

# ピッチングを考慮したアクティブ・サスペンションの乗り心地評価

2011SE247 鈴木康平 2011SE265 戸田龍生

指導教員：高見勲

## 1 まえがき

乗り心地と操縦安定性は自動車の評価を左右する重要な要因である。ISO2631-1 によると自動車の乗り心地は以下の図 1 に示すように 3~8[Hz] の周波数の車体振動に依存している [1][2][3]。そのため、この周波数帯域の車体振動を低減することで乗り心地の向上をはかる。

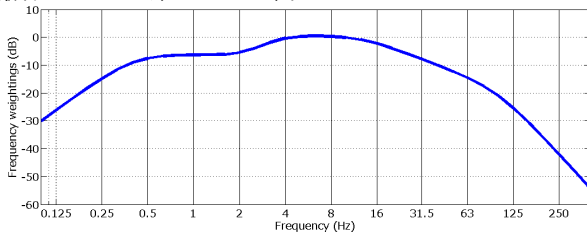


図 1 周波数重み曲線 [1]

一方、操縦安定性は車体の上下振動及び傾きに起因する接地荷重変動に依存している [4]。一般的なサスペンションの研究では 1/4 車両モデルが利用されているが、これでは車体の傾きを考慮することができない。本研究では 1/2 車両モデルを用いることで、車体の前後方向の傾き(ピッチング)を考慮したアクティブ・サスペンションの制御を行い、乗り心地と操縦安定性の両立をはかる。

また、モデリングにおいてディスクリプタ表現を用いることで、その有効性を検証する。

モデリングを行う制御対象には、乗員数や積み荷によって変動するパラメータである車体質量が含まれている。これを変動パラメータと考え、変動に対するロバスト安定性を保証する。

## 2 モデリング

### 2.1 パラメータ

本研究の制御対象となるアクティブ・サスペンションの 1/2 車両モデルの概略図を図 2 に示す [5]。

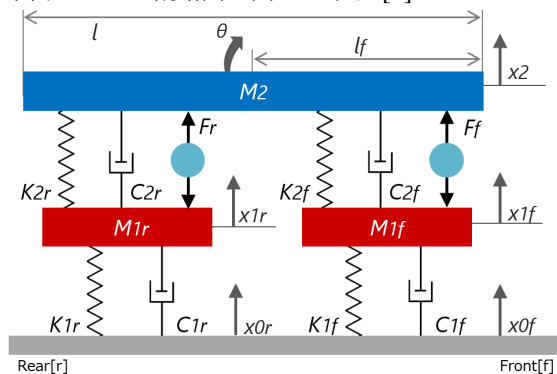


図 2 アクティブ・サスペンションモデルの概略図

アクティブ・サスペンションは、非制御時においてもばねとダンパのみのパッシブ・サスペンションとして機能する。前輪、後輪がそれぞれ上下運動し、車体が上下運動と回転運動を行う。前輪の平衡点からの変位を  $x_{1f}$ [m]、後輪の平衡点からの変位を  $x_{1r}$ [m]、車体の平衡点からの変位を  $x_2$ [m]、ピッチ角を  $\theta$ [rad] とする。また、前輪位置の路面の変位を  $x_{0f}$ [m]、後輪位置の路面の変位を  $x_{0r}$ [m] とする。前輪、後輪への制御入力をそれぞれ  $F_f$ [N]、 $F_r$ [N] とする。制御対象のパラメータを表 1 に示す。

表 1 パラメータ

記号	詳細	単位
$M_{1f}$	前輪の質量	[kg]
$M_{1r}$	後輪の質量	[kg]
$M_2$	車体の質量	[kg]
$J$	車体慣性モーメント ( $J = \frac{1}{12} M_2 l^2$ )	[kg · m <sup>2</sup> ]
$l$	車体の長さ	[m]
$l_f$	車体重心と前方の距離	[m]
$K_{1f}$	路面と前輪間のばね係数	[N/m]
$K_{1r}$	路面と後輪間のばね係数	[N/m]
$C_{1f}$	路面と前輪間のダンパ係数	[Ns/m]
$C_{1r}$	路面と後輪間のダンパ係数	[Ns/m]
$K_{2f}$	前輪と車体間のばね係数	[N/m]
$K_{2r}$	後輪と車体間のばね係数	[N/m]
$C_{2f}$	前輪と車体間のダンパ係数	[Ns/m]
$C_{2r}$	後輪と車体間のダンパ係数	[Ns/m]

