

# 教科書の行間を埋める数学の授業

## —中学校数学「図形」を中心として—

2010SE215 鈴木 良成

指導教員：佐々木 克巳

### 1 はじめに

本研究の目的は、想定される生徒のつまづきや疑問などに対応できるよう、教科書の行間を埋めることで、適切な授業をすることである。扱う範囲は、中学校1年生数学の領域「図形」である。私は岐阜県の数学の教師を志願しており、この研究を生徒にとってよりわかりやすい授業につなげたい。また、図形分野では論理的に考察する能力を培うため、単なる操作や作業だけにならないよう配慮する必要がある。具体的には、岐阜県で多く使用されている啓林館の教科書[4]に沿って授業を進めることを想定し、他社の教科書[1-3,5-7]と学習指導要領[8]を参考に、単元間のつながりも考慮しながら[4]の行間を埋める。卒業論文では1年生の図形の内容と、補う箇所を挙げ、本稿では、その一例を挙げていく。

### 2 行間埋めの例

「作図」分野では、既習の内容を用いて正しく作図したり、できあがった図形が条件に適するものであるか否かを振り返って考える能力や態度の育成も重視する。この節では、啓林館の[4]での記述を引用し、補うべきことを説明する。

#### 2.1 直線が交わってできる角

[4]では、図1を用いて「図のような角を $\angle ABC$ と表し、角 $ABC$ と読みます。」と説明しているが、ここに現れる2つの角について補う必要があると考える。図の $\angle ABC$ の解釈は2つ存在する（「 $b$ に対応する角」と「 $360^\circ - b$ に対応する角」）が、教科書ではこれに触れられていないため、「 $\angle ABC$ とは、2つある角のうち、ふつうは小さい方を指す。」のように説明する。この説明により、指示に対する角の位置の認識の間違いをふせぐことができると考える。しかし、固定的な認識にならないよう、図による指定があった場合はそれに従うことを補足する。

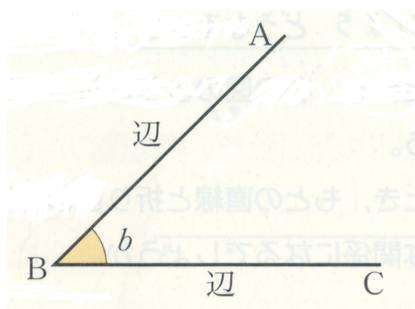


図1  $\angle ABC$ ([4])

#### 2.2 おうぎ形の弧の長さや面積

[4]では、「中心角が $60^\circ$ のおうぎ形の弧の長さや面積は、同じ半径の円の周や面積の $\frac{60}{360}$ 倍です。」と説明している。ここで、「その円を、中心角 $1^\circ$ のおうぎ形に360等分したものを、60個あつめると考え、割合の考え方に基づき、このおうぎ形の面積は、その円の $\frac{60}{360}$ 倍と考えることができる。」と補う。これにより、図形的に理解しやすくなると考える。

#### 2.3 垂直と平行

平面上に直線が2本存在するとき、その2本の直線は平行でない限り交点を持つ。[4]では平行な2つの直線を「2直線 $AB$ 、 $CD$ が交わらないとき、 $AB$ と $CD$ は平行であるといい、 $AB \parallel CD$ と表します。」と定義しており、2本の線分の平行については触れていない。そこで、図2のように、線分について“平行”を用いることの説明を補う。これにより線分と直線の違いを再確認することもできる。また、「 $AB \parallel CD$ 」の読み方が[4]には記されていないため、「 $AB$ へいこう $CD$ 」と読むことを補う。

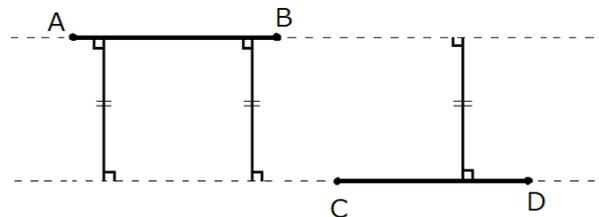


図2 線分の平行

#### 2.4 平行移動

[4]では、図3のようにマス目を用いて各頂点の移動を行うことによって平行移動の導入を行っている。ここで図3の $KL$ 、 $MN$ のような、移動を表す矢印について「方眼のマス目を用いることで平行な線分を作ることができ、それはマス目の縦と横の割合によってその傾きが定まる。」と補う。ただし「平行移動」では、その平行な線分のうち、「各頂点から平行に、同じ長さだけ移動したもの」であることを確認する。マス目の横軸と縦軸の割合により平行を作れること、またそのうち長さが等しいものを利用して平行移動できることを示す。

