

H_∞ 制御を用いた送りねじ機構の位置決め制御

2012SE018 福井順也

指導教員：陳 幹

1 はじめに

送りねじ機構の精密位置決め制御手法について提案する。本研究で用いる制御対象には位置センサのみ取り付けられており、テーブルの速度を観測することはできない。速度を観測するために速度センサを取り付ける場合は高コストとなる。また微分を用いて位置情報から速度を求めた場合は微分による誤差が発生する。そこで本研究では速度情報を必要とせず、外乱抑制をすることができる H_∞ 出力フィードバックコントローラをメインコントローラとして用いる。また精密位置決めを行うとき、移動量に対し非線形摩擦の影響が大きい。そこで外乱オブザーバを用いることで摩擦の補償を行い、早い位置決めを目的とする。

2 モデリング

本研究では制御対象として、工作機械や半導体製造で多く使われている送りねじ機構の1つであるボールスクリュースystemを用いる。このシステムはサーボモータの回転を直線運動に変換することによって、ボールスクリュースとカップリングでつながれたテーブルを動かすものである。

モータの回転角を θ [rad]、テーブルの変位を x [m]、モータからの入力を T [Nm]、とするとモータに関する運動方程式は

$$J\ddot{\theta}(t) = T(t) - R_b K_t (R_b \theta(t) - x(t)) \quad (1)$$

となり、テーブルに関する運動方程式は

$$M_t \ddot{x}(t) = K_t (R_b \theta(t) - x(t)) - F_r - f_v \dot{x}(t) \quad (2)$$

となる。ここでテーブルの運動に比べ、モータの運動が早いことから回転運動の遅れを無視し、式 (1), (2) を用いることで以下の式 (3) を得る。

$$M_t \ddot{x}(t) + f_v \dot{x}(t) = \frac{1}{R_b} T(t) - F_r \quad (3)$$

状態変数を $x_p = [x(t) \ \dot{x}(t)]^T$ 、入力を $u(t) = T(t)$ 、外乱を $w = F_r$ としたとき、式 (3) より制御対象の状態空間表現は

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{f_v}{M_t} \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_b M_t} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M_t} \end{bmatrix} w \\ &= A_p x_p(t) + B_{p1} u(t) + B_{p2} w \\ y(t) &= [1 \ 0] x_p(t) = C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (4)$$

となる。また本研究で用いる物理パラメータを表1に示す。

3 非線形摩擦

ボールスクリュースystemはテーブルの移動の際に摩擦が発生し、位置決め性能を劣化させている。主な摩擦の特

表1 物理パラメータ

M_t	テーブルの重さ	2.16[kg]
f_v	直線系粘性係数	933.05[Ns/m]
K_t	直線系ばね定数	1×10^8 [N/m]
R_b	ボールねじ定数	3.18×10^{-4} [m/rad]
J	回転系全慣性モーメント	1.14×10^{-5} [Nms ²]
F_r	非線形摩擦	

性としてクーロン摩擦、静止摩擦、粘性摩擦が挙げられる。そのため本研究では非線形摩擦を補償するにあたって図1に示す摩擦モデルを用いてシミュレーションを行う。

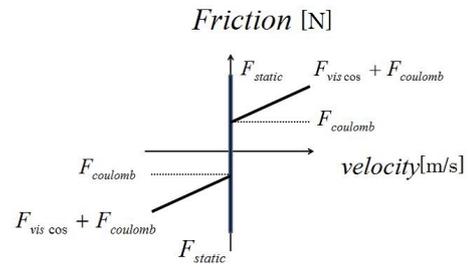


図1 摩擦モデル

F_{static} を静止摩擦、 $F_{coulomb}$ をクーロン摩擦、 F_{viscos} を粘性摩擦としたとき全体の摩擦力 F_r は式 (5) で表すことができる。