### 2.2 状態空間表現

上記のパラメータを元に状態空間表現を導出する。この際、パラメータには非線形項  $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$  が含まれているので、 $\sin \theta = \theta$ 、 $\cos \theta = 1$  と近似する。

状態量  $x(t)$ 、外乱  $w(t)$ 、入力  $u(t)$ 、出力  $y(t)$  を次のように定める。

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_{1f} - x_2 & x_{1r} - x_2 & x_{0f} - x_{1f} & x_{0r} - x_{1r} \\ \theta & \dot{x}_{1f} & \dot{x}_{1r} & \dot{x}_2 & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$$

$$w(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{0f} & \dot{x}_{0r} \end{bmatrix}^T, u(t) = \begin{bmatrix} F_f & F_r \end{bmatrix}^T, y(t) = \dot{x}_2 \quad (1)$$

式 (1) を用いて以下の状態空間表現が得られる。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{2f}}{M_{1f}} & 0 & \frac{K_{1f}}{M_{1f}} & 0 & -\frac{K_{2f}l_f}{M_{1f}} \\ 0 & -\frac{K_{2r}}{M_{1r}} & 0 & \frac{K_{1r}}{M_{1r}} & \frac{K_{2r}(l-l_f)}{M_{1r}} \\ \frac{K_{2f}}{M_2} & \frac{K_{2r}}{M_2} & 0 & 0 & \frac{K_{2f}l_f - K_{2r}(l-l_f)}{M_2} \\ -\frac{K_{2f}l_f}{J} & \frac{K_{2r}(l-l_f)}{J} & 0 & 0 & -\frac{K_{2f}l_f^2 + K_{2r}(l-l_f)^2}{J} \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \\ -1 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & -1 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{C_{1f}+C_{2f}}{M_{1f}} & 0 & \frac{C_{2f}}{M_{1f}} & -\frac{C_{2f}l_f}{M_{1f}} & \\ 0 & -\frac{C_{1r}+C_{2r}}{M_{1r}} & \frac{C_{2r}}{M_{1r}} & \frac{C_{2r}(l-l_f)}{M_{1r}} & \\ \frac{C_{2f}}{M_2} & \frac{C_{2r}}{M_2} & -\frac{C_{1f}+C_{2f}}{M_2} & \frac{C_{2f}l_f - C_{2r}(l-l_f)}{M_2} & \\ -\frac{C_{2f}l_f}{J} & \frac{C_{2r}(l-l_f)}{J} & \frac{C_{2f}l_f^2 - C_{2r}(l-l_f)^2}{J} & -\frac{C_{2f}l_f^2 + C_{2r}(l-l_f)^2}{J} & \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ \frac{C_{1f}}{M_{1f}} & 0 \\ 0 & \frac{C_{1r}}{M_{1r}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{M_{1f}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{M_{1r}} \\ \frac{1}{M_2} & \frac{1}{M_2} \\ -\frac{1}{J} & \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

ここで  $A$ ,  $B_2$  に存在する  $\frac{1}{M_2}$  は非線形項であるので  $\alpha = \frac{1}{M_2}$  と変数変換する。

