バックステッピング法に基づくツインローターヘリコプターの軌道追従制御

2010SE039 服部賢仁

指導教員：大石泰章

1　はじめに

ヘリコプターは不安定であり, 非線形性が強いので制御するのは容易ではない．そのためヘリコプターの自動操縦のための制御系設計問題は実用性が高く, また制御理論の観点からも興味深いものである．

本研究では, 2 つのローターを前後に並べたタンデムローター型の 3 自由度ヘリコプターを制御対象とし, 目標軌道の追従制御を行う．このヘリコプターのように制御対象が非線形項を持つ場合, 状態変数の取りうる値は小さいと仮定して, 非線形の動特性を線形近似して扱うことが多いが, この方法ではヘリコプターが本来持っている性能を十分に引き出せないと考察し, 非線形項を扱えるバックステッピング法を適用し制御系を構成する．初めに本研究で制御対象とする Quanser 社の 3 自由度ヘリコプター [1] に対してモデリングを行う．次に文献 [2] を参考にバックステッピング法を適用した制御系を導出する．最後にツインローターヘリコプターに正弦波状の軌道を目標軌道として与えた場合について, シミュレーションと実験を行う．

2　制御対象

2.1　基本構造

本研究で使用する Quanser 社のヘリコプターモデルを図 1 に示す．支柱 AB は支点 O を中心として水平面内と垂直面内で自由に回転でき, 基準点からの水平方向への回転角度を λ, 水平面を基準とした垂直方向の回転角度を ϵ とする．機体 CD は支柱 AB を軸に自由に回転し, 水平からの回転角度を ρ とする．以下のパラメータを用いる．K_{f}[N/V]：ローターの揚力定数, $M_{\mathrm{f}}, M_{\mathrm{b}}, M_{\mathrm{h}}, M_{\mathrm{w}}$[kg]：フロントローター, バックローター, ヘリコプターボディ, カウンターウェイトの質量, $L_{\mathrm{a}}, L_{\mathrm{h}}, L_{\mathrm{w}}$[m]：$OB$ 間, 点 B と各ローター間, OA 間の長さ, $\epsilon_{\mathrm{h}}, \epsilon_{\mathrm{w}}$[rad]：点 B から点 O, 点 A から点 O への仰角, A_t[N]：ローターの反動トルク, g[m/s^2]：重力加速度．このヘリコプターはフロントローターとバックローターが同じ方向に回転するので, その反動で機体にトルクが加わる．これが反動トルクである．本研究では反動トルクを外乱と見なし, その影響を除去することを考える．

ローターに流れる電流 $V_{\mathrm{f}}, V_{\mathrm{b}}$ を制御することで生み出される揚力を左右独立に制御できる．以下, 論文 [2] に整合させて, 機体の揚力と姿勢の回転力をそれぞれ次のように定める:

$$u_1 = K_{\mathrm{f}}(V_{\mathrm{f}} + V_{\mathrm{b}}), \quad u_2 = L_{\mathrm{h}} K_{\mathrm{f}}(V_{\mathrm{f}} - V_{\mathrm{b}}). \qquad (1)$$

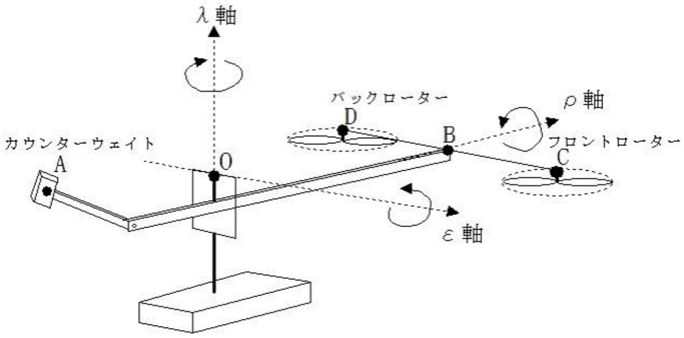

図 1　Quanser 社のヘリコプターモデル

2.2　モデリング

文献 [3] を参考に, Lagrange の運動方程式より得られた式を用いてモデル化し, 状態変数を

$$x(t) = \begin{bmatrix} \epsilon & \rho & \lambda & \dot{\epsilon} & \dot{\rho} & \dot{\lambda} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

