2 輪倒立振子のファジィ制御

2011SE044 平子 温　2011SE100 岩瀬 昂大
指導教員: 陳 幹

1　概要

本研究は，数式制御のように，モデリングを必要としないファジィ制御と呼ばれる方法の有用性や特性について，考察することを目的とする. このため，2 輪倒立振子に対して倒立制御を，ファジィ制御と最適制御の 2 つの方法で行い，比較した. 倒立振子のファジィ制御に失敗したが，ファジィ制御に関する特性が明らかになった.

2　制御対象

2.1　制御対象の概要

本研究の制御対象に V-stone 社製「Beauto Balancer 2」を用いる. 制御対象の外観を図 2.1 に，パラメータを表 2.2 に，制御対象の変数の対応を図 2.3 にそれぞれ示す.

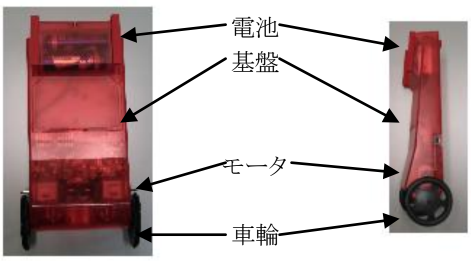

図 2.1:制御対象の外観

表 2.2:制御対象の変数及びパラメータ[1][2]

変数名	変数記号	数値	単位
車輪中央位置	X_w, Z_w	不定	m
重心位置	X_b, Z_b	不定	m
モータ位置	X_m, Z_m	不定	m
本体傾斜角度	ψ	不定	rad
車輪回転角度	θ	不定	rad
車輪半径	R_w	0.021	m
重心長さ	L	0.0745	m
モータ長さ	d	0.022	m
本体重量	M_b	0.15	kg
車輪重量	M_w	0.0053	kg
モータ重量	M_m	0.0017	kg
本体慣性モーメント	J_b	6.93×10^{-5}	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
車輪慣性モーメント	J_w	1.16×10^{-6}	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
モータ慣性モーメント	J_m	8.22×10^{-7}	$\mathrm{kg \cdot m^2}$
モータ軸粘性摩擦係数	f_m	4.91×10^{-7}	N･m/rad
重力加速度	g	9.8	$\mathrm{m/s^2}$
ギア比	n	21	
モータトルク	τ	不定	N · m
モータトルク定数	K_t	0.00115	N · m/A
モータ電流	i	不定	A

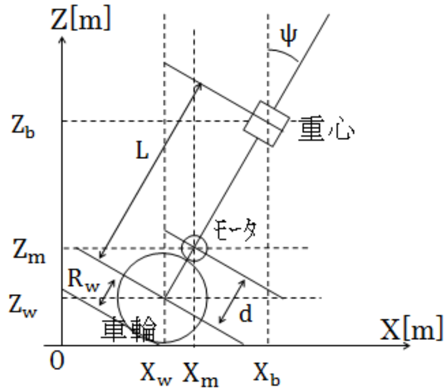

図 2.3:制御対象の変数の模式図

2.2　モータのモデリング

ラグランジュの運動方程式を用いて制御対象の振る舞いをモデリングする. この為，制御対象の並進運動エネルギーの式(2.1)，回転運動エネルギーの式(2.2)，位置エネルギーの式(2.3)をそれぞれラグランジュの運動方程式の式(2.4)に代入する.

$$T_1 = \frac{1}{2}\{M_w(\dot{X}_w^2 + \dot{Z}_w^2) + M_b(\dot{X}_b^2 + \dot{Z}_b^2) + M_m(\dot{X}_m^2 + \dot{Z}_m^2)\} \tag{2.1}$$

$$T_2 = \frac{1}{2}\left\{J_w\dot{\theta}^2 + J_b\dot{\psi}^2 + J_m(\dot{\psi} - \dot{\theta})^2\right\} \tag{2.2}$$

$$U = M_w g Z_w + M_b g Z_b + M_m g Z_m \tag{2.3}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} = \tau \ \ (T = T_1 + T_2) \tag{2.4}$$