### 2.3 ディスクリプタ表現

本研究ではディスクリプタ表現の有効性を検証するため、変動パラメータ  $M_2$  を一つの行列に集約したディスクリプタ方程式を導出する。

ディスクリプタ変数を  $x_d(t) = [x(t) \ u(t)]^T$  とすることで以下のディスクリプタ方程式を得る。

$$\begin{cases} E_d \dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_{1d} w(t) + B_{2d} u(t) \\ y(t) = C_d x_d(t) \end{cases} \quad (3)$$

$$E_d = \begin{bmatrix} I^{9 \times 9} & O^{9 \times 2} \\ O^{2 \times 9} & O^{2 \times 2} \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} A & B_2 \\ O^{2 \times 9} & -I^{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$B_{1d} = \begin{bmatrix} B_1 \\ O^{2 \times 2} \end{bmatrix}, B_{2d} = \begin{bmatrix} O^{9 \times 2} \\ I^{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$C_d = [C \ O^{1 \times 2}]$$

### 2.4 周波数整形

自動車の乗り心地は  $3 \sim 8[\text{Hz}] \approx 18.8 \sim 50.3[\text{rad/s}]$  の周波数の車体振動に依存する。この周波数帯域での車体振動を抑制するため、 $y(t)$  から  $x_w(t)$  へのバンドパスフィルタを考える。バンドパスフィルタは図3のような性質を持つ [6]。

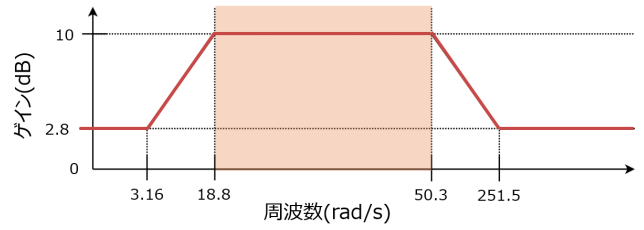


図3 バンドパスフィルタ

図3の伝達関数を考える。

$$\frac{1}{T_1} = 3.16, \frac{1}{T_2} = 18.8, \frac{1}{T_3} = 50.3, \frac{1}{T_4} = 252 \quad (4)$$

とおくことで伝達関数は次のように求められる。

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1} \cdot \frac{T_4 s + 1}{T_3 s + 1} \quad (5)$$

この式の状態変数を  $x_w$  とすることで以下の状態空間表現を得る。

$$\begin{cases} \dot{x}_w(t) = A_w x_w(t) + B_w y(t) \\ y_w(t) = C_w x_w(t) + D_w y(t) \end{cases} \quad (6)$$

新たな状態変数を  $\tilde{x}_d(t) = [x_d(t) \ x_w]^T$  と定め、式(3)の状態空間表現を拡大すると次の式が得られる。

$$\tilde{E}_d \dot{\tilde{x}}_d(t) = \tilde{A}_d \tilde{x}_d(t) + \tilde{B}_{1d} w(t) + \tilde{B}_{2d} u(t) \quad (7)$$

$$\tilde{E}_d = \begin{bmatrix} E_d & O^{11 \times 2} \\ O^{2 \times 11} & I^{2 \times 2} \end{bmatrix}, \tilde{A}_d = \begin{bmatrix} A_d & O^{11 \times 2} \\ B_w C_d & A_w \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_{1d} = \begin{bmatrix} B_{1d} \\ O^{2 \times 2} \end{bmatrix}, \tilde{B}_{2d} = \begin{bmatrix} B_{2d} \\ O^{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

### 3 行列ポリトープ表現

本研究では、車体質量  $M_2$  が  $2.9[\text{kg}] \sim 4.9[\text{kg}]$  で変動するものと考え、変動に対するロバスト性を保証する行列ポリトープ表現を考える。この変動を行列ポリトープで表現すると以下ようになる。

$$M_2 \in [M_{2min}, M_{2max}] = [2.9, 4.9] \quad (8)$$

$$\alpha \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}] = [0.2041, 0.3448] \quad (9)$$

式(9)のポリトープ集合を用いた、行列  $A_d$  の端点行列を  $A_{da}, A_{db}$  と定める。

### 4 制御器設計

本研究ではLMIを用いたLQ制御を行う。評価関数  $J$  を以下のように定め、その最小化を考える。

$$J = \int_0^{\infty} (\tilde{x}_d(t)^T Q \tilde{x}_d(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (10)$$

