アンチロックブレーキングシステムのスライディングモード制御

2011SE276 筒井俊行

指導教員：大石泰章

1　はじめに

近年，自動車の安全性が注目されており，とりわけ普及している安全装置がアンチロックブレーキングシステム（以下，ABS）である．悪路での制動や急制動時，ブレーキ調整によりタイヤと路面間のスリップ率を適切に制御する．その結果，制動距離が短くなり制動時のハンドル操作も可能になる．路面状況が刻々と変化する中で動作するために，ABS の制御にはロバスト性が求められる．

本研究では，INTECO 社の The Laboratory Anti-lock Braking System(図 1)[1] を考察対象とする．文献 [2] では，状態方程式の A 行列と B 行列の中に変動パラメータである ω_2 が含まれているため制御が難しいとし，ロバスト制御を使ってこれに対処した．一方，スライディングモード制御はマッチング条件が満たされるならばモデル化誤差や外乱による効果から完全に独立にすることができる [3]．このような利点から本研究ではスライディングモード制御を適用し，変動パラメータ ω_2 の影響を消して制御することを考える．

図 1　The Laboratory Anti-lock Braking System

2　モデル化

本研究では，文献 [2] のモデルを使用する．この実験機は上下 2 つの車輪から構成され，上部車輪は自動車の車輪を，下部車輪は路面を表す．上部車輪の半径 r_1 と角速度 ω_1 の積 $r_1\omega_1$ は車輪の速度を表し，下部車輪の半径 r_2 と角速度 ω_2 の積 $r_2\omega_2$ は車体の速度を表す．したがって

$$\lambda = \frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2\omega_2}$$

はスリップ率を表し，これを目標値 $\lambda^* = 0.2$ に制御することが目的である．制御対象の状態方程式は以下のように表すことができる [2]：

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \int(\lambda-\lambda^*)\,dt \\ \lambda-\lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{\alpha_1}{\omega_2}+\alpha_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta}{\omega_2} \end{bmatrix} u.$$

以下これを $\dot{x} = A_0x + B_0u$ と略記する．ただし，α_1，α_2，β は実験機の物理パラメータから定まるある定数である．

3　マッチング条件

スライディングモード制御において，マッチング条件を満たすシステムは，モデル化誤差や外乱の効果から完全に独立になる [3]．本研究では，ノミナルシステムを安定化するために線形状態フィードバック入力 $\tilde{u}_{\rm c} = -Fx$ を加えるものとし，これに追加の制御入力 $\tilde{u}$ を加えたものが制御入力 u である．さらに行列 A_0，B_0 をそれぞれ 2 つに分けて $A_0 = A + \Delta A$，$B_0 = B + \Delta B$ と書く．ただし，A，ΔA，B，ΔB は

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}, \Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_1}{\omega_2} \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \Delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta-\omega_2}{\omega_2} \end{bmatrix} \end{cases}$$

であり，ΔA と ΔB は ω_2 の影響を受ける変動部分である．得られるシステム

$$\dot{x} = (A+\Delta A)\,x + (B+\Delta B)\,(\tilde{u}_{\rm c}+\tilde{u}) \tag{1}$$

がスライディングモード制御によって変動パラメータに対して完全に独立となる条件は，ある行列 $C \in \mathbb{R}^{1\times 2}$，$D \in \mathbb{R}^{1\times 1}$ が存在し，

$$\Delta A = BC, \Delta B = BD \tag{2}$$

と書けることである．これをマッチング条件と呼ぶ．今の場合，C，D を以下のようにすればこの条件が満たされることがわかる：

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_1}{\omega_2} \end{bmatrix}, D = \frac{\beta-\omega_2}{\omega_2}.$$

このとき，式 (1) に式 (2) と $\tilde{u}_{\rm c} = -Fx$ を代入すると以下のようになる：

$$\dot{x} = (A-BF)\,x + B\tilde{u} + B\,(Cx+Du)\,.$$

これを次のように書く：

$$\dot{x} = A_{\rm c}x + B\,(\tilde{u} + h\,(x,\,u))\,. \tag{3}$$

ただし，$A_{\rm c}$，$h\,(x,\,u)$ は以下の通りである：

$$\begin{aligned} A_{\rm c} &= A - BF, \\ h\,(x,\,u) &= Cx + Du, \\ &= \frac{\alpha_1}{\omega_2}\,(\lambda-\lambda^*) + \frac{\beta-\omega_2}{\omega_2}u. \end{aligned} \tag{4}$$

4　制御器設計

スライディングモード制御の制御入力は，線形制御入力である等価制御入力と非線形制御入力の和，すなわち $\tilde{u} = \tilde{u}_{\rm eq} + \tilde{u}_{\rm nl}$ である．以下，それぞれの設計法を順に説明する．