代入された式(2.4)に対して三角関数をマクローリン展開の一次の項までで線形化した結果，制御対象の並進運動の方程式の式(2.5)と回転運動の方程式の式(2.6)がそれぞれ導出された.

$$\begin{aligned}&\{(M_b + M_m + M_w)R_w^2 + J_w + n^2 J_m\}\ddot{\theta} \\ &+ \{(M_b L + M_m d)R_w - n^2 J_m\}\ddot{\psi} = F_\theta\end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}&\{(M_b L + M_m d)R_w - n^2 J_m\}\ddot{\theta} \\ &+ (M_b L^2 + M_m d^2 + J_b + n^2 J_m)\ddot{\psi} \\ &- (M_b L + M_m d) g \psi = F_\psi\end{aligned} \tag{2.6}$$

2.3 モータのモデリング

制御対象を動かすのに必要なモータの電気的・物理的な振る舞いをモデリングする．制御対象のモータは電流制御で動いている為，モータトルクと電流の式は以下の式(2.7)のようになった．

$$\tau = K_t i - f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}) \tag{2.7}$$

式(2.7)から，制御対象本体の一般化力は式(2.8)，車輪の一般化力は式(2.9)のようになった．

$$F_\psi = 2(n-1)\{K_t i - f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta})\} \tag{2.8}$$

$$F_\theta = -n\{K_t i - f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta})\} \tag{2.9}$$

2.4 状態空間表現

2.2 節の式(2.5),(2.6)と 2.3 節の式(2.8),(2.9)を組み合わせて，行列の式(2.10)~(2.14)をそれぞれ導出した．

$$E\begin{bmatrix}\ddot{\theta} \\ \ddot{\psi}\end{bmatrix} + F\begin{bmatrix}\dot{\theta} \\ \dot{\psi}\end{bmatrix} + G\begin{bmatrix}\theta \\ \psi\end{bmatrix} = Hu(t) \tag{2.10}$$

$$\begin{gathered} E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \\ e_{11} = (M_b + M_m + M_w)R_w^2 + J_w + n^2 J_m \\ e_{12} = (M_b L + M_m d)R_w - n^2 J_m \\ e_{21} = (M_b L + M_m d)R_w - n^2 J_m \\ e_{22} = M_b L^2 + M_m d^2 + J_b + n^2 J_m \end{gathered} \tag{2.11}$$

$$F = \begin{bmatrix} -n^2 f_m & n^2 f_m \\ 2n(n-1)f_m & -2n(n-1)f_m \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -(M_b L + M_m d)g \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

$$H = \begin{bmatrix} -nK_t \\ 2(n-1)K_t \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

式(2.10)~(2.14)を整理して，状態空間表現の式(2.15)~(2.17)をそれぞれ導出した．

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi}\end{bmatrix} = A\begin{bmatrix}\theta \\ \psi \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi}\end{bmatrix} + Bu(t) \ \ (u(t) = i(t)) \tag{2.15}$$

$$A = \begin{bmatrix} O_{2\times2} & I_{2\times2} \\ -E^{-1}G & -E^{-1}F \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

$$B = \begin{bmatrix} O_{2\times2} \\ -E^{-1}H \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

3 最適制御

3.1 最適制御の概要

最適制御とは，式(3.1)で表されるような評価関数を最小化する入力 u を求める制御法である[3]．このとき，重み行列 Q, Rを設定し，状態変数の収束の早さを設定できる．

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u)dt \tag{3.1}$$

3.2 シミュレーション

最適制御の制御器に式(3.2)で示される重み行列をMATLAB©に入力し，式(3.3)の最適制御ゲイン Kを得た．

$$Q = \begin{pmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7.0\times10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0\times10^5 \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

$$R = 1000$$

$$K = [1.0000 \ \ 124.7209 \ \ \ 1.6203 \ \ 21.101] \tag{3.3}$$

式(3.3)のゲイン Kを用いてシミュレーションを行ったが，出力不足で倒立出来なかった．出力を増やす為，ゲイン値を定数倍にしてシミュレーションを行い比較した．この結果の比較を図 3.1 に示す．