ここで  $Q = Q_h^T Q_h$ ,  $R$  はそれぞれ状態量, 制御入力に対する重み行列である。この評価関数(10)を元にして問題は次のようになる。

$$\begin{aligned}
& \text{minimize } \gamma \\
& \text{subject to} \\
& \begin{bmatrix} \text{He}[\tilde{A}_{da}X + \tilde{B}_{2d}Y] & X^T Q_h^T & Y^T \\ Q_h X & -I & O \\ Y & O & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \\
& \begin{bmatrix} \text{He}[\tilde{A}_{db}X + \tilde{B}_{2d}Y] & X^T Q_h^T & Y^T \\ Q_h X & -I & O \\ Y & O & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \\
& \begin{bmatrix} Z & I \\ I & X_{11} \end{bmatrix} > 0, \gamma - \text{trace}[Z] > 0 \\
& X = \begin{bmatrix} X_{11} & O \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} Y_1 & O \end{bmatrix}, X_{11} > 0 \quad (11)
\end{aligned}$$

このLMI条件を満足する $X, Y$ が存在するとき閉ループ系は漸近安定となり、制御入力は $u(t) = Kx(t)$ ,  $K = Y_1 X_{11}^{-1}$ となる。

## 5 シミュレーション及び実験結果

重み行列 $Q_h, R$ を次のように定めた。

$$Q_h = \text{diag} \left( \begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 15.5 & 15.5 & 1.01 & 3.2 & 3.2 & \\ & & & & & & & 15.4 & 19.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (12)$$

$$R = \text{diag} \left( \begin{array}{cc} 0.1 & 0.1 \end{array} \right) \quad (13)$$

この重み行列(12)(13)を用いて、次のゲイン $K$ が得られた。

$$K = \begin{bmatrix} -180 & 30.8 & -26.1 & -1.76 & -316 \\ 30.8 & -180 & -1.76 & -26.1 & 316 \\ & & -2.16 & 1.49 & -36.3 & 33.9 \\ & & 1.49 & -2.16 & -36.3 & -33.9 \end{bmatrix} \quad (14)$$

また、この時の $\gamma$ の最小値は $3.37 \times 10^4$ となった。

得られたゲインを用いてシミュレーション及び実験を行う。

### 5.1 ディスクリプタ表現の有効性の確認

本研究ではディスクリプタ表現を用いた場合と用いない場合で、特定周波数の外乱に対する車体の周波数特性を比較することでその有用性を検証する。ディスクリプタ表現を用いない状態空間表現を元にLMI条件を作り、同様の重みを用いて以下のゲインが導出される。

$$K = \begin{bmatrix} 212 & -19.7 & -93.9 & 31.7 & 271 \\ -19.7 & 212 & 31.7 & -93.9 & -271 \\ & & 1.79 & 1.08 & -47.0 & 43.2 \\ & & 1.08 & 1.79 & -47.0 & -43.2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

また、この際の $\gamma$ の最小値は $5.28 \times 10^4$ となる。

このゲイン(15)とディスクリプタ表現を用いたゲイン(14)により、特定周波数の外乱に対する車体の周波数特性のシミュレーションを行う。その結果の比較を図4に示す。左が $M_2 = 2.9$ のとき、右が $M_2 = 4.9$ のときを示す。

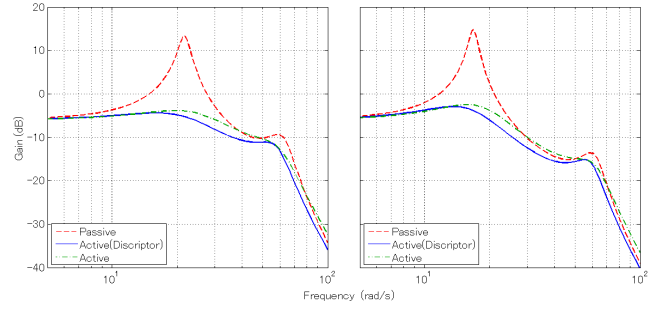


図4 車体前方の周波数特性

両者で、ディスクリプタ表現を用いた制御系においてゲイン特性が低減されていることが確認できる。これより、ディスクリプタ表現の有効性が確認できる。

### 5.2 車体質量 $M_2=4.9\text{kg}$ のときのシミュレーションと実験結果

まず、図5~8にそれぞれ $M_2 = 4.9$ のときのクティブ制御系の車体変位及びその加速度、前輪における接地荷重変動、車体ピッチ角のシミュレーションと実験結果の比較を示す。