4.1　等価制御入力

x と同じ次元を持つ零ベクトルでない横ベクトルを適当に選んで S と書く．状態 x が $Sx = 0$ を満たす時，システ

ムはスライディングモードにあると言う．また，$\sigma = Sx$ を切換関数と呼ぶ．状態 x が一定時間スライディングモード内に留まる時，

$$\dot{\sigma} = S\dot{x} = 0, \tag{5}$$

である．式 (5) に式 (3) を代入すると，スライディングモード内では等価的に次の入力が加わっているのと同等である：

$$\tilde{u}_{\mathrm{eq}} = -(SB)^{-1} SA_{\mathrm{c}}x - h(x,\, u). \tag{6}$$

これを等価制御入力という．式 (6) を式 (3) の $\tilde{u}$ に代入すると次のようになる：

$$\dot{x} = \left(I - B(SB)^{-1} S\right) A_{\mathrm{c}}x.$$

したがって，$h(x,\, u)$ は式から消え変動パラメータ ω_2 の影響はなくなる．

4.2 非線形制御入力

スライディングモード制御では，切換関数上に拘束するための入力である非線形制御入力 $\tilde{u}_{\mathrm{nl}}$ が必要である．ここではチャタリングを防止するために，次のような平滑な入力を導入する：

$$\tilde{u}_{\mathrm{nl}} = -K\frac{\sigma}{|\sigma| + 0.05}.$$

ただし，文献 [3, p. 115–p. 116] の式 (4.3)，(4.17) に従い，K は $h(x,\, u) = \frac{\alpha_1}{\omega_2}(\lambda - \lambda^*) + \frac{\beta - \omega_2}{\omega_2}u$ の絶対値よりも大きくなるようにえらぶ．今の場合，物理的に妥当な範囲を取って $|\lambda - \lambda^*| \leq 0.8$，$|u| \leq 0.7$ と考え，さらに $\omega_2 \geq 2.806$（これは車体速度が 1km/h 以上であることを意味する）とすると，$|h(x,\, u)| \leq 35.373$ を得る．これにより $K = 36$ として設計する．

4.3 切換関数 $\sigma = Sx$ の設計

切換関数 σ を設計するために，以下のリアプノフ不等式を考える：

$$A_{\mathrm{c}}^T P + PA_{\mathrm{c}} \prec 0.$$

この不等式を満たす任意の行列 P を用いて S を以下のように定めることができる [3, p. 115-p. 116]：

$$S = B^T P.$$

ここで，$S = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix}$，$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}$ とすると以下のようになる：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_2 & P_3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

すなわち，$P = \begin{bmatrix} P_1 & S_1 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix}$ となり，S_1，S_2 を用いた以下のリアプノフ不等式を考える：

$$A_{\mathrm{c}}^T \begin{bmatrix} P_1 & S_1 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 & S_1 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} A_{\mathrm{c}} \prec 0.$$

このリアプノフ不等式を満たす P_1 が存在しさえすればよいので，切換関数は比較的自由に設計できることがわかる．

5 シミュレーションと実機実験

本研究では，式（3）の A_{c} を安定にするために，状態フィードバックゲイン F を最適レギュレータを用いて設計する．その重み行列 Q，R と切換関数を表す行列 S を以下のように設定した：

$$Q = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix},\; R = 0.1,\; S = \begin{bmatrix} 0.105 & 0.051 \end{bmatrix}.$$

その結果導かれる線形状態フィードバックゲイン F と P_1 は以下のようになる：

$$F = \begin{bmatrix} 22.3607 & 55.1716 \end{bmatrix},\; P_1 = 6.4463.$$

これらの値を用いて Simulink 上でシミュレーションを行った後に実機実験を行った．時速 50km/h からブレーキをかけた場合のシミュレーションを行うために変動パラメータ ω_1（上部車輪の角速度），ω_2（下部車輪の角速度）の初期値は時速 50km/h にあたる角速度 139rad/s とする．また，ブレーキングトルクとデューティー比の関係，摩擦係数とスリップ率の関係を実験によって求めた．これに基づいて，摩擦係数は 0.2 とし，関係式

$$M_1 = \begin{cases} 102.4432u_d - 20.7643 & (0.2 \leq u_{\mathrm{d}} < 0.3) \\ 22.444u_d + 2.5595 & (0.3 \leq u_{\mathrm{d}} \leq 0.7) \end{cases},$$

が成り立つものとして，シミュレーションと実機実験を行った．

図 2 はシミュレーションと実機実験の結果である．いずれもスリップ率 0.2 に追従させることができている．

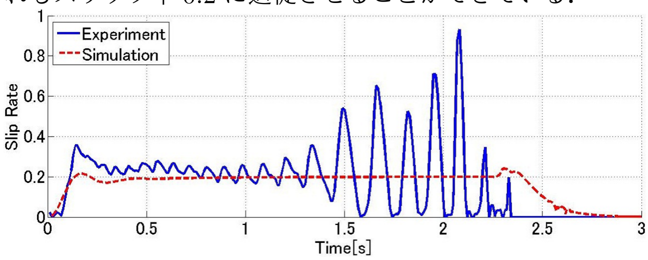

図 2 スリップ率の変化

6 おわりに

本研究では，スライディングモード制御を用いて変動パラメータ ω_2 の影響を消し，スリップ率を目標値に制御することを目的とし制御器設計を行った．シミュレーションを行った後に，得られたコントローラを実験機に実装したところ高い追従性を示すことが出来たが，速度が遅くなる後半部分で振動している．今後の課題は，後半の振動を無くすことである．

参考文献

[1] INTECO: *The Laboratory Anti-lock Braking System User's Manual*.

[2] 大石直人・遠山智孝：アンチロックブレーキングシステムのロバスト制御，南山大学情報理工学部卒業論文，2014.

[3] 野波健蔵，田宏奇：『スライディングモード制御—非線形ロバスト制御の設計理論』．コロナ社，1994.