

クレーンの軌道追従制御

2010SE066 伊藤大智

指導教員：大石泰章

1 はじめに

現在クレーンは、建設や輸送、製造など社会の様々な場面で使用されている。人の手でなく機械を用いることによって、作業効率の向上やコストの削減に繋がり、各企業の経済成長に大きく貢献している。

本研究では、クレーンのより柔軟で高機能な制御を目指して、トロリーの移動とスチールケーブルの巻き上げの2つの自由度を同時に使い、ペイロードを目標軌道に追従させることを考える。スチールケーブルの振れが影響する水平方向の制御には最適サーボを使い、モデル化が困難な垂直方向の制御には一種のPID制御を用いる。

2 制御対象とモデリング

今回使用するクレーンは、QUANSER社の3 DOF Crane [1]であり、図1に示すようなハンマーヘッド型のクレーンである。

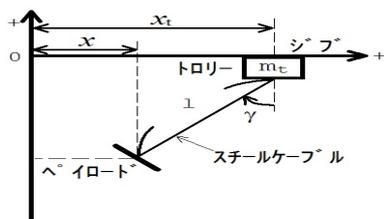


図1 制御対象の概略図

地面に対して垂直なタワーの上部から地面と平行にジブが伸び、ジブに沿ってトロリーが移動するという構造をしている。ここで制御できるのは、タワーを中心としたジブの旋回角度、ジブ上でのトロリーの位置、トロリーから下がったスチールケーブルの長さの3つである。本研究ではジブを固定し、トロリーの位置とスチールケーブルの長さの2つの自由度のみを使う。

モデリングに用いる物理パラメータを表1に示す。

本研究における制御の目的は文献[2]に従って、ペイロードを目標軌道

$$y = -l_{\max}(1 - 0.5\sin(\pi x/x_{t\max})) \quad (1)$$

に沿って動かすことである。ただし、 x はペイロードの水平位置、 y は同じく垂直位置を表し、 $l_{\max} = 0.5$ はスチールケーブルの長さの初期値、 $x_{t\max} = 0.6$ はジブの長さを示す。図2に目標軌道を示す。

軌道追従を行うにあたって、ペイロードの水平位置 x をトロリーの入力電流で、ペイロードの垂直位置 y を巻き上げる力で別々に制御するのが単純かつ自然と考えられる[2]。水平位置の制御にはスチールケーブルの振れが影響す

表1 物理パラメータ

x_t [m]	トロリーの位置	$0 \leq x_t \leq 0.6$
m_t [kg]	トロリーの質量	0.6
K_t [N · m/A]	トロリー移動用モータのトルク定数	0.0436
I_t [A]	トロリー移動用モータへの入力電流	
x [m]	ペイロードの水平位置	
y [m]	ペイロードの垂直位置	
m_p [kg]	ペイロードの質量	0.8680
γ [rad]	スチールケーブルの振れ角	
l [m]	スチールケーブルの長さ	$0.1 \leq l \leq 0.5$
g [m/s ²]	重力加速度	9.81

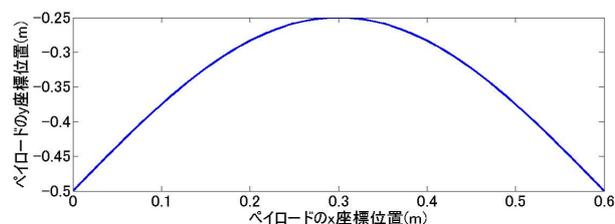


図2 ペイロードの目標軌道

るのでモデルに基づく最適サーボを使い、垂直位置の制御はモデル化が難しいので一種のPID制御を使う。

以下本章では、水平位置の制御の為にモデリングを行う。

観測量は、トロリーの位置 x_t [m]、スチールケーブルの振れ角 γ [rad]、スチールケーブルの長さ l [m] であり、制御量はペイロードの水平位置 x [m] ($x = x_t - l \sin \gamma$) である。操作量はトロリー移動用モータへの入力電流 I_t [A] である。以下の仮定をおく。(1) クレーンとスチールケーブルは剛体である。(2) ペイロードは質点である。(3) クーロン摩擦、損失エネルギーはない。(4) γ は十分小さく、 $\sin \gamma \simeq \gamma$ 、 $\cos \gamma \simeq 1$ 、 $\dot{\gamma}^2 \simeq 0$ としてよい。また、簡単化する為に、最適サーボの計算は $l(t) = 0.5$ 、 $\dot{l}(t) = 0$ 、 $\ddot{l}(t) = 0$ として行う。

ここで、一般化座標 $q(t)$ を $q(t) = [x_t(t) \ \gamma(t)]^T$ とおくと、ペイロードの振動系の数学モデルが得られる：

$$E(l)\ddot{q} + F\dot{q} + G(l)q = HI_t. \quad (2)$$

ただし、

$$E = \begin{bmatrix} m_p + m_t & -m_p l(t) \\ -m_p l(t) & m_p l^2(t) \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_p g l(t) \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} K_t \\ 0 \end{bmatrix}.$$

以上より、状態空間表現は次式のようになる：

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = A\xi(t) + Bu(t), \\ \eta(t) = C\xi(t). \end{cases} \quad (3)$$

ただし、

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} q(t)^T & \dot{q}(t)^T \end{bmatrix}^T, \eta(t) = x(t) = x_t(t) - l\gamma(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-m_p g}{m_t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-m_p g - m_t g}{m_t l(t)} & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t}{m_t} \\ \frac{K_t}{m_t l(t)} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -l & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