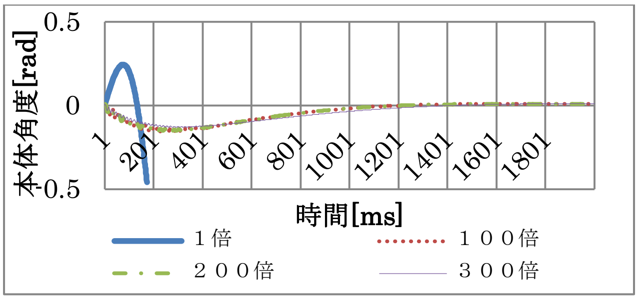

図 3.1:本体角度シミュレーションの比較

このシミュレーションで，最も目標値への収束が早かった式(3.4)のゲイン K'を本研究の実験に用いた．

$$K' = [300 \ \ 37416 \ \ 396 \ \ 6330](K' \simeq K \times 300) \tag{3.4}$$

3.3 実験

3.2 節の式(3.4)を用いて制御対象の実験を行った．この実験のデータを図 3.2 と図 3.3 にそれぞれ示す．

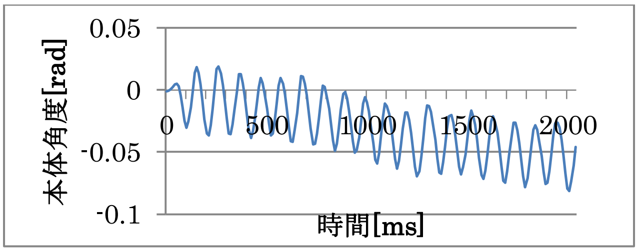

図 3.2:実験時の本体角度の推移

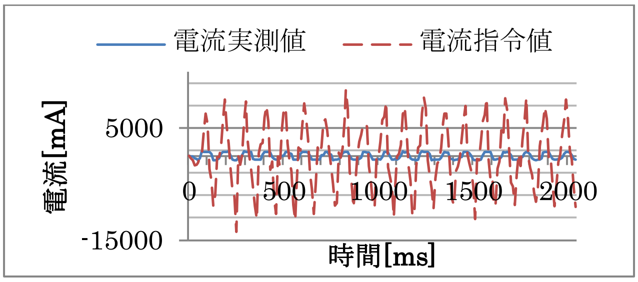

図 3.3 :実験時の電流の推移

図 3.2 と図 3.3 のデータから，若干の偏りは見られるものの，概ね倒立制御が続いていると考えた．

4 ファジィ制御

4.1 概要

ファジィ制御とは制御量の決定に数学的・物理学的な方法ではなく，ファジィ理論を用いる制御技術である[4]．

4.2 ファジィ制御用パラメータの準備

ファジィ制御に必要な 4 つのパラメータについて示す．

- <u>状態変数</u>
  制御対象の状態を表すのに必要な変数．
- <u>ファジィ集合</u>
  状態変数がどのような状態であるのかを言語的に表す集合．
- <u>メンバシップ関数</u>
  ある要素がファジィ集合にどの程度属するか示すメンバシップ値を計算する関数．
- <u>ファジィ規則</u>
  「○○なら××する」という言語で表される規則を論理表現に直したもの．
- <u>ファジィ推論法</u>
  2 つから 1 つのファジィ集合を決定する方法や，ファジィ集合を数値に戻す方法をまとめたもの．

4.3 ファジィ制御プロセス

ファジィ制御器が制御量を出力するプロセスを示す．

1. <u>ファジィ化</u>
   状態変数を元に，それぞれに対応したファジィ集合のメンバシップ値を計算する．
2. <u>ファジィ推論</u>
   ファジィ規則を元に，複数のファジィ集合から，1 つのファジィ集合と，そのメンバシップ値を得る．
3. <u>非ファジィ化</u>
   出力に用いる集合と，そのメンバシップ関数を元に，制御量となる 1 つの数値を算出する．