### 例 1 平行移動

下の図で、 $\triangle PQR$  は、 $\triangle ABC$  を矢印  $KL$  の方向に、その長さだけ平行移動したものである。

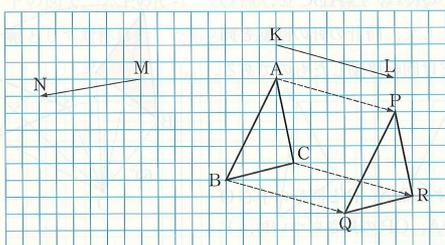


図 3 方眼を使った平行移動 ([4])

## 2.5 回転移動

[4] では、回転移動のうち特に「180 度回転移動」という特別な場合を「点対称移動」と定義しているが、その理由が記されていない。そのため、図 4 を用いて「点 A を、点 O を中心に 180 度回転移動させることは、「線分 AO を、O の側に AO と同じ長さだけ延長した線分 AB」の端点 B へ移動させることと同等である。」と補う（円の半径は、どこをとっても等しいことも関連付けながら）。これによって、コンパスを用いず定規のみで「180 度回転移動」が可能である理由も明白となり、「点対称移動」という言葉の意味も分かりやすくなる。

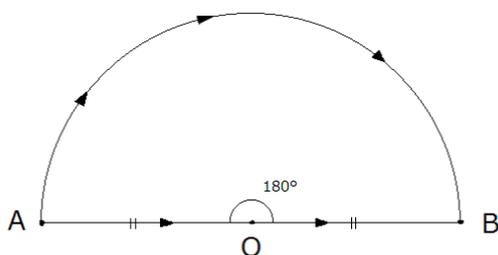


図 4 回転移動と点対称移動

## 2.6 円周と面積の公式化

[4] では、半径  $r$  の円周の長さや円の面積の公式を、文字を用いて、以下のように示している。

$$\text{周の長さ } l = 2\pi r$$

$$\text{面積 } S = \pi r^2$$

ここで、文字の扱いに不慣れな生徒へ配慮をし、以下のように補う。

$$\begin{aligned} (\text{円周の長さ}) &= (\text{直径}) \times (\text{円周率}) \\ &= \{(\text{半径}) \times 2\} \times (\text{円周率}) \\ &= (\text{半径}) \times 2 \times (\text{円周率}) \\ &= 2 \times (\text{円周率}) \times (\text{半径}) \end{aligned}$$

円周の長さを  $l$ 、円周率を  $\pi$ 、半径を  $r$  とおくと

$$l = 2\pi r$$

$$\begin{aligned} (\text{面積}) &= (\text{半径}) \times (\text{半径}) \times (\text{円周率}) \\ &= (\text{半径})^2 \times (\text{円周率}) \\ &= (\text{円周率}) \times (\text{半径})^2 \end{aligned}$$

面積を  $S$ 、円周率を  $\pi$ 、半径を  $r$  とおくと

$$S = \pi r^2$$

これにより、直径が「 $2r$ 」と表されていることや、文字で表されている式の意味がより理解しやすくなると考える。

## 2.7 中心角 $a$ 度のおうぎ形の弧の長さや面積

[4] では、以下のように公式を与えている。

$$\text{弧の長さ } l = 2\pi r \times \frac{a}{360}$$

$$\text{面積 } S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

ここで、次のように補う。

中心角が 193 度の場合

$$\text{弧の長さ } l = 2\pi r \times \frac{193}{360} \quad \text{面積 } S = \pi r^2 \times \frac{193}{360}$$

中心角が 311 度の場合

$$\text{弧の長さ } l = 2\pi r \times \frac{311}{360} \quad \text{面積 } S = \pi r^2 \times \frac{311}{360}$$

⋮

中心角が  $a$  度の場合

$$\text{弧の長さ } l = 2\pi r \times \frac{a}{360} \quad \text{面積 } S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

これにより、一般化への流れがより円滑になると考える。

## 3 おわりに

本研究では、教科書をもとに、生徒にとってわかりやすい授業の研究を行った。出版社によって表現方法や練習問題が大きく異なることがわかったため、より適切な授業を作るために各社の教科書を参考にしながら、適所を取り入れることによってより良い授業を考えていきたい。

今回扱わなかった範囲の更なる研究を今後の課題とし、教育現場での経験を積みながら、日々研究を続けていきたい。

## 参考文献

- [1] 相馬一彦 他 17 名：『数学の世界 1』。大日本図書，東京，2013。
- [2] 一松信 他 30 名：『中学校 数学 1』。学校図書，東京，2013。
- [3] 岡部恒治 他 14 名：『中学校 数学 1』。数研出版，東京，2011
- [4] 岡本和夫 他 42 名：『未来へひろがる 数学 1』。啓林館，大阪，2012。
- [5] 澤田利夫 他 23 名：『中学 数学 1』。教育出版，東京，2013。
- [6] 重松敬一 他 24 名：『中学数学 1』。日本文教出版，大阪，2012。
- [7] 藤井齊亮 他 40 名：『新しい 数学 1』。東京書籍，東京，2012。
- [8] 文部科学省：『中学校学習指導要領解説 数学編』。教育出版，東京，2008。