とすると, 本研究で扱う状態空間表現:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_4, && (2)\\
\dot{x}_2 &= x_5, && (3)\\
\dot{x}_3 &= x_6, && (4)\\
\dot{x}_4 &= \frac{L_{\mathrm{a}}}{J_\epsilon} u_1 \cos x_2 + L_\epsilon, && (5)\\
\dot{x}_5 &= \frac{1}{J_\rho} u_2, && (6)\\
\dot{x}_6 &= -\frac{L_{\mathrm{a}}}{J_\lambda} u_1 \sin x_2 + L_\lambda && (7)
\end{aligned}$$

が得られる．ただし,

$$\begin{aligned}
J_\epsilon &= M_{\mathrm{h}} L_{\mathrm{a}}^2 + M_{\mathrm{w}} L_{\mathrm{w}}^2, && (8)\\
J_\rho &= M_{\mathrm{h}} L_{\mathrm{h}}^2, && (9)\\
J_\lambda &= M_{\mathrm{h}} L_{\mathrm{a}}^2 \cos^2(x_1 - \epsilon_{\mathrm{h}}) \\
&\quad + M_{\mathrm{w}} L_{\mathrm{w}}^2 \cos^2(x_1 - \epsilon_{\mathrm{w}}), && (10)\\
L_\epsilon &= \frac{-M_{\mathrm{h}} L_{\mathrm{a}}^2}{J_\epsilon} \sin(x_1 - \epsilon_{\mathrm{h}}) \cos(x_1 - \epsilon_{\mathrm{h}}) x_6^2 \\
&\quad + \frac{-M_{\mathrm{w}} L_{\mathrm{w}}^2}{J_\epsilon} \sin(x_1 - \epsilon_{\mathrm{w}}) \cos(x_1 - \epsilon_{\mathrm{w}}) x_6^2 \\
&\quad + \frac{-M_{\mathrm{h}} g L_{\mathrm{a}}}{J_\epsilon} \cos(x_1 - \epsilon_{\mathrm{h}}) \\
&\quad + \frac{M_{\mathrm{w}} g L_{\mathrm{w}}}{J_\epsilon} \cos(x_1 - \epsilon_{\mathrm{w}}) \\
&\quad + \frac{A_{\mathrm{t}}}{J_\epsilon} \sin x_2, && (11)\\
L_\lambda &= \frac{2 M_{\mathrm{h}} L_{\mathrm{a}}^2}{J_\lambda} \sin(x_1 - \epsilon_{\mathrm{h}}) \cos(x_1 - \epsilon_{\mathrm{h}}) x_4 x_6 \\
&\quad + \frac{2 M_{\mathrm{w}} L_{\mathrm{w}}^2}{J_\lambda} \sin(x_1 - \epsilon_{\mathrm{w}}) \cos(x_1 - \epsilon_{\mathrm{w}}) x_4 x_6 \\
&\quad + \frac{A_{\mathrm{t}}}{J_\lambda} \cos x_2 && (12)
\end{aligned}$$

である．

3　バックステッピング法による制御系

状態空間表現の 6 つの方程式は機体の位置に関係する方程式 (2), (4), (5), (7) と機体姿勢に関係する方程式 (3), (6) に分けられる．初めに, 目標位置に対し, それを実現する望ましい機体姿勢角を求める．次にそれを漸近的に達成する制御系を構成する．

まず, 機体の位置の追従について考察する．

$$\begin{cases} \tilde{u}_1 & = L_\mathrm{a} u_1 \cos x_2 + J_\epsilon L_\epsilon, \\ \tilde{u}_2 & = -L_\mathrm{a} u_1 \sin x_2 + J_\lambda L_\lambda \end{cases} \tag{13}$$

とおくと, 機体の位置に関係する方程式 (2), (4), (5), (7) は

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4, \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{J_\epsilon}\tilde{u}_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}_3 = x_6, \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{J_\lambda}\tilde{u}_2 \end{cases} \tag{14}$$

となる．これらを新たな制御対象と見なし, 状態変数を

$$x_\epsilon = [x_1 \;\; x_4]^\mathrm{T}, x_\lambda = [x_3 \;\; x_6]^\mathrm{T}$$

とする．x_1, x_3 を目標値 r_1, r_2 に追従させるかつ外乱の影響を抑える為, 本研究では拡大系を構成して最適サーボ系を設計する．ただし x_λ については, J_λ が変動する為, その変動領域に対し多面体表現を用いて LMI に帰着させて最適ロバストサーボ系を設計する．以上により制御入力は

$$\begin{cases} \tilde{u}_1^* = K_\epsilon x_\epsilon + G_\epsilon \int_0^t (r_1 - x_1)dt + F_{\mathrm{a}\epsilon} r_1 + F_{\mathrm{b}\epsilon} x_{\epsilon 0}, \\ \tilde{u}_2^* = K_\lambda x_\lambda + G_\lambda \int_0^t (r_2 - x_3)dt + F_{\mathrm{a}\lambda} r_2 + F_{\mathrm{b}\lambda} x_{\lambda 0} \end{cases} \tag{15}$$

