

# 1/2 車両モデルを用いたアクティブサスペンションの LQ 制御

2011SE076 稲垣健太

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

本研究では,1/2 モデルのアクティブサスペンションを用いて, 車体の上下とピッチ方向, 入力の変位を抑制するため, 最適レギュレータと極の配置を適用しました.

## 2 モデリング

### 2.1 制御対象

1/2 モデルのアクティブサスペンションは図 1 に示す.

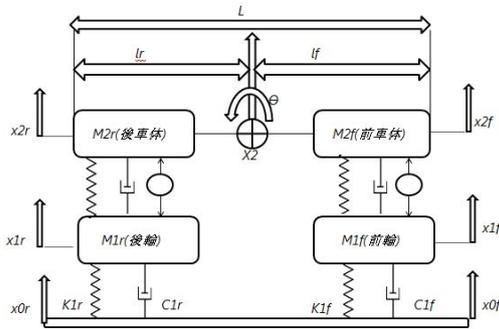


図 1 制御対象の概略図

アクティブサスペンションには, 前後の車両が上下振動する. また前後の車体は上下に回転運動する. 車体の長さ  $l$ , 車輪の前後の平衡点からの変位をそれぞれ,  $x_{1f}[\text{m}], x_{1r}[\text{m}]$ , 車体の前後の平衡点からの変位をそれぞれ,  $x_{2f}[\text{m}], x_{2r}[\text{m}]$ , 車体重心の平衡点からの変位を  $x_2[\text{m}]$ , ピッチ角を  $\theta[\text{rad}]$  とする. また, 車輪の前後の位置の路面の変位をそれぞれ,  $x_{0f}[\text{m}], x_{0r}[\text{m}]$  とする. 前輪, 後輪への制御入力をそれぞれ  $F_f[\text{N}], F_r[\text{N}]$  とする.

### 2.2 物理定数

前側タイヤの質量	$m_{1f}$	1[kg]
後側タイヤの質量	$m_{1r}$	1[kg]
前側車体の質量	$m_{2f}$	2.45[kg]
後側車体の質量	$m_{2r}$	2.45[kg]
重心から前側までの距離	$l_f$	1.47[m]
重心から後側までの距離	$l_r$	1.47[m]
前側タイヤのばね定数	$K_{1f}$	2717[N/m]
前側タイヤのダンパ定数	$C_{1f}$	2717[Ns/m]
前側サスペンションのばね定数	$K_{2f}$	970[N/m]
前側サスペンションのダンパ定数	$C_{2f}$	7.5[Ns/m]
後側タイヤのダンパ定数	$C_{1r}$	5[Ns/m]
後側タイヤのばね定数	$C_{1f}$	5[Ns/m]
後側サスペンションのばね定数	$K_{2r}$	970[N/m]
後側サスペンションのダンパ定数	$C_{2r}$	7.5[Ns/m]

表 1 物理パラメータ

## 3 運動方程式の導出

一般に使われている, ニュートンの運動方程式より平衡点からの変位およびピッチ角の運動方程式を導出し, 非線形項である  $\sin \theta, \cos \theta$  が存在するので, 線形化した,

$$\begin{cases} \sin \theta \simeq \theta \\ \cos \theta \simeq 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$M_{1f}\ddot{x}_{1f} = -K_{1f}(x_{1f} - x_{0f}) - C_{1f}(\dot{x}_{1f} - \dot{x}_{0f}) + K_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) + C_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) - F_f \quad (2)$$

$$M_{1r}\ddot{x}_{1r} = -K_{1r}(x_{1r} - x_{0r}) - C_{1r}(\dot{x}_{1r} - \dot{x}_{0r}) + K_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) + C_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) - F_r \quad (3)$$

$$M_2\ddot{x}_2 = -K_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) - C_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) - K_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) - C_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + F_f + F_r \quad (4)$$

$$J\ddot{\theta} = l_f(-K_{2f}(x_{2f} - x_{1f}) - C_{2f}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}) + F_f) - l_r(-K_{2r}(x_{2r} - x_{1r}) - C_{2r}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + F_r) \quad (5)$$

運動方程式 (4) ~ (5) に含まれる  $x_{2f}, x_{2r}$  を近似した式は, (6) ~ (7) に示す

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{2f} &\simeq \ddot{x}_2 + l_f\ddot{\theta} \\ &= -\frac{K_{2f}}{M_{2f}}(x_{2f} - x_{1f}) + \frac{C_{2f}}{M_{2f}}(\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1r}) + \frac{1}{M_{2f}}F_f \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{2r} &\simeq \ddot{x}_2 - l_r\ddot{\theta} \\ &= -\frac{K_{2r}}{M_{2r}}(x_{2r} - x_{1r}) + \frac{C_{2r}}{M_{2r}}(\dot{x}_{2r} - \dot{x}_{1r}) + \frac{1}{M_{2r}}F_r \end{aligned} \quad (7)$$