$$F_r = F_{static} + F_{coulomb} + F_{viscos} \quad (5)$$

各摩擦係数の値はステップ入力とランプ入力を実験機に加えることで計測した。

4 正規既約分解

逆プラントを用いて外乱オブザーバを作成する場合、Simulink を用いたシミュレーション上で疑似微分や微分器を用いる必要がある。しかしこれらを用いた場合、微分による誤差によってシミュレーション誤差が発生する。そこで本研究では正規既約分解で得られた式を逆プラントの代わりに用いることで、微分による誤差を限りなく少なくする。正規既約分解はプラント $P(s)$ が式 (6) のように表されるとき、 $P_n(s)$ 、 $P_d(s)$ は式 (7) を満たす。

$$P(s) = P_n(s)P_d^{-1}(s) \quad (6)$$

$$\tilde{P}_n(s)P_n(s) + \tilde{P}_d(s)P_d(s) = I \quad (7)$$

以上のことを用いてプラント $P(s)$ を式 (6) のように分解した。また、外乱オブザーバの非線形フィルターは関数オブザーバの理論 [1] を用いて導出する。

5 制御器設計

コントローラ作成の際に外乱オブザーバを含めた拡大系のプラント $P_b(s)$ を導出する。そこで正規既約分解された $P_n(s)$, $P_d(s)$ を状態空間表現に変換する。またフィルタも同様に拡大系のプラントに含まれるため状態空間表現に変換する。変換した式は式 (8) となる。

$$P_n(s) = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix}, P_d(s) = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix}, F(s) = \begin{bmatrix} A_f & B_f \\ C_f & D_f \end{bmatrix} \quad (8)$$

得られた状態空間表現を用いて作成した拡大系のプラントの状態空間表現 $P_b(s)$ を導出する。

$$P_b(s) = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 & -B_{p1}C_f & B_{p2} & B_{p1} \\ 0 & A_n & 0 & -B_nC_f & 0 & B_n \\ B_dC_p & 0 & A_d & 0 & 0 & 0 \\ -B_fD_dC_p & B_fC_n & -B_fC_d & A_f & 0 & 0 \\ C_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_b & B_{b1} & B_{b2} \\ C_b & D_{b1} & D_{b2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

出力外乱の影響を低減させるために、感度関数 $S = (I + P_b(s)K(s))^{-1}$ を低周波で抑えるコントローラ $K(s)$ を作成する。 $W_s(s)$ を低周波で大きなゲインとなるように決め、一般化制御対象 $G_s(s)$ を導出する。

$$W_s(s) = \begin{bmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$G_s(s) = \begin{bmatrix} A_s & B_sC_b & B_s & 0 & -B_sD_{b2} \\ 0 & A_b & 0 & B_{b1} & -B_{b2} \\ C_s & D_sC_b & D_s & 0 & -D_sD_{b2} \\ 0 & C_b & I & D_{b1} & -D_{b2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_g & B_{g1} & B_{g2} \\ C_{g1} & D_{g11} & D_{g12} \\ C_{g2} & D_{g21} & D_{g22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

図 2, 図 3 に $P_b(s)$ と $G_s(s)$ のブロック線図を示す。

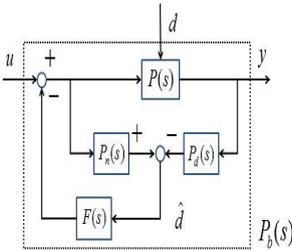


図 2 拡大系のプラント

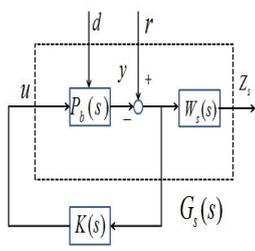


図 3 一般化制御対象

定数 $\gamma > 0$ が与えられているとき、式 (11) に対して閉ループシステムを安定化させ、 $\|G_s\|_\infty < \gamma$ を満足するコントローラ $K(s)$ が存在するための必要十分条件は式 (12), (13) を満たす $\hat{A}_k, \hat{B}_k, \hat{C}_k, \hat{D}_k, X, Y$ が存在することである [2]。以上のことを用いて以下の LMI 条件式を解く。