この作業を繰り返すことで，制御量を決定し続ける．

4.4 使用するパラメータ

本研究で用いるファジィ制御パラメータを以下に示す．

- <u>ファジィ集合</u>
  「本体角度(ψ)，本体角速度($\dot{\psi}$)，車輪角度(θ)，角度修正(r)，モータ出力(i)」の 5 つの主語に「NB(負に大きい)，NS(負に小さい)，ZE(ゼロである)，RS(正に小さい)，RB(正に大きい)」の 5 つの述語を持たせた計 25 個のファジィ集合を用いる．このとき，ファジィ集合を式(4.1)，メンバシップ値を式(4.2)のように表す．式(4.2)において，xはファジィ集合を要素，y はメンバシップ値，μはメンバシップ関数を指す．

$$F_{A \cdot B} \ \ (A = \text{主語}, B = \text{述語}) \tag{4.1}$$

$$\mu_{F_{A \cdot B}}(x) = y \tag{4.2}$$

- <u>メンバシップ関数</u>
  それぞれのファジィ集合のメンバシップ関数のグラフを図 4.1~図 4.4 にそれぞれ示す．

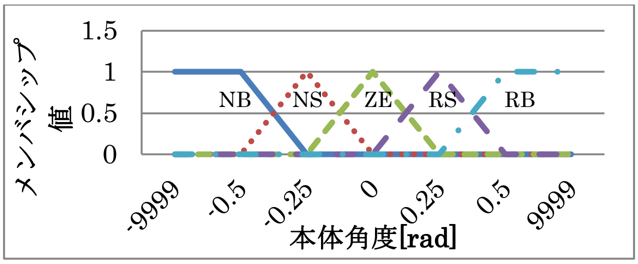

図 4.1:本体角度ファジィ集合メンバシップ関数

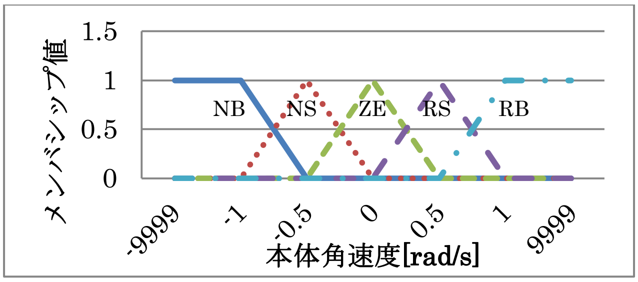

図 4.2:本体角速度ファジィ集合メンバシップ関数

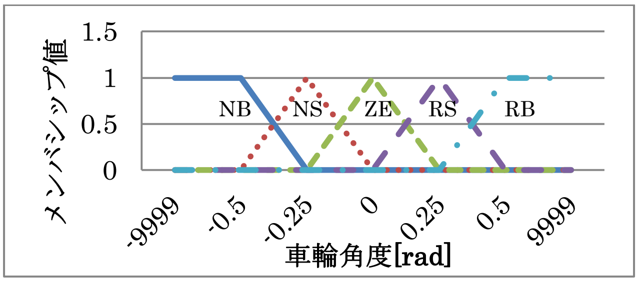

図 4.3:車輪角度ファジィ集合メンバシップ関数

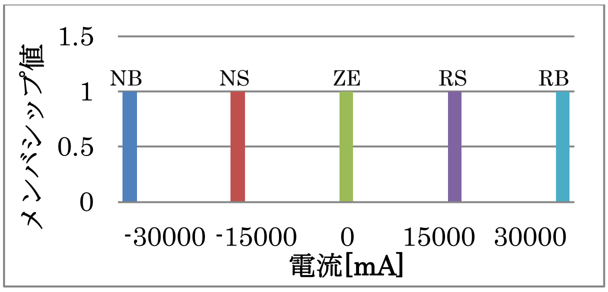

図 4.4:モータ出力シングルトン集合メンバシップ関数

- ファジィ規則
  $(\psi, \dot{\psi} \to r)$に対応するファジィ規則を表4.5とし，$(r, \theta \to i)$に対応するファジィ規則を表4.6とした．