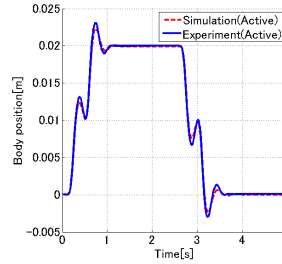


図5 車体変位

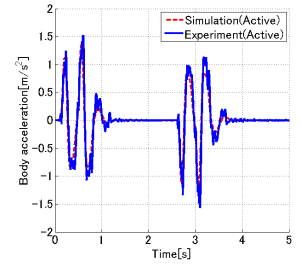


図6 車体加速度

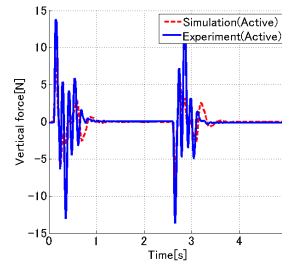


図7 前輪接地荷重変動

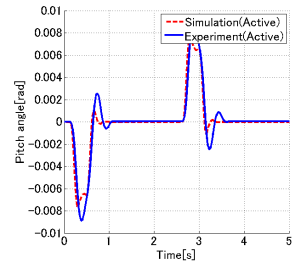


図8 車体ピッチ角

次に、図9~12にそれぞれ $M_2 = 4.9$ のときのパッシブ系とアクティブ制御系の車体変位及びその加速度、前輪における接地荷重変動、車体ピッチ角の実験結果の比較を示す。

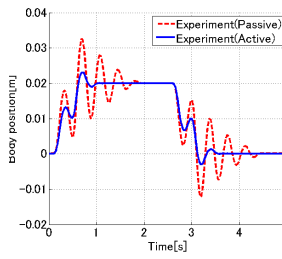


図9 車体変位

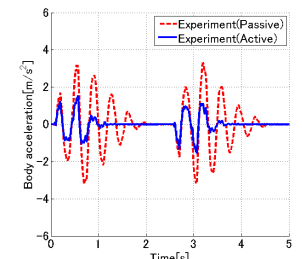


図10 車体加速度

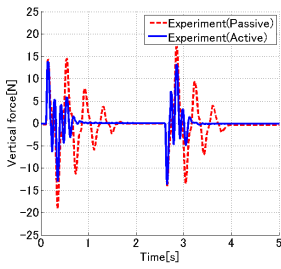


図 11 前輪接地荷重変動

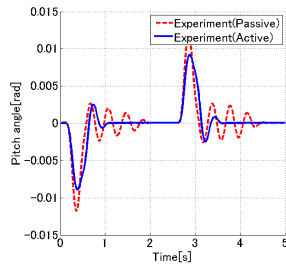


図 12 車体ピッチ角

シミュレーションと実験結果の比較では、車体変位及びその加速度、車体ピッチ角はほぼ一致している。一方、前輪における接地荷重変動は収束時間はほぼ同じだが、最大振幅が大きく異なっている。

実験結果における車体変位及びその加速度、前輪における接地荷重変動、車体ピッチ角はアクティブ制御系において最大振幅と収束時間の改善が見られる。これにより、設計した制御器が現実においても正しく機能することが確認できる。

## 6 特定周波数帯での車体速度の実験結果

特定周波数の外乱に対する車体速度の周波数特性の実験結果を以下に示す。本研究では  $3 \sim 8[\text{Hz}] \approx 18.8 \sim 50.3[\text{rad/s}]$  の周波数帯での性能を重視するため、その近辺の周波数を選び実験を行う。図 13 が  $M_2 = 2.9$  のとき、図 14 が  $M_2 = 4.9$  のときの周波数特性のシミュレーションと実験結果の比較であり、それぞれ左が前方、右が後方における応答を表している。

