

時間軸状態制御形による Control Moment Gyroscope の目標値追従制御

2011SE248 鈴木彰悟

指導教員：高見勲

1 はじめに

非ホロノミックと呼ばれる拘束をもつ機械系は従来の線形制御理論を適用することが困難なシステムであることが知られている. そのようなシステムに対する制御手法の一つとして, 時間軸状態制御形 (以下, TSCF) と呼ばれる形式があり, 線形制御理論を適用可能な形で表現し, コントローラを設計する手法が提案されている [1].

本研究では, 2 入力 3 状態の非ホロノミック系である Control Moment Gyroscope (以下, CMG) に対し, TSCF を用いた安定化制御を行う. 先行研究では, コントローラを切り替えながら状態を安定化させるといった制御仕様により, システムの応答が振動的になってしまい, その分安定化に時間がかかってしまう. よって, この問題を回避するために, コントローラの切り替えを行わないような制御系を設計し, 駆動源を持たないジンバルの目標値追従制御を行い, 理論の有用性をシミュレーションを用いて検証する.

2 モデリング

図 1 は CMG の概略図である. CMG は Rotor1, Gimbal2, 3, 4 の計 4 つの剛体で構成されるシステムである. CMG には Rotor1 を回転させるトルク T_1 と Gimbal2 を回転させるトルク T_2 が存在する. Rotor1, Gimbal2, 4 の角度と角速度を $q_1, \omega_1, q_2, \omega_2, q_4, \omega_4$ と定義する. また Gimbal2 の可動域は $-\frac{\pi}{2} < q_2 < \frac{\pi}{2}$ である. 運動方程式はそれぞれ (1), (2), (3) 式となる.

$$J_D \dot{\omega}_1 + J_D \dot{\omega}_4 \sin(q_2) + J_D \omega_2 \omega_4 \cos(q_2) = T_1 \quad (1)$$

$$(I_C + I_D) \dot{\omega}_2 - \frac{1}{2} J_1 \omega_4^2 \sin(2q_2) - J_D \omega_1 \omega_4 \cos(q_2) = T_2 \quad (2)$$

$$(J_2 + J_1 \sin^2(q_2)) \dot{\omega}_4 + J_D \dot{\omega}_1 \sin(q_2) + J_D \omega_1 \omega_2 \cos(q_2) + J_1 \omega_2 \omega_4 \sin(2q_2) = 0 \quad (3)$$

I_D, J_D : Rotor1 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

J_C, K_C : Gimbal2 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

K_B : Gimbal3 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

K_A : Gimbal4 の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]

$J_1 = J_C + J_D - K_C - I_D, J_2 = I_D + K_A + K_B + K_C$

初期状態において Gimbal4 が静止している場合, (3) 式を一階積分すると次の拘束条件が得られる.

$$(J_2 + J_1 \sin^2(q_2)) \omega_4 + J_D \omega_1 \sin(q_2) = 0 \quad (4)$$

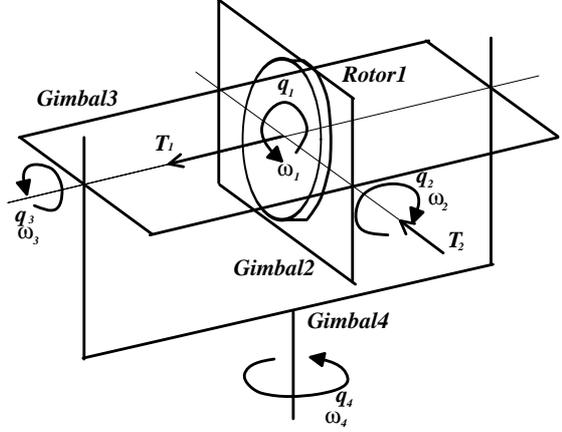


図 1 Schematic model of CMG

(4) 式にはシステムの状態のみでなく, 状態の一階微分が含まれていることから, 一階非ホロノミックシステムであることがわかる.

3 制御系設計

システムを TSCF [1] に変換する. TSCF は時間軸制御部, 状態制御部という 2 つのサブシステムに分けて制御系設計を行う.

Gimbal4 の目標値を z_{3r} とするとき, TSCF における状態変数を (5a) 式, 入力を (5b) 式と定義する.

$$\begin{cases} z_1 = q_1 \\ z_2 = \alpha(q_2) \\ z_3 = q_4 \\ \tilde{z}_3 = z_3 - z_{3r} \end{cases} \quad (5a)$$

$$\begin{cases} v_1 = \omega_1 \\ v_2 = \beta(q_2) \omega_2 \end{cases} \quad (5b)$$

$$\left(\alpha(q_2) = \frac{-J_D \sin(q_2)}{J_2 + J_1 \sin^2(q_2)}, \beta(q_2) = \frac{d}{dq_2} \alpha(q_2) \right) \quad (6a)$$

$$\frac{d}{dt} z_1 = v_1 \quad (6b)$$

$$\frac{d}{dz_1} \begin{bmatrix} \tilde{z}_3 \\ z_2 \\ \int \tilde{z}_3 dz_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z}_3 \\ z_2 \\ \int \tilde{z}_3 dz_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{v_2}{v_1} \quad (6b)$$

ここで, 時間軸制御部は (6a) 式, 状態制御部は (6b) 式で表される.

