

アンチロックブレーキングシステムのロバスト制御

2010SE167 大石直人 2010SE246 遠山智孝

指導教員：大石泰章

1 はじめに

近年、自動車の走行性能の向上に伴い安全性への要求が高まり、数多くの安全装置が開発されている。中でも現在のほとんどの自動車に標準装備されているのがアンチロックブレーキングシステム（以下、ABS）である。緊急制動時や悪路でブレーキを強く踏み込むと、ブレーキがタイヤを止めようとする力がタイヤと路面の間の摩擦力を上回り、車輪が回転しない、すなわちロックされた状態に陥る。ABSはこのような状態に陥る前に車輪をロックさせないようにブレーキを調整することで、タイヤと路面の間の摩擦力を最大に制御する。その結果、緊急時のハンドル操作を有効にし、安全性を確保する。ABSの作動環境は、自動車の走行速度が速いときや遅いとき、また、乾いた路面などの摩擦力の大きいときや、濡れた路面や凍結した路面などの摩擦力の小さいときなど、様々な状況が考えられる。ゆえに、ABSの制御にはロバスト性が求められる。

本研究では、INTECO社のThe Laboratory Anti-lock Braking System[2]を考察対象とし、ロバスト性を確保しつつ、スリップ率を目標値に追従させることが可能な固定ゲインのロバストコントローラを設計する。ロバスト性を実現するために、不確かなパラメータを含む場合でも所望の制御則を満たすコントローラが設計可能な線形行列不等式（以下、LMI）を用いる。また、シミュレーション、実装により効果の実証を行う。

2 モデリング

本研究の考察対象であるThe Laboratory Anti-lock Braking Systemには上下に2つの車輪がついており、それぞれ車輪、路面を再現している（図1）。上部車輪の角速度に半径をかけたものは車輪速度、下部車輪の角速度に半径をかけたものは車体速度として扱うことができる。

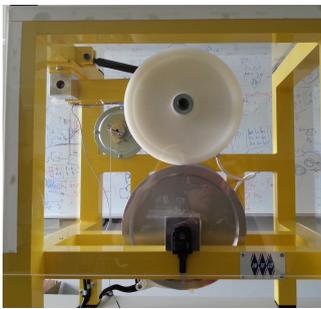


図1 The Laboratory Anti-lock Braking System

制御対象のモデリングに用いるパラメータを表1に示す。

表1 パラメータ

x_1 [rad/s]	上部車輪の角速度	
x_2 [rad/s]	下部車輪の角速度	
M_1 [Nm]	制動トルク	
r_1 [m]	上部車輪の半径	0.0995
r_2 [m]	下部車輪の半径	0.099
J_1 [kgm ²]	上部車輪の慣性モーメント	7.53×10^{-3}
J_2 [kgm ²]	下部車輪の慣性モーメント	25.6×10^{-3}
d_1 [kgm ² /s]	上部車輪の粘性摩擦係数	1.19×10^{-4}
d_2 [kgm ² /s]	下部車輪の粘性摩擦係数	2.15×10^{-4}
F_n [N]	上部車輪が下部車輪を押す力	58.2
$\mu(\lambda)$	車輪間の摩擦係数	
λ	スリップ率	
M_{10} [Nm]	上部車輪の摩擦力	0.0032
M_{20} [Nm]	下部車輪の摩擦力	0.0925
y	ブレーキ制御	

本研究で着目するスリップ率は車輪速度 r_1x_1 と車体速度 r_2x_2 の関数として

$$\lambda = \frac{r_2x_2 - r_1x_1}{r_2x_2} \quad (1)$$

と定義される。

$\lambda = 0$ のとき車輪速度は車体速度に等しいので完全粘着、 $\lambda = 1$ のとき車輪速度は零なので車輪が完全にロックしていることを意味する。路面と車輪の間の摩擦が最大となるスリップ率はおおよそ0.2であることがわかっている[5]。本研究では目標スリップ率 λ^* を0.2とし、 $x_1 \geq 0$ 、 $x_2 \geq 0$ の時のみを考える。

