

ポリトープ表現を用いた Anti-lock Brake System のロバスト制御

2011SE282 鵜飼涼平

指導教員：高見 勲

1 はじめに

ABS とは Anti-lock Brake System の略称で急ブレーキをかけた時にタイヤがロック (回転が止まる) するのを防ぐシステムである. スリップ率が約 0.2 のとき制動距離を短くでき, 車両の安定性が向上できることが知られている. ABS には不確定要素として

1. 車体速度が一定ではなく常に変化している.
2. タイヤと道路の摩擦係数が雪道, 乾いたアスファルトでは違う.
3. 同じ入力でのブレーキトルクの不確かさ.

があげられる. 本研究ではこれらの不確定性に対して ABS のロバスト性を保証する制御系を構築し, スリップ率を目標値に安定化させる制御器設計の手法を示す. シミュレーションと実験を行い, 理論の検証を行う. また, 信頼性の高いシミュレーションを行うために ABS 実験機の車輪間の摩擦係数について摩擦同定を行う.

2 制御対象

この制御対象の簡略図を図 1 に示す.

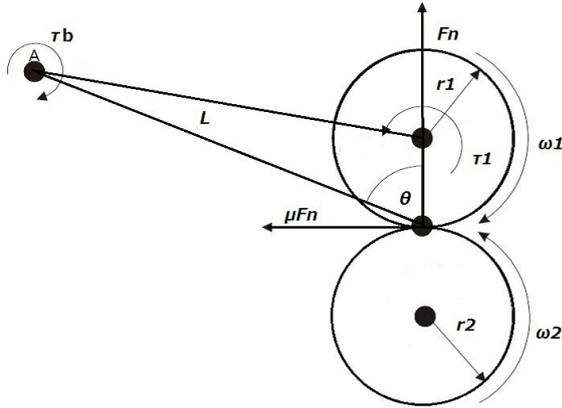


図 1 ABS 実験機の簡略図

制御対象は inteco 社の 1/4 モデルである ABS を用いる. 上の車輪が車のタイヤ, 下の車輪が路面を表している. 上の車輪にブレーキ, 下の車輪にモータがついており, 指定した回転速度まで回転しモータが止まり, ブレーキをかけるようになっている.

3 モデリング

この制御対象のモデリングを行う際に使用する物理パラメータは表 1 に示す. 上と下の車輪の回転運動方程式とスリップ率は次のように表される.

$$J_1 \dot{\omega}_1 = F_n r_1 \mu - \tau_1 \quad (1)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 = -F_n r_2 \mu \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 \omega_2} \quad (3)$$

垂直効力 F_n は次のようになる.

$$F_n = \frac{\tau_b + \tau_1}{L(\sin\theta - \mu\cos\theta)} \quad (4)$$

表 1 ABS 実験機の物理パラメータ

上の車輪の半径	$r_1 = 0.0995$	[m]
下の車輪の半径	$r_2 = 0.099$	[m]
上の車輪の慣性モーメント	$J_1 = 7.53 * 10^{-3}$	[kgm ²]
下の車輪の慣性モーメント	$J_2 = 25.60 * 10^{-3}$	[kgm ²]
垂直効力	$F_n = 58.214$	[m]
バランスレバーのトルク	$\tau_b = 19.62$	[Nm]
バランスレバーの回転軸と上下の車輪の接点の距離	$L = 0.255$	[m]
上下の車輪の接点の法線と線分 L がなす角	$\theta = 57.5 * \pi/180$	[rad]
上の車輪の角速度	ω_1	[rad/s]
下の車輪の角速度	ω_2	[rad/s]
ブレーキトルク	τ_1	[Nm]
車輪間の摩擦係数	μ	[-]
スリップ率	λ	[-]
デューティー比	u_d	[-]
デューティー比の傾き	a_1	[-]

$S(\mu)$ を次のように定める.

$$S(\mu) = \frac{\mu}{L(\sin\theta - \mu\cos\theta)} \quad (5)$$

$S(\mu)$ には変動パラメータである μ が含まれているので $S(\mu)$ を変動パラメータとして扱う.

