

# 磁気軸受の制御

## —回転速度の変化への対処と消費電力の削減—

2012SE112 小早川 怜志

指導教員：大石 泰章

### 1 はじめに

磁気軸受は磁力を用いて、回転体を非接触支持する軸受である。磁気軸受はこの非接触支持することができるという特徴により摩擦や磨耗が極めて少ない。そのためメンテナンスの必要性が少なく、潤滑油を用いないので周りの環境を汚染することが少ない。これらの利点を活かし、現在では真空ポンプやクリーンルーム用ロボットなどに応用されている [1][2]。

回転体を安定して非接触支持するためには、回転体の運動にあわせて適切に磁力を制御することが不可欠である。磁気軸受のダイナミクスは回転体の回転速度に影響されるが、このことが磁気軸受の制御を難しくしている。この問題に対処するため、本研究では回転速度に対して、ロバストな LQ 制御器を設計する。また、磁気軸受には電磁石に流すバイアス電流が原因でランニングコストが大きくなってしまいうという欠点もある。この問題に対処するために、本研究ではバックステッピング法に基づいて、バイアス電流を使わない制御器を設計する。

### 2 磁気軸受の数学モデル

制御対象である磁気軸受は LaunchPoint 社の MBC500 である。その概略図を図 1 に示す。

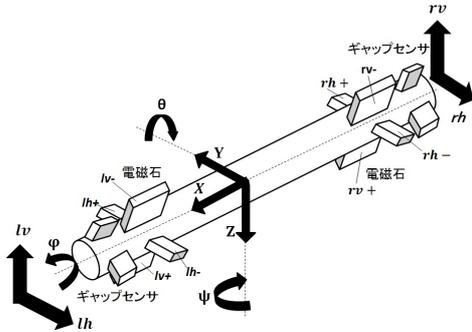


図 1 MBC500 の概略図

回転体の左右両端には鉛直、水平方向にそれぞれ 1 対の電磁石がついていて、その外側にはギャップセンサがある。回転体に対して、 $X$  軸は回転軸方向、 $Y$  軸は水平方向、 $Z$  軸は鉛直方向にとる。 $\phi$  は  $X$  軸回りの回転角、 $\theta$  は  $Y$  軸回りの回転角、 $\psi$  は  $Z$  軸回りの回転角を表す。 $p$  は回転体の回転速度、 $y$  は回転体の重心の  $Y$  軸方向の変位、 $z$  は同じく  $Z$  軸方向の変位である。電磁石吸引力や電磁石と回転体のギャップに関して、添字  $lv$  は左鉛直方向、 $lh$  は左水平方向、 $rv$  は右鉛直方向、 $rh$  は右水平方向を表す。例えば、 $fl_v$  は左鉛直方向の電磁石吸引力で、 $f_{lh}$ 、 $f_{rv}$ 、 $f_{rh}$  も同様に各方向の電磁石吸引力である。 $g_{lv}$  は左鉛直方向

の定常ギャップからの変位で、 $g_{lh}$ 、 $g_{rv}$ 、 $g_{rh}$  も同様に各方向の定常ギャップからの変位である。制御対象の物理パラメータを表 1 に示す。

表 1 物理パラメータ

パラメータ	記号	量
回転体の質量	$m$	0.277064[kg]
回転体の重心と電磁石の距離	$l_m$	0.1105[m]
$X$ 軸回りの慣性モーメント	$J_X$	$1.5 \times 10^{-5}$ [kgm <sup>2</sup> ]
$Y$ 軸回りの慣性モーメント	$J_Y$	$1.343 \times 10^{-3}$ [kgm <sup>2</sup> ]
定常ギャップ	$G$	$0.4 \times 10^{-3}$ [m]
電磁石吸引力の係数	$k$	$2.8 \times 10^{-7}$
鉛直方向の定常電流	$I_{lv}, I_{rv}$	0.1425[A]
水平方向の定常電流	$I_{lh}, I_{rh}$	0[A]

文献 [2], [3] に基づき必要な修正を加えて導いた  $g_{lv}$  に関する運動方程式を以下に示す：

$$\ddot{g}_{lv} = \frac{pJ_X}{2J_Y}(\dot{g}_{rh} - \dot{g}_{lh}) + \frac{1}{m}(f_{lv} + f_{rv}) + \frac{l_m^2}{J_Y}(f_{lv} - f_{rv}). \quad (1)$$

ここで、 $g_{rv}$ 、 $g_{lh}$ 、 $g_{rh}$  も同様に求めることができる。

本研究では状態変数を  $x(t) = [g_{lv} \ g_{rv} \ g_{lh} \ g_{rh} \ \dot{g}_{lv} \ \dot{g}_{rv} \ \dot{g}_{lh} \ \dot{g}_{rh}]^T$ 、入力を  $u(t) = [f_{lv} \ f_{rv} \ f_{lh} \ f_{rh}]^T$  とし、以下の状態空間表現を用いる：

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t). \quad (2)$$

ただし、

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{pJ_X}{2J_Y} & \frac{pJ_X}{2J_Y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{pJ_X}{2J_Y} & -\frac{pJ_X}{2J_Y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{pJ_X}{2J_Y} & -\frac{pJ_X}{2J_Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{pJ_X}{2J_Y} & \frac{pJ_X}{2J_Y} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} + \frac{l_m^2}{J_Y} & -\frac{1}{m} - \frac{l_m^2}{J_Y} & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} - \frac{l_m^2}{J_Y} & -\frac{1}{m} + \frac{l_m^2}{J_Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{m} - \frac{l_m^2}{J_Y} & \frac{1}{m} + \frac{l_m^2}{J_Y} \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} + \frac{l_m^2}{J_Y} & \frac{1}{m} - \frac{l_m^2}{J_Y} \end{pmatrix}.$$