(6a) 式の z_1 を (6b) 式の新たな時間軸とする. それにより状態制御部は可制御正準系で表現され, 線形制御理論の適

用が容易となる。

本研究では、時間軸 z_1 の切り替えを行わずに単調増加させ、Gimbal2 を傾けることで生成されるジャイロ効果を用いることにより、駆動源を持たない Gimbal4 を目標値追従させる。時間軸の切り替えを行わないことで、先行研究において切り替え時に見られたシステムの振動的な応答を回避する試みを提案する。

3.1 時間軸制御部の安定化

時間軸制御部の状態変数 z_1 は単調増加させるため、次のようにおく。

$$v_1 = C \text{ (定数)} \quad (7)$$

理想的な入力 (7) 式と実際の入力 (5a) 式の偏差 \bar{v}_1 を次のように定義する。

$$\bar{v}_1 = \omega_1 - C \quad (8)$$

(8) 式で表されるシステムに対して、フィードバックゲイン $H_1 > 0$ を用いて安定化することを考える。

$$\dot{\bar{v}}_1 = -H_1 \bar{v}_1 \quad (9)$$

(9) 式より、Rotor1 の角加速度 $\dot{\omega}_1$ は次のように得られる。

$$\dot{\omega}_1 = -H_1(\omega_1 - C) \quad (10)$$

3.2 状態制御部の安定化

状態制御部の状態変数 $z_2, \tilde{z}_3, \int \tilde{z}_3 dz_1$ を状態フィードバックゲイン $k_1, k_2, k_3 > 0$ を用いて安定化させるため、理想の入力 v_2 を次のようにおく。

$$v_2 = -k_1 z_2 v_1 - k_2 \tilde{z}_3 v_1 - k_3 \int \tilde{z}_3 dz_1 v_1 \quad (11)$$

理想的な入力 (11) 式と実際の入力 (5a) 式の偏差 \bar{v}_2 を次のように定義する。

$$\bar{v}_2 = v_2 + k_1 z_2 v_1 + k_2 \tilde{z}_3 v_1 + k_3 \int \tilde{z}_3 dz_1 v_1 \quad (12)$$

(12) 式で表されるシステムに対して、フィードバックゲイン $H_2 > 0$ を用いて安定化することを考える。

$$\dot{\bar{v}}_2 = -H_2 \bar{v}_2 \quad (13)$$

時間軸制御部と同様の方法で (13) 式より、Gimbal2 の角加速度 $\dot{\omega}_2$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_2 = \frac{1}{\beta(q_2)} \{ & -\dot{\beta}(q_2)\omega_2^2 - (k_1 v_2 + k_2 z_2 v_1 + k_3 \tilde{z}_3 v_1) v_1 \\ & - H_2 (v_2 + k_1 z_2 v_1 + k_2 \tilde{z}_3 v_1 + k_3 \int \tilde{z}_3 dz_1 v_1) v_1 \} \end{aligned} \quad (14)$$

また、(3) 式より Gimbal4 の角加速度 $\dot{\omega}_4$ が得られる。以上より、(10)、(14) 式を (1)、(2) 式に代入することで CMG の入力トルク T_1, T_2 を得る。

4 シミュレーション

設計した制御系を用いてシミュレーションを行う。各ゲインパラメータ k_1, k_2, k_3, H_1, H_2 と定数 C を次のように設定する。

$$k_1 = 3, k_2 = 5.5, k_3 = 1.5, H_1 = 5, H_2 = 0.01, C = 4$$

各剛体の初期状態を $[q_1 \ q_2 \ q_4]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ [rad] とし、Gimbal4 の目標値を $z_{3r} = \frac{\pi}{4}$ [rad] シミュレーション結果を図 2, 3 に示す。

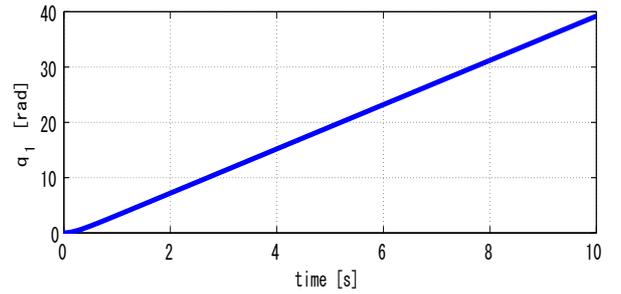


図 2 Rotor1 の角度 q_1 のシミュレーション結果

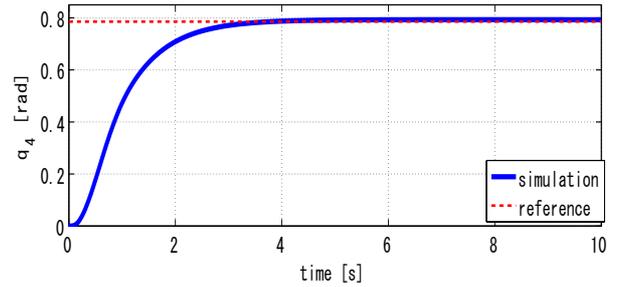


図 3 Gimbal4 の角度 q_4 のシミュレーション結果

図 2 より、Rotor1 は単調増加していることから安定化していることがわかり、図 3 より、Gimbal4 は状態制御部におけるコントローラの切り替えをしていないため、応答が振動的になることなく目標値に追従していることがわかる。

5 おわりに

本研究の成果は以下のように挙げられる。

1. 先行研究でみられていた問題点を、提案した制御系を用いて回避した。
2. 駆動源のない Gimbal4 の目標値追従制御を行い、理論の有用性をシミュレーションにより検証した。

参考文献

- [1] M. Sampei : A control strategy for a class for non-holominc systems - time-state contorl form and its application - *In proc.of 33rd CDC*, pp. 1120-1121, 1994