表 4.5:ψと$\dot{\psi}$からrを計算するファジィ規則

$\psi \diagdown \dot{\psi}$	NB	NS	ZE	RS	RB
NB	NB	NB	NB	NS	ZE
NS	NB	NB	NS	ZE	RS
ZE	NB	NS	ZE	RS	RB
RS	NS	ZE	RS	RB	RB
RB	ZE	RS	RB	RB	RB

表 4.6:rとθからiを計算するファジィ規則

$r \diagdown \theta$	NB	NS	ZE	RS	RB
NB	NB	NB	NB	NB	NB
NS	NB	NB	NB	NB	NB
ZE	NS	NS	ZE	RS	RS
RS	RB	RB	RB	RB	RB
RB	RB	RB	RB	RB	RB

● ファジィ推論法

本研究では簡略化推論法を用いる．ファジィ推論の計算式は，式(4.3),(4.4)，非ファジィ化の計算式は式(4.5)に示す．式(4.5)におけるF_A^{-1}とは，シングルトン集合F_Aに属する要素となる値を指す．

$$if\ \psi\ is\ F_{\psi\cdot x}\ and\ \dot{\psi}\ is\ F_{\dot{\psi}\cdot y}\ then\ \mu_r = min\left(\mu_{F_{\psi\cdot x}}, \mu_{F_{\dot{\psi}\cdot y}}\right) \tag{4.3}$$

$$if\ \psi\ is\ F_{r\cdot x}\ and\ \dot{\psi}\ is\ F_{\theta\cdot y}\ then\ \mu_i = max\left(\mu_{F_{r\cdot x}}, \mu_{F_{\theta\cdot y}}\right) \tag{4.4}$$

$$\frac{\mu_{i\cdot NB} \times F_{i\cdot NB}^{-1} + \cdots + \mu_{i\cdot RB} \times F_{i\cdot RB}^{-1}}{\mu_{i\cdot NB} + \cdots + \mu_{i\cdot RB}} \tag{4.5}$$

4.5 シミュレーション

4.4 節のパラメータを用いて制御対象のファジィ制御を用いた倒立制御のシミュレーションを行った．このときのシミュレーション結果を図 4.5~図 4.7 にそれぞれ示す．