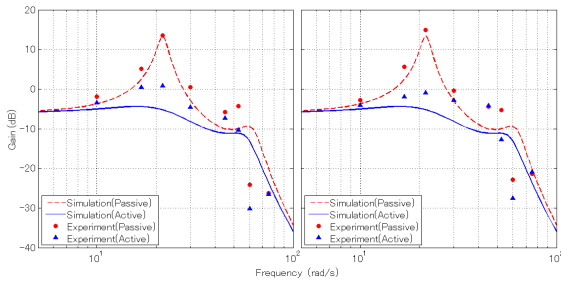


図 13  $M_2 = 2.9$  のときの前方、後方における周波数特性

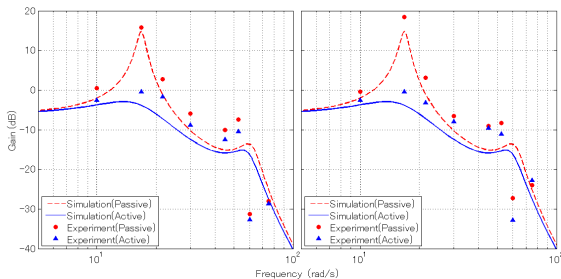


図 14  $M_2 = 4.9$  のときの前方、後方における周波数特性

シミュレーションと同様に、パッシブ系に対してアクティブ系のゲイン特性が低減されていることが確認できる。

## 7 おわりに

本研究によって以下の成果が得られた。

- 1 アクティブ・サスペンション (1/2 車両モデル) の数学モデル導出
- 2 ディスクリプタ表現を用いたモデリング
- 3 LMI を用いた LQ 制御器の設計
- 4 ポリトープ表現によるロバスト性の保証
- 5 特定周波数帯域における周波数の整形
- 6 実験による理論の検証

## 8 今後の課題

車体変位とその加速度、車体ピッチ角におけるシミュレーションと実験結果はほぼ一致することができた。しかし、接地荷重変動におけるシミュレーションと実験結果では、実験における最大振幅がシミュレーションの約 2 倍の大きさを示した。これは、数学モデルの誤差が原因と考えられる。

また、実際の自動車では乗員の乗車位置による車体重心の変動も考えられる。今後の課題として、数学モデルの見直しや車体重心の変動に対するロバスト性の保証をすることが挙げられる。

## 参考文献

- [1] ISO 2631-1 Mechanical vibration and shock evaluation of human exposure to whole body vibration Part 1, General requirements Geneva International Organization for Standardization(1997)
- [2] Chizuru Nakagawa, Ryouhei Shimamune, Ken Watanabe, Erimitsu Suzuki: Fundamental Study on the Effect of High Frequency Vibration on Ride Comfort, Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics, Vol. 3 No. 1 Special issue on STECH'09 287-293(2010)
- [3] Christophe Lauwerys, Jan Swevers, Paul Sas: Robust linear control of an active suspension on a quarter car test-rig, Control Engineering Practice 13 577-586(2005)
- [4] 花村良文, 藤田啓司, 正荒木嘉昭, 大屋勝敬, 正原田宏: アクティブ・サスペンションを用いた接地荷重制御による 4 輪自動車の操縦安定性制御, 日本機械学会論文集. C 編 65(629) 236-243(1999)
- [5] 中野公彦, 滝井大輔, 斉藤隆, 須田義大, 林隆三: 単一型セルフパワーード・アクティブ制御の車両サスペンションへの応用 (1/2 車体モデルによる解析), Dynamics & Design Conference "220-1"- "220-6"(2004)
- [6] 西川晶子:油圧アクティブサスペンションの乗心地向上- $H_\infty$  出力フィードバック制御-, 南山大学修士論文 (2006)