上部車輪と下部車輪の運動方程式、ブレーキのシステムは

$$J_1\dot{x}_1 = F_n r_1 \mu(\lambda) - d_1 x_1 - M_{10} - M_1, \quad (2)$$

$$J_2\dot{x}_2 = -F_n r_2 \mu(\lambda) - d_2 x_2 - M_{20}, \quad (3)$$

$$\dot{M}_1 = 20.37(b_1 y + b_2 - M_1) \quad (4)$$

と表される[1]。（ただし、 $b_1 = 15.24$ 、 $b_2 = -6.21$ である。）車輪間の摩擦係数は、

$$\mu(\lambda) = \frac{W_4 \lambda^p}{a + \lambda^p} + W_3 \lambda^3 + W_2 \lambda^2 + W_1 \lambda \quad (5)$$

と表すことができる。ただし、

$$\begin{aligned} a &= 2.57 \times 10^{-4}, \\ p &= 2.10, \\ W_1 &= -4.24 \times 10^{-2}, \\ W_2 &= 2.94 \times 10^{-10}, \\ W_3 &= 3.51 \times 10^{-2}, \\ W_4 &= 4.07 \times 10^{-1} \end{aligned}$$

である [1].

式 (1) を微分し変形することで

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= -\frac{r_1}{r_2 x_2} \dot{x}_1 + \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2^2} \dot{x}_2 \\ &= -\frac{1}{x_2} \left[\frac{r_1^2}{J_1 r_2} F_n \mu(\lambda) + \frac{1}{J_2} (1 - \lambda) F_n r_2 \mu(\lambda) \right] \\ &\quad + \frac{r_1}{J_1 r_2 x_2} M_1 + \frac{d_1 (1 - \lambda)}{J_1} + \frac{r_1 M_{10}}{J_1 r_2 x_2} \\ &\quad - \frac{d_2 (1 - \lambda)}{J_2} - \frac{(1 - \lambda) M_{20}}{J_2 x_2} \end{aligned} \quad (6)$$

を得る.

式 (6) をテイラー展開し線形化すると

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \left[-\frac{1}{x_2} \left(\frac{r_1^2}{J_1 r_2} + \frac{r_2}{J_2} (1 - \lambda^*) \right) F_n \frac{\partial \mu}{\partial \lambda}(\lambda^*) + \frac{d_1}{J_1} - \frac{d_2}{J_2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{x_2} \frac{M_{20}}{J_2} \right] (\lambda - \lambda^*) + \frac{1}{x_2} \frac{r_1}{J_1 r_2} (M_1 - M_1^*) \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ただし、 λ^* , M_1^* はそれぞれスリップ率と制動トルク目標値を示す。

ここで、

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\left[\frac{r_1^2}{J_1 r_2} + \frac{r_2}{J_2} (1 - \lambda^*) \right] F_n \frac{\partial \mu}{\partial \lambda}(\lambda^*) + \frac{M_{20}}{J_2}, \\ \alpha_2 &= \frac{d_1}{J_1} - \frac{d_2}{J_2}, \\ \beta &= \frac{r_1}{J_1 r_2} \end{aligned}$$

とすると、式 (7) は

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\alpha_1}{x_2} + \alpha_2 \right) (\lambda - \lambda^*) + \frac{\beta}{x_2} (M_1 - M_1^*) \quad (8)$$

と表すことができる。

状態変数を

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \int (\lambda - \lambda^*) dt \\ \lambda - \lambda^* \end{pmatrix}$$

とし、入力を M_1 とする [4] と、状態空間表現は

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B u, \quad (9)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{\alpha_1}{x_2} + \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta}{x_2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

となる。また、状態変数に $\lambda - \lambda^*$ の積分を含ませているのは、サーボシステムを用いてスリップ率を目標値に追従させるためである。

3 最適レギュレータと LMI

次に、スリップ率を目標値に追従させるためのコントローラを設計する。ロバスト性を実現するために最適レギュレータ問題を LMI に帰着させる。

最適レギュレータ問題の可解条件を LMI 条件で表現するためには以下の評価関数

$$J_\epsilon = \int_0^\infty \left[x(t)^T (Q + \epsilon I) x(t) + u(t)^T R u(t) \right] dt \quad (12)$$

