

Super Twisting Algorithm を用いた Anti-lock Brake System のスライディングモード制御

2012SE256 谷浦 知秀

指導教員：陳 幹

1 はじめに

Anti-lock Brake System(ABS) は理想的なスリップ率を保つことで車輪がロックするのを防ぐシステムである。本研究は車体速度や路面の摩擦係数を外乱として考え、マッチング条件を用いてロバスト性を保証する制御系を構築する。また、Super Twisting Algorithm(STA) を用いたスライディングモード制御でスリップ率を目標値に追従させる制御器設計の手法を示す。

2 制御対象のモデリング

2.1 状態方程式の導出

本研究で用いる ABS の概略図を図 1 に示す [1]。上の車輪が車両の車輪、下の車輪が路面を表している。本研究では上の車輪にかかるブレーキトルク $\tau_1(t)$ を操作し、スリップ率 $\lambda(t)$ を目標値に追従させる制御系を設計する。

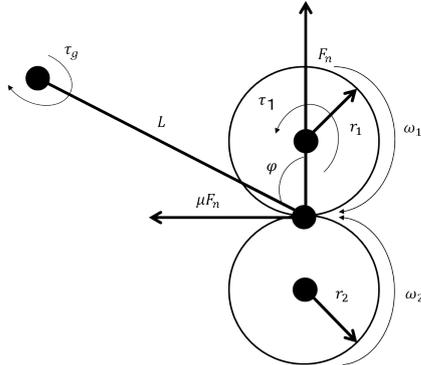


図 1 ABS の概略図

上の車輪と下の車輪の回転運動式をそれぞれ以下のように示す。

$$J_1 \dot{\omega}_1(t) = \mu(\lambda) F_n r_1 - \tau_1(t) \quad (1)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2(t) = -\mu(\lambda) F_n r_2 \quad (2)$$

スリップ率の式を以下のように定義する [2]。

$$\lambda(t) = \frac{r_2 \omega_2(t) - r_1 \omega_1(t)}{r_2 \omega_2(t)} \quad (3)$$

式 (1), 式 (2), 式 (3) より

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{r_1}{r_2 J_1 \omega_2(t)} \tau_1(t) - \frac{(r_1^2 + r_2^2)}{r_2 J_1 J_2 \omega_2(t)} \mu(\lambda) F_n + \frac{r_2}{J_2 \omega_2(t)} \mu(\lambda) F_n \lambda(t) \quad (4)$$

となる。

モデリングで用いる物理パラメータを表 1 に示す [1]。

表 1 物理パラメータ

上の車輪の角速度	ω_1	[rad/s]
下の車輪の角速度	ω_2	[rad/s]
上の車輪の半径	$r_1 = 0.0995$	[m]
下の車輪の半径	$r_2 = 0.099$	[m]
上の車輪の慣性モーメント	$J_1 = 7.53 \times 10^{-3}$	[kgm ²]
下の車輪の慣性モーメント	$J_2 = 25.60 \times 10^{-3}$	[kgm ²]
ブレーキトルク	τ_1	[Nm]
バランスレバーのトルク	$\tau_g = 19.6181$	[Nm]
垂直抗力	$F_n = 58.214$	[N]
車輪間の摩擦係数	μ	
回転軸から車輪間の接点までの距離	$L = 0.370$	[m]
線分 L と車輪間の接点の法線がなす角	$\varphi = 65.61 \times \pi/180$	[rad]
スリップ率	λ	
目標スリップ率	λ_r	

2.2 拡大系

本研究では、スリップ率を目標値に追従させるために積分器を状態変数に入れる。拡大系の状態変数を

$$x(t) = \left[\int (\lambda(t) - \lambda_r) dt, \lambda(t) - \lambda_r \right]^T, u(t) = \tau_1(t) \quad (5)$$

とすると、状態方程式は以下のように表すことができる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) - Bh(t) \quad (6)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{r_1}{\omega_2(t)r_2 J_1} \end{bmatrix}$$

$$h(t) = \frac{(r_1^2 + r_2^2)}{r_1 J_2} \mu(\lambda) F_n - \frac{r_2^2 J_1}{r_1 J_2} \mu(\lambda) F_n \lambda(t)$$

となる。

3 制御系設計

3.1 スライディングモード制御

スライディングモード制御は可変構造制御系理論の一つである。ここで切換関数を

$$\sigma(t) = Sx(t) \quad (7)$$

とする。S は切換超平面の傾きである。スライディングモードが存在すると

$$\sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = 0 \quad (8)$$

となる。

3.2 ロバスト性

式 (6) の行列 B には変動パラメータ $\omega_2(t)$ が存在するので、以下の式のように変形させる。

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) - B_1 h_1(t) \quad (9)$$

ただし、

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{r_1}{r_2 J_1} \end{bmatrix}$$

$$h_1(t) = \frac{(r_1^2 + r_2^2)}{r_1 J_2 \omega_2(t)} \mu(\lambda) F_n - \frac{r_2^2 J_1}{r_1 J_2 \omega_2(t)} \mu(\lambda) F_n \lambda(t) - \frac{(1 - \omega_2(t))}{\omega_2(t)} \tau_1(t)$$