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} He[A_gX + B_{g2}\hat{C}_k] & * & * & * \\ \hat{A}_k + (A_g + B_{g2}\hat{D}_kC_{g2})^T & He[YA_g + \hat{B}_kC_{g2}] & * & * \\ B_{g1}^T + D_{g21}^T\hat{D}_k & B_{g1}^TY + D_{g21}^T\hat{B}_k & -\gamma^2I & * \\ C_{g1}X + D_{g12}\hat{C}_k & C_{g1} + D_{g12}\hat{D}_kC_{g2} & D_{g11} + D_{g12}\hat{D}_kD_{g21} & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

導出された $\hat{A}_k, \hat{B}_k, \hat{C}_k, \hat{D}_k, X, Y$ と $I - XY = MN^T$ が成り立つ M, N を用いて以下の出力フィードバックコントローラを導出する。

$$\begin{cases} D_k = \hat{D}_k \\ C_k = (\hat{C}_k - D_kC_{g2}X)M^{-T} \\ B_k = N^{-1}(\hat{B}_k - YB_{g2}D_k) \\ A_k = N^{-1}(\hat{A}_k - NB_kC_{g2}X - YB_{g2}C_kM^T - Y(A_g + B_{g2}D_kC_{g2})X)M^{-T} \end{cases} \quad (14)$$

$$K(s) = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \quad (15)$$

6 実験結果

勾配 5×10^{-4} [m/s], 目標値 1×10^{-4} [m] とし実験を行う。実験結果, シミュレーション結果を図 4 に示す。

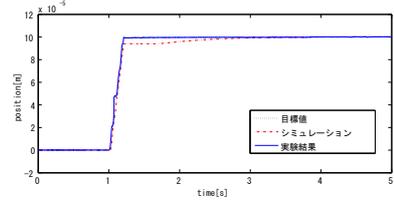


図 4 実験結果とシミュレーション結果

図 4 より実験結果, シミュレーション結果は共に目標値に追従し, 即応性の高い位置決め制御ができたといえる。

次に外乱オブザーバの有用性を確かめるために勾配, 目標値を小さくし同様の実験を行う。勾配 1×10^{-5} [m/s], 目標値 5×10^{-5} [m], とし外乱オブザーバを用いて摩擦補償をした場合としていない場合のシミュレーションを図 5, 実験結果を図 6 に示す。

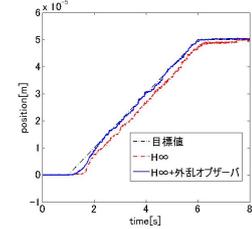
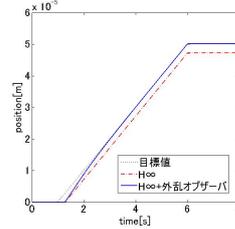


図 5 シミュレーション

図 6 実験結果

図 5, 図 6 より外乱オブザーバを加えて制御した場合の方が加えていない場合に比べ目標軌道に追従し, 早い位置決め制御ができていると言える。

7 おわりに

本研究では速度センサを用いない送りねじ機構に対して H_∞ 出力フィードバック制御を用いて位置決め制御を行った。また, 勾配を小さくしたとき移動量に対して非線形摩擦の影響が大きく位置決め性能が劣化したが, 外乱オブザーバを構成し非線形摩擦の影響を低減することで位置決め性能を向上させ, 提案法の有用性を示した。

参考文献

- [1] 美多 勉, 平田 光男, 村田 健一: H_∞ 制御と外乱オブザーバの理論, T.IEEE Japan, Vol. 115-C, No.8, pp.1002-1011 (1995)
- [2] 蛭原義雄: LMI によるシステム制御, ロバスト制御系設計のための体系的アプローチ, 森北出版株式会社 (2012)