を最小化する問題を扱う。なお、対角行列 Q , R は重みであり、 ϵ は微小な正数である。これに相当するリッカチ方程式

$$\text{He}[PA] - PBR^{-1}B^T P + Q + \epsilon I = O \quad (13)$$

から正定対称解 $P = P_{\text{opt}}$ を求め、状態フィードバックゲインを

$$K = K_{\text{opt}} := -R^{-1}B^T P_{\text{opt}} \quad (14)$$

とすることで式 (12) を最小化する。また、式 (13) を

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (15)$$

を使って書き換えると以下のリッカチ不等式

$$\text{He}[P(A + BK)] + K^T R K + Q = -\epsilon I \prec 0 \quad (16)$$

が得られる。このとき、行列 P は $P = P^T \succ 0$ を満たす。式 (10), (11) からわかるように、行列 A , B は下部車輪の角速度 x_2 に依存する。本研究では車体速度 $r_2 x_2$ が 1km/h から 50km/h の範囲で変化するものとして、ロバストなコントローラを設計する。車体速度を 50km/h としたときの行列 A , B を A_{max} , B_{max} 、車体速度を 1km/h としたときの行列 A , B を A_{min} , B_{min} とする。これらの式を $X = P^{-1}$, $F = KP^{-1}$ として変数変換し、シュールの補題を適用することで、

$$\begin{bmatrix} -\text{He}[A_{\text{max}}X + B_{\text{max}}F] & XQ_h^T & F^T R \\ Q_h X & I & O \\ RF & O & R \end{bmatrix} \succ 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -\text{He}[A_{\text{min}}X + B_{\text{min}}F] & XQ_h^T & F^T R \\ Q_h X & I & O \\ RF & O & R \end{bmatrix} \succ 0 \quad (18)$$

$$X \succ 0 \quad (19)$$

を得る。式 (10), 式 (11) に見るように、 A 行列と B 行列は $1/x_2$ に対してアフィンなので、式 (17) と式 (18) が満たされるならばその他の車体速度に対しても同様の式が満たされる。ただし、 Q_h は $Q = Q_h^T Q_h$ を満たす正方行列である。また、 $X^{-1} \prec Z$ を満たす対称行列 Z を導入し、シュールの補題を適用することで次の式

$$\begin{bmatrix} Z & I \\ I & X \end{bmatrix} \succ 0 \quad (20)$$

を得る。式 (17), (18), (19), (20) を LMI 条件とし、これらを満足する $X = X^T \succ 0$, F , Z が存在する範囲で、線形目的関数である $\text{trace}[Z]$ を最小化する。このとき得られるゲイン $K = FX^{-1}$ は、50km/h と 1km/h の間の任意の車体速度に対して評価関数 (12) を小さくする [3]。そこで、適切な重み Q , R を定め、状態フィードバックゲイン K を定めた。

4 シミュレーション

第 3 章で得たコントローラを用いて Simulink 上でシミュレーションを行った。初めに実験機に付属のコントローラと 3 章のコントローラについてシミュレーション結果を比較する。

時速 50km/h の時の角速度は 139rad/s であることから、変動パラメータ x_1 (車輪速度), x_2 (車体速度) の初期値をそれぞれ 139rad/s とし、50km/h からブレーキをかけた際のシミュレーションを行う。スリップ率の変化を比較した結果を図 2 に示す。このとき、摩擦係数 μ の値は 0.4 とし、濡れた路面を再現する。

図 2 において、実験機に付属のコントローラは目標値 0.2 に対して大きく振動しているのに対し、3 章のコントローラは振動を抑えており、目標値にうまく追従させることができている。また、2 秒過ぎから実線も振動しているのは、速度が遅くなると上手く制御することが難しいためと考えられる。

比較した結果として、実験機に付属のコントローラは振動的で 3 章のコントローラは振動が小さい。実験機に付属のコントローラはリレー制御を行っているため、コントローラの出力は 0 か 1 しかなく、これが上の結果の原因であろうと考えられる。また、速度変化に対するロバスト安定性は十分保証出来ることが確認できた。

