

都市間の人口移動を考慮した感染症の数理モデルと交通遮断の効果

2012SE063 石垣賢人

指導教員：大石泰章

1 はじめに

有史以来、人類の歴史は感染症との戦いの歴史でもあった。日本においては2009年に大流行した豚由来のインフルエンザ(H1N1)2009が記憶に新しい。感染症の流行を防ぐ手段としてワクチン接種があげられるが交通遮断も有効な手段のひとつである。実際に、1918年のスペインかぜの際、市内発症率が2.2%の時点で外出・大規模集会の禁止等を行ったセントルイスと市内発症率が10.8%でようやく規制を開始したフィラデルフィアでは、死亡率で前者は0.3%に対し、後者は0.73%と倍以上の差が出た[1]。交通遮断の効果の1つは流行のピークの時期を遅らせることである。それにより感染者の医療機関への集中、そして破綻を防ぐことができる可能性がある。

現実を捉えるための新興感染症の国際的伝播を予測する様々な数理モデルが提案されている[2]。本研究では、人的交流のある複数の都市における感染症流行の数理モデルを人口移動行列を用いて作成しシミュレーションを行う。特に交通遮断によって流行のピーク時期がどのくらい遅れるかに着目し、都市間の交通量、交通遮断を開始する日、交通を遮断する期間との関連に注意して検討する。

2 SIRモデルの拡張

2.1 SIRモデル

本研究で用いる感染症の流行モデルはKermack-McKendrick型モデルと呼ばれ以下のように表される[3]：

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI, \quad \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \quad \frac{dR}{dt} = \gamma I.$$

S は感受性個体(susceptible)の、 I は感染個体(Infected)の、 R は回復個体(recovered)の人口に対する割合を示す。感受性個体は感染力 βI によって感染症に罹患し、感染個体は平均世代時間 $1/\gamma$ 日の後に回復個体となる。

2.2 SIRモデルの拡張

本研究では複数都市での流行予測を行う。簡単な場合として2つの都市を考え、それぞれ1市、2市と呼ぶ。この都市はそれぞれ N_1 (人)、 N_2 (人)の人口を持ち、1市から2市へは n_{21} (人)、2市から1市へは n_{12} (人)の人口移動があるとす。図1に2都市間のネットワークを示す。

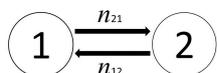


図1 2都市間のネットワーク

この2都市について人口移動を考慮したうえでSIRモデ

ルを用いて数理モデルを構築する。例として、1市における感受性個体 S_1 について考えると人口移動がないとき、

$$\frac{dS_1}{dt} = -\beta S_1 I_1.$$

一方、人口移動があるときは、1市に留まってそこで感染する感受性個体と2市に移動してそこで感染する感受性個体がいる。ここで人口移動行列

$$M = \begin{pmatrix} N_1 - n_{21} & n_{12} \\ n_{21} & N_2 - n_{12} \end{pmatrix}$$

を導入すると、人口移動がある場合の1市の感受性個体の変化は

$$\frac{dS_1}{dt} = -\beta \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{(1 \ 0)M^T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(0 \ 1)M^T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} \end{pmatrix} M^T \begin{pmatrix} \frac{1}{(1 \ 0)M \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(0 \ 1)M \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}} \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

と書くことができる。1市の感染個体および回復個体の変化も同様に人口移動行列 M を用いて表せる。2市についても同様である。

3 交通遮断の効果

3.1 人口移動量の多少による影響

人口移動のある都市間における流行予測を2.2節のモデルを用いて行う。都市間の交通遮断を行うことにより、流行のピークに遅れがでる。流行のピークの遅れは人口移動量の多少によっても変動すると考えられる。この仮説を検証するために図1の2都市において1市で1人目の感染者が発生したとき、2市の人口に対する感染者人口の割合はどのように変化するのか、2市から1市への人口の移動量として2市の人口 N_2 の20%、1%の2通りを用意して遮断する場合、しない場合それぞれを検証する。使用するパラメータを表1に、グラフを図2に示す。

図2からわかるように、人口移動量が1%のときの方が

表1 検証に用いるパラメータ

パラメータ	用いる値
N_1	30×10^3
N_2	10×10^3
n_{21}	0
n_{12}	N_2 の20%、1%

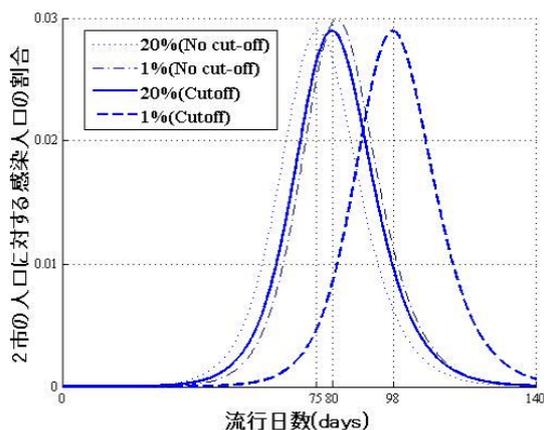


図2 人口移動量の多少に伴う流行パターンの変化

遮断の影響が大きい。これは人口移動が少なく、人口移動を早期に遮断した場合、感染個体が発生していない都市に入り込む感染個体が少数に抑えられるからだと考えられる。また、両都市間の総人口移動量が一定であれば1市から2市または2市から1市への人口移動量をどのように変化させても2市の人口に対する感染者人口の割合は同様のグラフになるという結果も得た。

