質問を求める論理パズル

2012SE238　鈴木　和也
指導教員：　佐々木　克巳

1.　はじめに

本研究の目的は，スマリヤン[1]の「脅迫論理」のパズル(特に質問を求めるタイプのパズル)に対して，真理値表を活用した解を与えることである．

卒業論文では，[1]の複雑な文で表現された解も，真理値表を用いれば簡潔に導き出せるのではないか，という点に着目して，[1]に記載されている解答とは異なった方法で問題（Chapter8 の全 13 問，Chapter9 の全 14 問，Chapter15 の全 9 問）を解いた．本稿では，[1]の Chapter15「右利きと左利きの脅迫論理」の問題 1,5 に対する真理値表を用いた解を示す．以下の 2 節で前提条件とその考察を行い，3 節で真理値表を用いた解法を示す．

本稿で用いる論理記号は「同値」を表す≡，「否同値」を表す ≢である．また，真理値表において，〇は「真である」を意味し，×は「偽である」を意味する．

2.　前提条件とその考察

この節では，前提条件とその考察を行う．[1]の Chapter15 の問題の前提条件は以下である．

[前提条件]

- ある奇妙な国の住人に手紙を書く．その手紙には「はい」か「いいえ」で答えられる質問を一つ書ける．手紙を受け取った住人は「はい」か「いいえ」で答えられるときには，利き手かその反対の手で答えを書く．
- 両利きの住人はいない
- 利き手で書いた答えは常に真
- 利き手の逆の手で書いた答えは常に偽

前提条件より，

「回答者が左利き」(“左利”と略す)
「回答者が左手で書いた」(“左手”と略す)
「回答者の回答が真」(“L”と略す)

の真理値は次の表 2.1 のようにまとめられる．

表 2.1　回答者の真理値表

左利	左手	L
〇	〇	〇
〇	×	×
×	〇	×
×	×	〇

また，次の性質が成り立つ．本稿では証明を省略する．

性質 2.1

⑴回答者が，質問「Q であるか？」に「はい」と回答⇔L≡Q
⑵回答者が，質問「Q であるか？」に「いいえ」と回答
⇔L≢Q

3.　真理値表を用いた解法

この節では，真理値表を用いた解を示す．

問題 1([1])：

右利きの住人も左利きの住人も，左手を使って答えざるをえないが，「はい」と「いいえ」のどちらを答えるのかはその人が決められる質問とは、どのような質問か？

[真理値表を用いた解]

住人に書く質問を Q とする．性質 2.1 より質問に対して肯定したとき“L≡Q”となり，否定したとき“L≢Q”となる．この二つの場合に場合分けを行い，それらに対する真理値表を作る過程を以下に示す．以下の表 3.1.1 からはじめる．

表 3.1.1　左手を使って答えざるをえない質問 1

QY	左利	左手	L	≡	Q	L	≢	Q	Q
〇	〇	〇	〇						
〇	〇	×	×						
〇	×	〇	×						
〇	×	×	〇						
×	〇	〇				〇			
×	〇	×				×			
×	×	〇				〇			
×	×	×				×			

“QY”は“質問に「はい」と答える”を表す，つまり，“QY”の真理値が〇のとき回答者は質問に対して「はい」と答え，“QY”の真理値が×のとき回答者は「いいえ」と答えた，とする．なので，“L≡Q”は“QY”が〇のとき，“L≢Q”は“QY”が×のときに考察を行う．

まず，“≡”，“≢”のとる真理値に関して，問題文に「右利きの住人も左利きの住人も，左手を使って答えざるをえない」とある．このことから，“≡”，“≢”のとる真理値は，“左手”の真理値が〇の場合に真となることがわかる．よって，真理値表は表 3.1.2 のようになる．

表 3.1.2　左手を使って答えざるをえない質問 2

QY	左利	左手	L	≡	Q	L	≢	Q	Q
〇	〇	〇	〇	〇					
〇	〇	×	×	×					
〇	×	〇	×	〇					
〇	×	×	〇	×					
×	〇	〇				〇	〇		
×	〇	×				×	×		
×	×	〇				〇	〇		
×	×	×				×	×		