ここで  $F_f, F_r$  と電流  $V_f, V_r$  の関係を求める.

$$F_f = aV_f \quad (8)$$

$$F_r = aV_r \quad (9)$$

$K_t$  はモータのトルク定数を示し, モータトルクは  $\tau$  電流  $i$  に比例するので下式で与えられる.

$$\tau = K_t i \quad (10)$$

$$i = \frac{1}{R} V \quad (11)$$

であるから, モータ軸の半径  $r$ , 力  $F$  としたとき  $\tau = rF$  であり, 次の関係式が与えられる.

$$F = \frac{1}{r}\tau = \frac{K_t}{rR} V \quad (12)$$

これにより, トルクと電圧の関係を示すことができる.

### 3.1 状態空間表現

#### 3.1.1 状態変数

運動方程式から状態空間表現を導出し、状態変数ベクトルを  $x(t)$ 、外乱のベクトルを  $w(t)$ 、入力のベクトルを  $u(t)$  とおくと、

$$x(t) = [x_{2f} - x_{1f} \quad x_{2r} - x_{1r} \quad x_{1f} - x_{0f} \quad x_{1r} - x_{0r} \quad \dot{x}_{2f} \quad \dot{x}_{2r} \quad \dot{x}_{1f} \quad \dot{x}_{1r}]^T \quad (13)$$

$$w(t) = [\dot{x}_{0f} \quad \dot{x}_{0r}]^T, u(t) = [F_f \quad F_r]^T \quad (14)$$

状態空間表現式は以下ようになる

$$P(s) = \{ \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \} \quad (15)$$

行列は以下ようになる

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{1f}}{m_{2f}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{2r}}{m_{2r}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{2f}}{m_{1f}} & 0 & -\frac{k_{1f}}{m_{1f}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{2r}}{m_{1r}} & 0 & -\frac{k_{1r}}{m_{1r}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_{2r}}{m_{2r}} & 0 & \frac{c_{2r}}{m_{2r}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{2f}}{m_{1f}} & 0 & -\frac{k_{1f}}{m_{1f}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_{2r}}{m_{1r}} & 0 & -\frac{c_{1r}+c_{2r}}{m_{1r}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_{2r}}{m_{1r}} & 0 & -\frac{c_{1r}+c_{2r}}{m_{1r}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{c_{1f}}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & -\frac{c_{1f}}{m_{1f}} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_{2f}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{2r}} \\ -\frac{1}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_{1r}} \end{bmatrix}$$

## 4 制御器設計

### 4.1 最適レギュレータ (LQ 最適制御問題)

最適レギュレータ問題により、評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q X(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (16)$$

を最小化する状態フィードバック形式のコントローラを求める評価出力に対しての重みを設定する。Q を対角行列をとり、各対象において、10,1000,1000 とした。3 ケースについて設計を行い、尚 R は単位行列とした。次のゲインは Q=1000 のときである。

$$K = \begin{pmatrix} -5.15 & 2.19 & 4.16 & 3.47 \\ -3.16 & -5.15 & -3.45 & 2.81 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3.10 & 1.75 & 1.41 & 1.83 \\ 6.01 & -3.18 & -5.32 & 1.72 \end{pmatrix}$$

## 5 シミュレーションと結果

本研究では、周期 5[s]、変動範囲  $[0, 0.02][m]$  のパルス波形の外乱とし、極の配置を用いて、図 2 は、極の配置  $A + BK$  で表した図である。Q = 10000 では、振動は抑制されているが、入力オーバーによって、Q = 1000 のときの制御系が Q = 10000 と比較して、振動は変わらないが、入力は抑制されている。

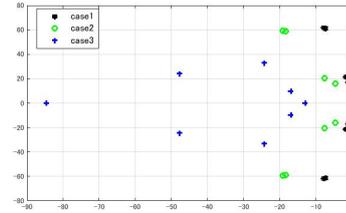


図 2 A+BK 極の配置

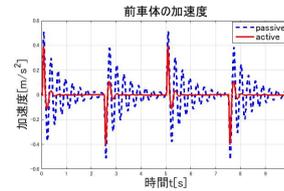


図 3 Case2 のとき

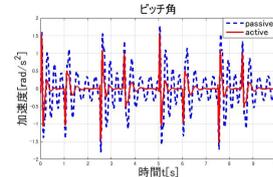


図 4 Case2 のとき

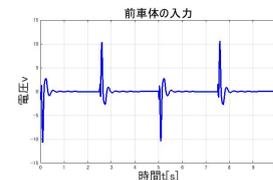


図 5 Case2 のとき

## 6 おわりに

本研究の成果として、LQ 制御と極の配置を用いて振動の抑制がシミュレーションで検証した。

### 参考文献

- [1] 西川晶子: フィードバック制御による油圧アクティブサスペンションの乗り心地向上, 2004