8 に示す. 図 4 より, 角速度はシミュレーション・実験ともに安定している

ため問題はないといえる. 図 5, 6 から Gimbal2, Gimbal4 ともにシミュレーション結果に概ね一致している. また, 図 7, 8 からわかるようにモータ 1 のトルクは出力範囲  $-0.6 < T_1 < 0.6[\text{Nm}]$ , モータ 2 のトルクは出力範囲  $-2.4 < T_2 < 2.4[\text{Nm}]$  内に収まっているため, 入力トルクにも問題はないといえる.

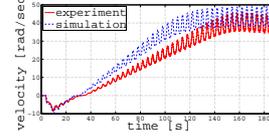


図4 Angular velocity of Rotor1

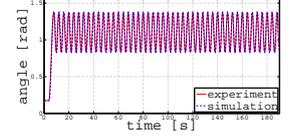


図5 Angle of Gimbal2

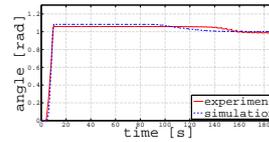


図6 Angle of Gimbal4

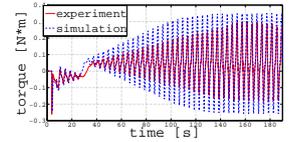


図7 Experiment of Motor1

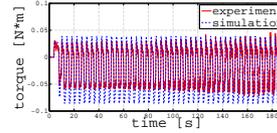


図8 Experiment of Motor2

## 6 おわりに

CMG のモデリングを行い, 摩擦の同定を行った. 駆動源のない Gimbal4 を摩擦の影響を受けても指令軌道に追従する制御系を設計した. 提案法の有効性を実験とシミュレーションで確認した.

## 参考文献

- [1] Chinatu Murai, Shota Washizu: Nonlinear Control for First-Order Nonholonomic System with Hardware Restriction and Disturbance: 10th Asian Control Conference (ASCC), pp.1-6, 2015
- [2] 石川和男, 坂本登: コントロールモーメントジャイロの最適姿勢制御-中心安定多様体アプローチ-. 計測自動制御学会論文集, vol.50, No.10, 731/738, 2014