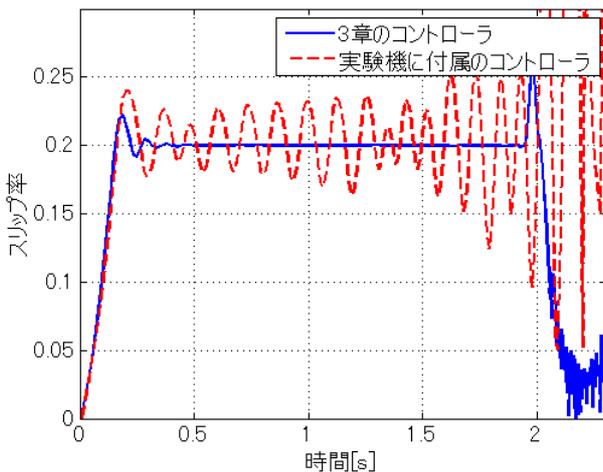


図 2 スリップ率の変化の比較

現実世界では路面状況が常に一定であるとは限らない。そのため、緊急制動時に路面状況が変化することも想定される。そこで、本研究では濡れた路面から雪の路面へと路面状況が変化したときのシミュレーションも行った。

濡れた路面から雪が積もった路面への変化を再現するために、ブレーキをかけ始めてから 1 秒後に摩擦係数 μ の値を 0.4 から 0.2 へ変化させたシミュレーション結果を図 3, 図 4 に示す。

図 3 より、 μ の値が変化しても、スリップ率の目標値 0.2 に追従していることが確認できる。しかし、 μ の値が変化後にやや定常偏差が見られる。これはシミュレーションで非線形なモデルを用いており、線形化した際に誤差が生じてしまったためであると考えられる。

図 4 より、 μ の値の変化に伴いブレーキトルクを調整していることがわかる。

このシミュレーション結果から、路面の状況 μ が変化しても良好な制御を行うことが可能であることが確認出来た。

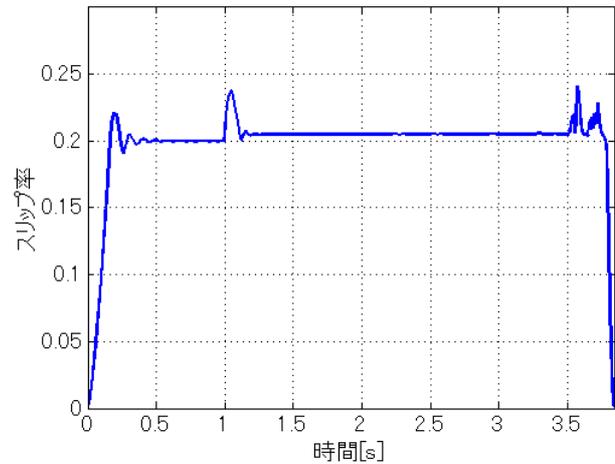


図 3 スリップ率の変化

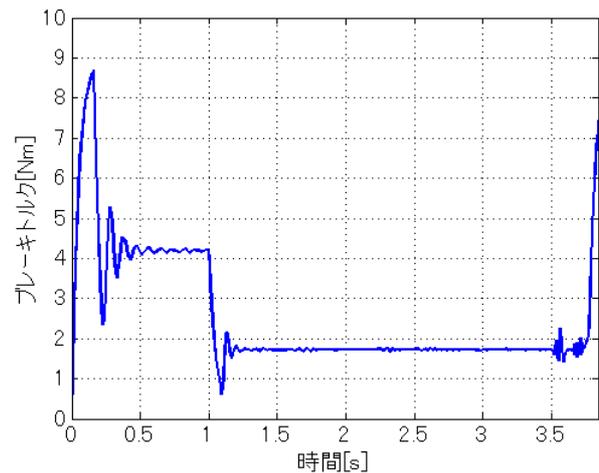


図 4 ブレーキトルクの変化

5 実験結果

第 3 章で得たコントローラを実験機に実装し、シミュレーション結果との整合性を確認する。スリップ率の変化をシミュレーション結果と比較したものを図 5 に、車輪速度と車体速度の変化を図 6 にそれぞれ示す。この時の路面

状態は一定である。

図5より、速度が速いときはシミュレーション結果に比べて振動的ではあるが目標値0.2に追従していることがわかる。しかし、速度が遅くなった時は振動が大きくなり、良好な制御を行えていない。