となる。式 (9) の系において、 $h_1(t)$ が行列 B_1 のレンジスペースに存在するのでマッチング条件を満たしている。よってスライディングモードが存在している限り

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \{I - B_1(SB_1)^{-1}S\}A_1 x(t) \\ \dot{\sigma}(t) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

となり、 $h_1(t)$ の影響はなくなる。

3.3 Super Twisting Algorithm

STA はチャタリングと呼ばれる高周波振動を低減させるのに有効なアルゴリズムである。STA はシステムの相対次数によってアルゴリズムがそれぞれ異なる。ABS の相対次数は 2 より STA は以下のように表すことができる [3]。

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = -k_1 |\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(\sigma) + z \\ \dot{z} = -k_2 \text{sgn}(\sigma) \end{cases} \quad (11)$$

k_1, k_2 は定数である。

3.4 スライディングモードコントローラの設計

式 (11) と $\dot{\sigma}(t) = SA_1 x(t) + SB_1 u(t)$ より設計したコントローラは

$$u(t) = (SB_1)^{-1} (-SA_1 x(t) - k_1 |\sigma(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(\sigma) - k_2 \int_0^t \text{sgn}(\sigma) dt) \quad (12)$$

となった。

3.5 スライディングモード存在条件

$\sigma(t) = 0$ を実現させるために、 $\sigma(t)$ に関するリアプノフ関数の候補を $V(t) = \frac{1}{2} \sigma^2(t)$ と選ぶと

$$\dot{V}(t) = -\sigma(t) \left\{ k_1 |\sigma(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(\sigma) + k_2 \int_0^t \text{sgn}(\sigma) dt \right\} < 0 \quad (13)$$

となり、 $\dot{V}(t)$ が常に負定関数となるように k_1, k_2 を $k_1 > 0, k_2 > 0$ と選べば安定なスライディングモード制御を実現できる。

4 シミュレーションと実験

設計したコントローラを用いてシミュレーションと実験を行った。ここで、目標スリップ率 λ_r を 0.2 とした。切換超平面の傾き S は最適な切換超平面の設計法を用いて設計した。図 2 にスリップ率、図 3 に車体と車輪速度のシミュレーションと実験結果を示す。

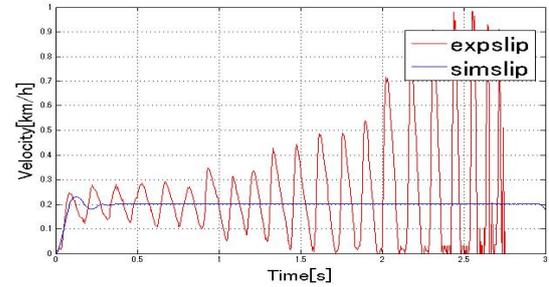


図 2 スリップ率

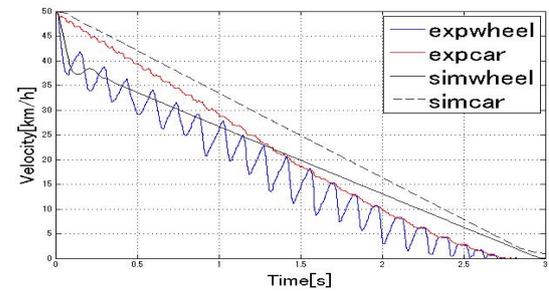


図 3 車体と車輪速度

5 おわりに

本研究では変動パラメータである車体速度、路面の摩擦係数を外乱として考え、マッチング条件を用いてロバスト性を保証した。実験ではシミュレーションのような結果を得ることができなかったが、図 2 のシミュレーションではチャタリングをほとんど発生させることなくスリップ率を目標値へ追従させることができた。今後の課題は数学モデルとシステム同定の見直しやコントローラゲインを適応的に変化させることである。

参考文献

- [1] INTECO: The Laboratory Anti-lock Braking System User Manual.
- [2] Dragan Antic, Vlastimir Nikolic, Darko Mitic, Marko Milojkovic, and Stanisa Peric, "SLIDING MODE CONTROL OF ANTI-LOCK BRAKING SYSTEM: AN OVERVIEW", Automatic Control and Robotics, Vol. 9, No 1, pp. 41-58, 2010.
- [3] Shyam Kamal, Asif Chalanga, J. A. Moreno, L. Fridman and B. Bandyopadhyay, "Higher Order Super-Twisting Algorithm", <http://vss2014.ircnyn.ec-nantes.fr/slides/Fridman>, (参照 2016-1-5).