3.2 交通遮断期間の与える影響

前節では流行収束まで交通遮断を実行したが、期間を限定しない交通遮断は現実的ではない。そこで日数を限定した交通遮断の流行予測を行う。しかし、同じ日数交通遮断を実行したとしても遮断を開始する日が感染症発生からある程度経過すると交通遮断の効果はほとんどない。開始日が遅くなると感染者数が増大するためであると考えられる。そこで、遮断日数が3日、10日、30日、50日のそれぞれの場合について、遮断開始日を変化させると遮断の効果がどのように変化するかを調べたのが図3である。ただし遮断の効果は遮断を行わない場合と比べて流行のピークが何日遅れるかで測定する。

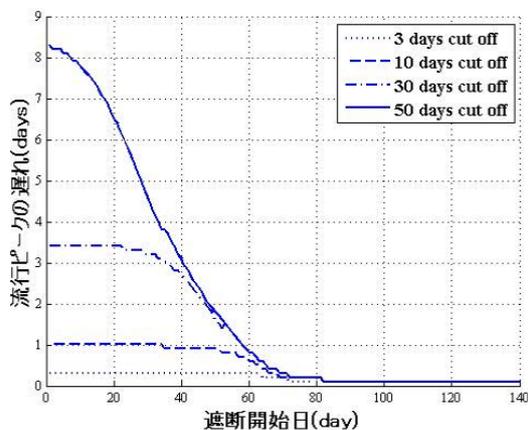


図3 遮断期間の変化に伴う流行ピークの遅れの変化

図3より遮断する期間の長短に関わらず早期に交通遮断を行った方が遮断による流行ピーク遅れの日数は大きくなることが分かる。

3.3 遮断開始日と効率的な遮断日数の検討

図3からわかることであるが、長い期間交通遮断を行ったからといってこれに比例して流行ピークが遅れるわけではない。少ない遮断日数で多くのピーク遅れ日数を実現する効率的な交通遮断を行う方法を考える。図4は、遮断開始日が2日、10日、40日、90日のそれぞれの場合について、遮断日数を変化させると遮断効率がどのように変化するかを調べたものである。ただし遮断効率は、流行ピークの遅れ日数を遮断日数で割った値で測定する。この値が1に近いほど効率的に交通遮断が行われているといえる。

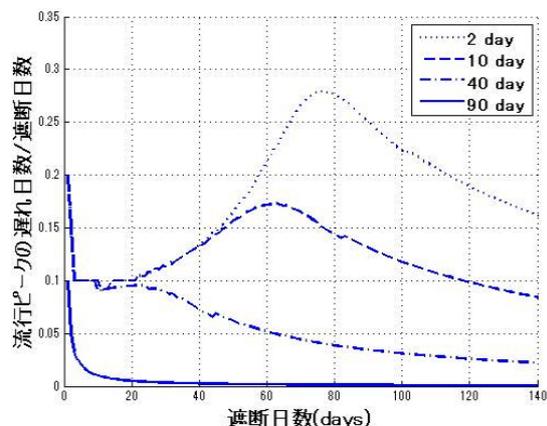


図4 遮断開始日の変化に伴う遮断効率の変化

図4のグラフから早期に交通遮断を実行した場合、長期間遮断しても効率的な遮断できるが、遮断開始が遅い場合、長期間遮断しても効率的ではないことが分かる。

4 おわりに

本論文では感染症流行予測モデルとして従来知られるSIRモデルを拡張して複数都市における感染症の流行予測を行い、特に都市間の交通遮断について考察した。今後の課題として、計算コストが高いが予測精度も高いといわれるMAS (Multi-Agent System) の結果との比較を行うということ。そして現実の都市間の交通流に当てはめてより現実的な設定で流行予測を行うことが挙げられる。

参考文献

- [1] 岡田晴恵：『H5N1型ウイルス襲来—新型インフルエンザから家族を守れ!』。角川SSコミュニケーションズ，東京，2007。
- [2] 西浦博・木下諒：「新興感染症の国際的伝播を予測する数理モデル」。システム/制御/情報，Vol. 59, No. 12, pp. 446-451, 2015。
- [3] 稲葉寿(編)：『感染症の数理モデル』。培風館，東京，2008。