図6より、車体速度はほぼ一直線に減速しているのに対し、車輪速度は増減を繰り返しながら減速している。しかしどちらも大きく振動することは無く、0km/hまで減速することが出来ている。

以上のように、実験結果はシミュレーション結果に比べて全体的に振動的な結果となった。LMIを解く際の重み行列を調整し、様々なフィードバックゲインを試したが、シミュレーション結果のような高い追従性を示すことは出来なかった。このような結果となった原因としては、実験機の応答速度に限界があり、狙い通りの制御を行うことができないということ。また、モデリングの段階でブレーキパッドの摩擦係数が考慮されていないことなどが考えられる。

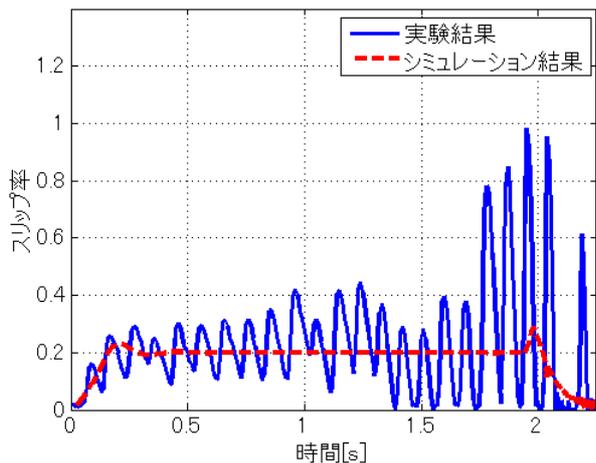


図5 スリップ率の変化の比較

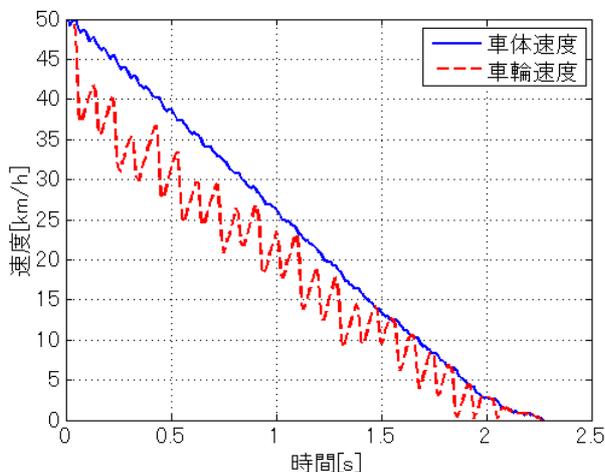


図6 車体速度と車輪速度の変化

6 おわりに

本研究では車体速度が1km/hから50km/hの範囲でロバストにスリップ率の制御をすることを目的とし、LMIを使って制御器設計を行った。制御器設計において得られた状態フィードバックゲイン K を用いてシミュレーションを行った結果、スリップ率において、実験機に付属のコントローラよりも高い追従性を示すことが出来た。また、車体速度や路面状況が変化しても安定して制御を行うことが確認できた。

本研究で得られたコントローラを実験機に実装したところ、シミュレーション結果のような高い追従性を示すことは出来なかった。原因としては、実験機の性能の問題、また、モデリングにおいて考慮できていない部分があると考えられる。

今後の課題としては、実験機の応答速度、およびブレーキパッドの摩擦係数を考慮したモデリングを行うことが挙げられる。

参考文献

- [1] INTECO: *The Laboratory Anti-lock Braking System User's Manual*.
- [2] INTECO 社ホームページ,
<http://www.inteco.com.pl/>
- [3] 川田昌克:『MATLAB/Simulinkによる現代制御入門』。森北出版、東京、2011。
- [4] I. Petersen, T. A. Johansen, J. Kalkkuhl and J. Lüdemann: Wheel slip control in ABS brakes using gain scheduled constrained LQR. *Proceedings of the 6th European Control Conference*, Porto, Portugal, September 2001, pp. 606–611, 2001.
- [5] 横山誠, 岩田義明, 片寄真二, 今村政道, 新部誠:「スライディングモード制御によるアンチロックブレーキシステム」。日本機械学会論文集(C編), 第63巻(1997), pp. 114–119.