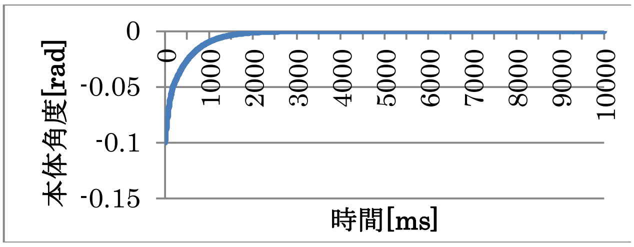

図 4.5:ファジィ制御の本体角度シミュレーション

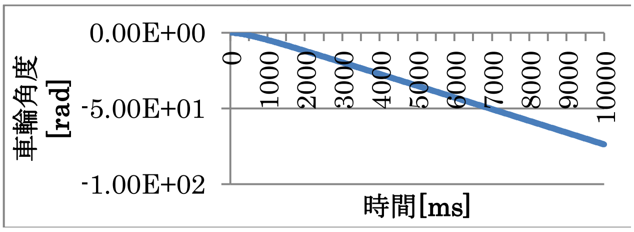

図 4.6:ファジィ制御の車輪角度シミュレーション

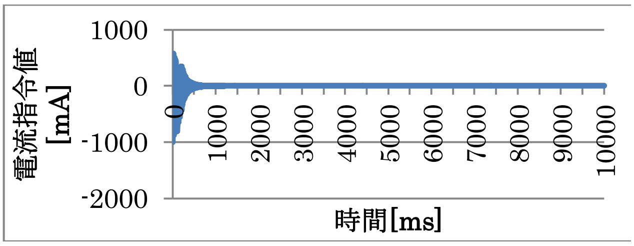

図 4.7:ファジィ制御の出力電流シミュレーション

4.6 実験

4.4 節のパラメータを用いて制御対象のファジィ制御を用いた倒立制御の実験を行った．このときのシミュレーション結果を図 4.8~図 4.10 にそれぞれ示す．

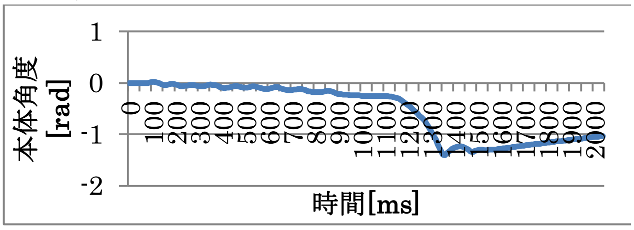

図 4.8:ファジィ制御の本体角度の実測値

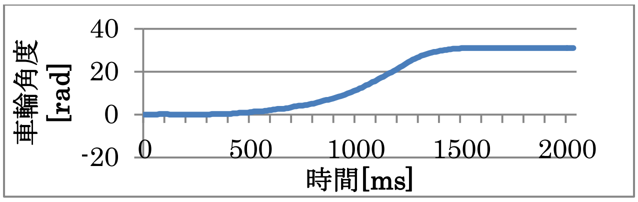

図 4.9:ファジィ制御の車輪角度の実測値

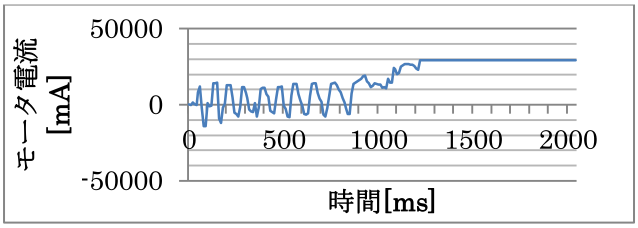

図 4.10:ファジィ制御のモータ電流の実測値

4.7 考察と対策

4.5 節と 4.6 節のデータから，本研究における倒立制御は失敗したことが確認された．

この結果から得られる考察と対策について示す．

- 本体角度が目標値に接触していない．
  - 本体角度の制御評価が低い．
    →本体角度メンバシップ関数を狭くする．
  - 本体角度と角速度の関係が不適切．
    →ファジィ規則の本体角度の影響を増やす．
- 車輪角度が制御されていない．
  - 車輪角度の制御評価が低い．
    →車輪角度メンバシップ関数を狭くする．
  - 車輪角度と角度修正の関係が不適切．
    →ファジィ規則の車輪角度の影響を増やす．
    →*min*,*max* 以外の推論を試す．

5 まとめ

本研究によりファジィ制御の取り扱いの難しさやファジィパラメータ設定の難しさ等から，最適制御を上回る有用性を有しないことが明らかとなった．しかし，決してファジィ制御は不可能な技術ではないことから，本研究で得られたファジィ制御の特性についてのデータや考察を次の研究に生かしたい．

参考文献

[1] V-stone 株式会社,”ビュートバランサー2 取扱説明書 Ver1.03”,[https://www.vstone.co.jp/products/beauto_balancer_2/download/BeautoBalancer2_Manual_1_03_2015_0527_1025.pdf].(2015/5/27)

[2] マブチモータ株式会社,”fa_130ra.pdf ”, [http://www.mabuchi-motor.co.jp/ja_JP/cat_files/fa_130ra.pdf].(2015/12/7)

[3] 川田昌克,西岡勝博,”MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学”,森北出版.(2001)

[4] 中島信之,石井博昭,竹田英二,”ファジィ理論入門-社会科学の数理”,裳華房.(1994)