である。

3 制御系設計

3.1 水平位置の制御

水平位置の制御には最適サーボを用いる。すなわち、制御量を目標値に追従させる制御器を、最適レギュレータ理論に基づき、評価関数を最小化することによって設計する。

制御入力 $u(t)$ は、状態変数 $\xi(t)$ と水平位置の偏差の積分 $\int_0^t (x_{\text{ref}} - x(t)) dt$ を使って、 $K\xi(t) + G \int_0^t (x_{\text{ref}} - x(t)) dt$ のように定める。ただし、 x_{ref} はペイロードの水平位置の目標値である。

ゲイン K と G は以下の評価関数を最小にするように定める [3]：

$$J = \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} \tilde{\xi}(t)^T & \tilde{\omega}(t)^T \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} \tilde{\xi}(t) \\ \tilde{\omega}(t) \end{bmatrix} + \tilde{u}(t)^T R \tilde{u}(t) \right) dt. \quad (4)$$

ただし、 Q, R は重み行列、 $\tilde{\xi}(t) := \xi(t) - \xi_\infty$, $\tilde{\omega}(t) := \omega(t) - \omega_\infty$, $\tilde{u}(t) := u(t) - u_\infty$, $\omega(t) = \int_0^\infty e(t) dt$, $e(t) := x_{\text{ref}}(t) - x(t)$ である。 u_∞ は操作量 $u(t)$ の定常値、 ξ_∞ は $\xi(t)$ の定常値、 ω_∞ は $\omega(t)$ の定常値である [3]。

3.2 垂直位置の制御

垂直位置の制御には一種の PID 制御を用いる。これにより、目標値が一定なら定常偏差が生じない。ここでは目標値が変動するので偏差が生じないとは言えないが、変動が緩やかならば偏差はある程度小さくなると期待できる。目標軌道 y_{ref} は、現在の水平位置 x を (1) 式に代入して得られるものとする。

スチールケーブルの巻き上げモータへの電流 I は

$$I = (k_p + k_i/s)(y_{\text{ref}} - y) - k_d s y + I_0 \quad (5)$$

と定めればよい。 k_p, k_i, k_d は PID 制御の比例、積分、微分定数であり、 I_0 は重力を相殺する力に相当する電流である。

3.3 シミュレーション・実機実験の結果

ペイロードの垂直位置と水平位置の同時制御のシミュレーションを、クレーンに付属のシミュレータを使用した。また、実機実験を行った。結果は以下の通りである。

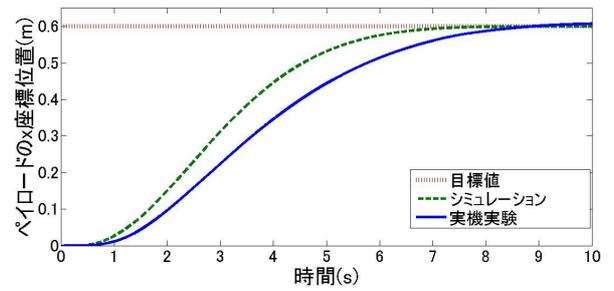


図3 ペイロードの水平位置の変化

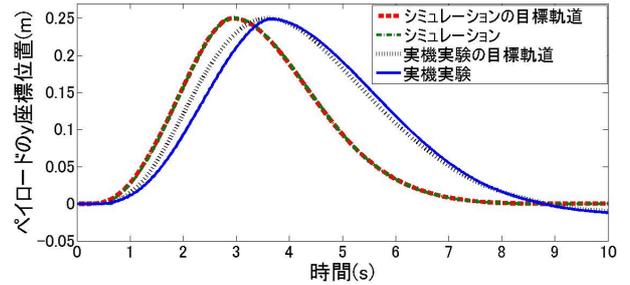


図4 ペイロードの垂直位置の変化

図3より、シミュレーションはペイロードの水平位置が0から0.6mに向かって収束しているが、実機実験ではわずかにオーバーシュートしてしまっている。また、シミュレーションよりも動きだしが遅く、これらは外乱や摩擦による影響だと考える。一方、水平位置に対応する垂直位置を(1)式にしたがって計算したものが図4の目標軌道である。シミュレーションでは、ペイロードの垂直位置である実線はこれにほぼ追従しており、全体として(1)式の目標軌道に追従していることが分かる。実機実験でも、図4に見るようにほぼ追従したが、シミュレーションほどうまく追従しなかった。また、水平位置がオーバーシュートしてしまった為最後0mに収束しなかった。これらは、摩擦やセンサーによる遅れが原因ではないかと考える。

4 おわりに

本研究では、ペイロードを目標軌道に追従させる制御を行った。垂直位置は一種のPID制御、水平位置は最適サーボを用いた。今回の結果から、シミュレーション上でおよそ目標軌道通りに追従させることができた。しかし実機実験では誤差があり、これは外乱や摩擦によるものと考えられる。今後の課題は、摩擦等の外乱を考慮した設計を行うこと、仮定 $\dot{l}(t) = 0$, $\ddot{l}(t) = 0$ を外して考えることである。

参考文献

- [1] 3 DOF Crane
<http://www.pid-control.com/products/pdf/crane.pdf>
- [2] 岩崎徹也：『LMIと制御』。昭晃堂，1997。
- [3] 川田昌克：『MATLAB/Simulinkによる現代制御入門』。森北出版，2011。