ブレーキトルク τ_1 とデューティー比 u_d は次の関係がある.

$$\tau_1 = a_1 u_d \quad (6)$$

$a = 1/a_1$ とすると次のようになる.

$$a\tau_1 = u_d \quad (7)$$

式 (1)(2)(3)(4)(5)(7) よりスリップ率の微分の式は次のようになる.

$$\dot{\lambda} = f(\lambda, \omega_2) + g(\lambda, \omega_2)\tau_1 \quad (8)$$

式 (8) は非線形である. なので平衡点 (λ^*, τ_1^*) 近傍でテイラー展開をして線形近似する [1].

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\omega_2} \left(\frac{C_1 S(\mu) + C_2}{C_3 S(\mu) + C_4} \right) (\lambda - \lambda^*) + a(C_5 S(\mu) + C_6)(\tau_1 - \tau_1^*) \quad (9)$$

4 状態空間表現

出力を目標値に追従させるため状態変数にスリップ率の偏差の積分を入れる. 状態変数を $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T = [\int(\lambda - \lambda^*)dt \ (\lambda - \lambda^*)]^T$, 入力を $u(t) = \tau_1 - \tau_1^*$ とする. 状態空間方程式は次のようになる.

$$\dot{x}(t) = E^{-1}Ax(t) + E^{-1}Bu(t) \quad (10)$$

$$E^{-1}A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{\omega_2} \left(\frac{C_1 S(\mu) + C_2}{C_3 S(\mu) + C_4} \right) \end{bmatrix}, \quad E^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\omega_2} a(C_5 S(\mu) + C_6) \end{bmatrix}$$

5 ディスクリプタ表現

行列 A, B には不確かさ $\omega_2, S(\mu), a$ があり, このままではポリトープ表現をするのが容易ではない. そこでディスクリプタ表現を用いて不確かさを一つの行列にまとめる. ディスクリプタ変数を $x_d(t) = [x(t) \ \lambda \ u(t)]^T$ とする. ディスクリプタ方程式は次のようになる.

$$E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d u(t) \quad (11)$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

6 線形分数変換 (LFT)

変動パラメータを一つの行列にまとめることができたが, 行列 A_d には $S(\mu)$ の重積がある. このままではポリトープ表現をするのが容易ではない. そのため線形分数変換を行う. 行列 A_d を $S(\mu)$ の重積を含む A_n と含まない行列 $B_\delta(I - \Delta D_\delta)^{-1} \Delta C_\delta$ とし, 新たなディスクリプタ変数を $\tilde{x}_d = [x_d(t) \ z_\delta(t)]^T$ とすると次のようになる.

$$A_d = A_n + B_\delta(I - \Delta D_\delta)^{-1} \Delta C_\delta \quad (12)$$

$$\tilde{E}_d \tilde{x}_d(t) = \tilde{A}_d \tilde{x}_d(t) + \tilde{B}_d u(t) \quad (13)$$

$$\tilde{E}_d = \begin{bmatrix} E_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta = \text{diag}(S(\mu), S(\mu), S(\mu), S(\mu))$$

$$\tilde{A}_d = \begin{bmatrix} A_n & B_\delta \Delta \\ C_\delta & D_\delta \Delta - I \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_d = [B_\delta \ 0]^T$$

7 行列ポリトープ表現

本研究では車速度, 摩擦係数, デューティ比の傾きに対して, ロバスト性を保証する. $\omega_2, S(\mu), a$ について行列ポリトープ表現で表す.