ここまでで，“L”，“≡”，“≢”の真理値がわかったので，それらに対応する“Q”の真理値を表 3.1.2 に追加し，表 3.1.3 に示す．表 3.1.3 では，“Q”が〇の行における，“QY”，“左利”，“左手”の真理値の欄を塗りつぶして，Q で問うべき内容を読み取りやすくしている．

表 3.1.3　左手を使って答えざるをえない質問 3

QY	左利	左手	L	≡	Q	L	≢	Q	Q
○	○	○	○	○	○				○
○	○	×	×	×	○				○
○	×	○	×	○	×				×
○	×	×	○	×	×				×
×	○	○				○	○	×	×
×	○	×				×	×	×	×
×	×	○				○	○	○	○
×	×	×				×	×	○	○

表 3.1.3 より，Q は以下の 4 つの選言であることがわかる．
　あなたは左利きで，左手で「はい」と答える
　あなたは左利きで，右手で「はい」と答える
　あなたは右利きで，左手で「いいえ」と答える
　あなたは右利きで，右手で「いいえ」と答える
この選言をより簡潔に表現すると，Q は“あなたはこの質問に「はい」と答える左利きの住人か，「いいえ」と答える右利きの住人かのどちらかですか？”である，となる．

問題 2([1])：
　返答者が男性か女性かを判断できるのは，どういう質問か？

[真理値表を用いた解]
　まず, 男性か女性かをどのように判断するかを決める．今回の場合は「はい」,「いいえ」に関する指定がないので，男性には答えられるが女性には答えられない質問を考え，質問に答えられるかどうかで男女の判別を行えるようにする．住人に書く質問を Q とする．この問題では，“L≡Q”に対して男女の場合分けを行った真理値表を用いる．以下にその過程を示す．以下の表 3.2.1 からはじめる．

表 3.2.1　男女の判別 1

左利	左手	性別	L	≡	Q
○	○	男	○		
○	×	男	×		
×	○	男	×		
×	×	男	○		
○	○	女	○		
○	×	女	×		
×	○	女	×		
×	×	女	○		

“≡”の真理値に関して，男性には答えられて女性には答えられないようにするため，男性の行は○，女性の行は×にする．その情報を表 3.2.1 に追加したのが，次の表 3.2.2 である．

表 3.2.2　男女の判別 2

左利	左手	性別	L	≡	Q
○	○	男	○	○	
○	×	男	×	○	
×	○	男	×	○	
×	×	男	○	○	
○	○	女	○	×	
○	×	女	×	×	
×	○	女	×	×	
×	×	女	○	×	

　ここまでで，“L”,“≡”の真理値がわかったので，それらに対応する“Q”の真理値を表 3.2.2 に追加すると，表 3.2.3 のようになる．

表 3.2.3　男女の判別 3

左利	左手	性別	L	≡	Q
○	○	男	○	○	○
○	×	男	×	○	×
×	○	男	×	○	×
×	×	男	○	○	○
○	○	女	○	×	×
○	×	女	×	×	○
×	○	女	×	×	○
×	×	女	○	×	×

表 3.2.3 より, Q は以下の 4 つ選言であることがわかる．
　左利きで，左手で答える男性
　右利きで，右手で答える男性
　左利きで，右手で答える女性
　右利きで，左手で答える女性
この選言をより簡潔に表現すると，Q は“あなたは利き手で答える男性か，利き手と逆の手で答える女性かの，どちらかですか？”である，となる．

4.　おわりに

　本研究では，論理パズルに対して真理値表を活用した解を与えることで，複雑な文章を使った解であっても簡潔かつ機械的に解けることを学んだ．また，基礎的な問題から段階的に様々なパターンの問題に取り組んだことで，着目する発言によって計算量が変化すること，着目すべき発言の順番など，共通の法則性があることに気づけた．その結果，論理パズルを解く基礎的な能力が身についた．

参考文献

[1] レイモンド･スマリヤン(長尾確，長尾加寿恵　訳) ：「スマリヤンの究極の論理パズル　数の不思議からゲーデルの定理へ」. 株式会社白揚社，東京，2001