### 3 ロバスト LQ 制御

磁気軸受のダイナミクスは回転体の回転速度  $p$  に影響されるため、変動パラメータ  $p$  に対して行列多面体表現を用いてロバストな制御器を設計する。

### 3.1 最適レギュレータ理論

最適レギュレータ理論では可制御である状態空間表現に対して、以下の評価関数を考える：

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt. \quad (3)$$

$Q$ ,  $R$  は式 (3) の重み行列である。

### 3.2 行列多面体表現

回転体の回転速度  $p$  は変動パラメータであり、行列  $A$  は  $p$  の 1 次関数である。また  $p$  は以下をみたす：

$$p \in [p_{\min}, p_{\max}] = [0, 2.6180 \times 10^3]. \quad (4)$$

$p = p_{\min}$ ,  $p_{\max}$  のときの行列  $A$  を  $A_{\min}$ ,  $A_{\max}$  と表す。

### 3.3 LMI 条件式

LMI 条件式 (6), (7), (8) を用いて  $J$  の上界  $\gamma$  の最小化を行う。

$$\text{minimize trace}[Z] \quad (5)$$

subject to

$$\begin{pmatrix} -\text{He}[A_{\max}X + BF] & X^T Q_h & F^T R \\ Q_h X & I & O \\ RF & O & R \end{pmatrix} > 0, \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} -\text{He}[A_{\min}X + BF] & X^T Q_h & F^T R \\ Q_h X & I & O \\ RF & O & R \end{pmatrix} > 0, \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} Z & I \\ I & X \end{pmatrix} > 0. \quad (8)$$

ただし、 $Q_h$  は  $Q = Q_h^T Q_h$  をみたす正方行列であり、 $\text{He}[M] = M + M^T$  である。重み行列  $Q$ ,  $R$  は次のように定める：

$$Q = \text{diag}(25, 25, 170, 170, 1, 1, 1, 1), \quad (9)$$

$$R = I. \quad (10)$$

### 3.4 シミュレーション

ロバスト LQ 制御器を用いてシミュレーションを行った結果、回転速度  $p$  を  $3.3[\text{rad/s}^2]$  増加させ外乱を加えてもギャップを安定化することができた。図 2 はそのシミュレーション結果である。

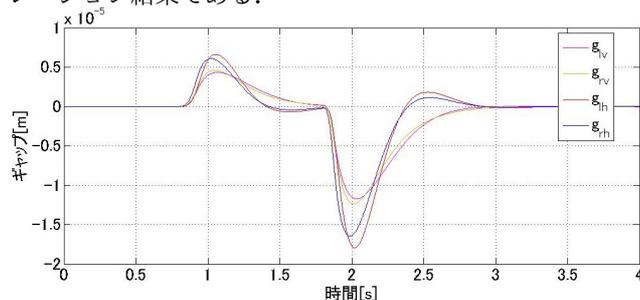


図 2 ロバスト LQ 制御器を用いたときのギャップ

## 4 ゼロバイアス制御

磁気軸受には電磁石に流すバイアス電流が原因でランニングコストが大きくなってしまいうという欠点がある。この問題に対処するために文献 [3] を参考にバックステッピング法を用いて、バイアス電流を用いない制御器を設計する。

参考文献 [3] を参考にバックステッピング法を行った。図 3 はゼロバイアス制御を行ったときとロバスト LQ 制御を行ったときの消費電力のシミュレーションである。下のグラフがゼロバイアス制御を行ったときのものである。

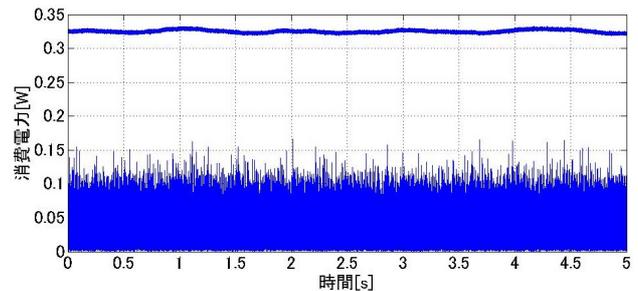


図 3 ゼロバイアス制御とロバスト LQ 制御を行ったときの消費電力の比較

図 3 からゼロバイアス制御を行ったときの方が消費電力が少ないことがわかる。

## 5 おわりに

本研究では磁気軸受の回転速度  $p$  の変化に対処するため、行列多面体表現を用いてロバスト LQ 制御器を設計した。また、磁気軸受のランニングコストがかかってしまうという欠点に対して、文献 [3] を参考にバイアス電流を使わない制御器をバックステッピング法を用いて設計した。今後の課題は設計した制御器を実験機に実装することである。MBC500 では、各方向で対になった電磁石の入力を等しくするようにしなければならないという制約があり、ゼロバイアス制御をいかにして実装するかという困難がある。

## 参考文献

- [1] 樋口俊朗・岡宏一・菅原宏：「磁気軸受を利用したクリーンルーム用ロボットの開発」, 生産研究, 第 40 巻 10 号 (1988.10).
- [2] 滑川徹・篠塚互：「初期状態の不確かさを考慮した  $H_{\infty}$  DIA 制御の磁気軸受への応用」, 「運動と振動の制御」 シンポジウム講演論文集, 第 8 号 (2003), pp. 448–453
- [3] 酒井克章・野波健蔵・有我祐一：「バックステッピング法による磁気軸受系の消費電力型非線形制御」, 日本機械学会論文集 (C 編), 67 巻 664 号 (2001.12).
- [4] 川田昌克：「MATLAB/Simulink による現代制御入門」, 森北出版, 東京, 2011.