$$S(\mu) \in [S(\mu)_{min}, S(\mu)_{max}] = [0.4966, 5.8746] \quad (14)$$

$$\omega_2 \in [\omega_{2min}, \omega_{2max}] = [28.0584, 140.2918] \quad (15)$$

$$a \in [a_{min}, a_{max}] = [24/25.86, 24/19.59] \quad (16)$$

8 LMI 定式化

本研究では $u(t) = Kx(t)$ をシステムの状態フィードバックコントローラとして用いる. Q を状態変数に対する重み, R を入力に対する重みとする. 次式で表される評価関数 J を

$$J = \int_0^\infty (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (17)$$

と定義し, 評価関数 J を最小化を行う. LMI 条件は次のようになる.

minimize : γ

subject to : $\tilde{E}_d \tilde{X}_d = (\tilde{E}_d \tilde{X}_d)^T \geq 0$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{\tilde{A}_d \tilde{X}_d + \tilde{B}_d \tilde{Y}_d\} & (\tilde{C}_d \tilde{X}_d + \tilde{D}_d \tilde{Y}_d)^T \\ \tilde{C}_d \tilde{X}_d + \tilde{D}_d \tilde{Y}_d & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} W & I \\ I & X_{11} \end{bmatrix} > 0, \text{Trace}(W) < \gamma^2$$

9 システム同定

$$\mu = \frac{L \sin \theta J_2 \dot{\omega}_2}{J_2 \dot{\omega}_2 \frac{L \sin \theta}{r_2} + \frac{r_2}{r_1} + J_1 \dot{\omega}_1 - \tau_b} \quad (19)$$

上の式を用いて車輪間の摩擦係数を調べた. データを5回とり, 平均二乗誤差を用いて推定を行った. 図2はスリップ率 λ と車輪間の摩擦係数 μ の関係の近似式である.

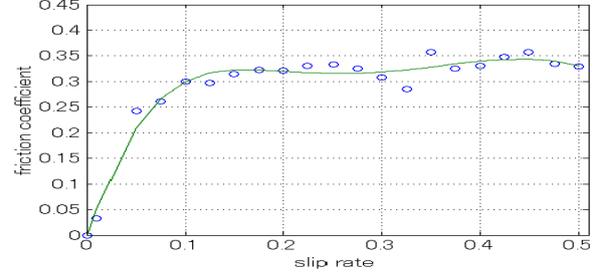


図2 摩擦係数の近似関数

$$\mu = 95.1224\lambda^5 - 184.9703\lambda^4 + 130.9788\lambda^3 - 42.0451\lambda^2 + 6.1276\lambda - 0.0057 \quad (20)$$

よってスリップ率が0.2の時の摩擦係数は約0.32とわかる.

10 シミュレーション, 実験

求めたコントローラを用いてシミュレーションと実験を行った. 図3はシミュレーションと実験結果である.

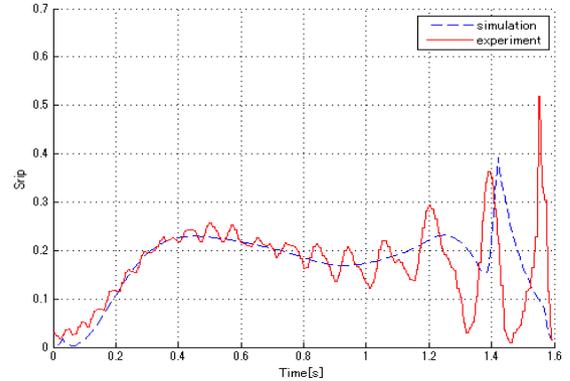


図3 スリップ率

11 終わりに

本研究では変動パラメータ ω_2, μ, a をポリトープで表現しロバスト性を保障した. シミュレーションと実験結果はおおよそ一致しているといえる. しかし低速時は一致しているとはいえない. 今後の課題はブレーキトルクの傾きのポリトープ表現について考え直すことや, 慣性モーメントなどのシステム同定をしていくことである.

参考文献

- [1] Idar Petersen, Tor A. Johansen, Jens Kalkkuhl and Jens Ludemann, "Wheel Slip Control in ABS Brakes Using Gain Scheduled Constrained LQR", Proc. European Contr. Conf., Porto, pp.606-611.