と求められる．ただし, $F_{\mathrm{a}\lambda}, F_{\mathrm{b}\lambda}$ は文献 [4] の p. 172 に基づき導出したフィードフォワードゲインである．この文献では B 行列が不確かでない場合を扱っているので $F_{\mathrm{a}\lambda}, F_{\mathrm{b}\lambda}$ のように B 行列が不確かな場合に対して有効な導出方法なのかは疑問が残る．以上により, この $\tilde{u}_1^*, \tilde{u}_2^*$ を与える望ましい x_2^*, u_1^* は (13) より次のようになる:

$$x_2^* = \arctan\left(\frac{-\tilde{u}_2^* + J_\lambda L_\lambda}{\tilde{u}_1^* - J_\epsilon L_\epsilon}\right), \tag{16}$$

$$u_1^* = \frac{\tilde{u}_1^* - J_\epsilon L_\epsilon}{L_\mathrm{a} \cos x_2}. \tag{17}$$

次に機体姿勢の追従について考察する．

$$\{\tilde{u}_3 = u_2 \tag{18}$$

とおくと, 機体姿勢に関係する方程式 (3), (6) は

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = x_5, \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{J_\rho}\tilde{u}_3 \end{cases} \tag{19}$$

となる．先程と同様新たな制御対象と見なし, 状態変数を

$$x_\rho = [x_2 \;\; x_5]^\mathrm{T}$$

とする．x_2 を望ましい x_2^* に追従させるために, 拡大系を構成して最適サーボ系を設計すると, 入力は

$$\tilde{u}_3^* = K_\rho x_\rho + G_\rho \int_0^t (x_2^* - x_2)dt + F_{\mathrm{a}\rho} x_2^* + F_{\mathrm{b}\rho} x_{\rho 0} \tag{20}$$

で与えられ, この $\tilde{u}_3^*$ を与える望ましい u_2^* は (18) より

$$u_2^* = \tilde{u}_3^* \tag{21}$$

となる．以上の流れで制御系が構成される．

4　シミュレーションと目標軌道追従実験

系の構成の際に使用する重みは試行錯誤によって選択した．目標軌道を「水平方向に等速直線運動, 垂直方向に正弦波運動を 1 周期分行う．」とし, その結果を図 2 に示す．実線は目標軌道, 点線はシミュレーション結果, 破線は実験結果である．ρ は ϵ, λ によって目標軌道が変動するため目標軌道は示していない．

図 2 において ϵ, ρ, λ いずれも期待された挙動を示しており, シミュレーション結果とほぼ一致している．ρ の結果からローターの反動トルク等の外乱の影響についても機体の姿勢角を設けて λ 方向に出力を向けることで打ち消していることが見て取れる．

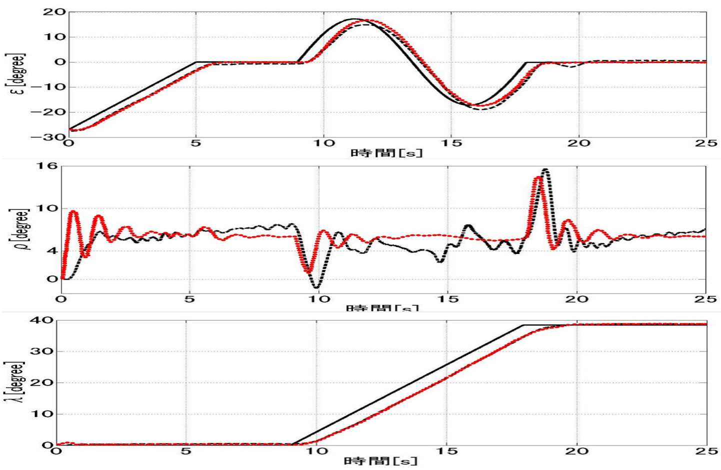

図 2　シミュレーションと実装結果

5　おわりに

本研究によって Quanser 社の 3 自由度ヘリコプターへのバックステッピング法による近似線形化が可能であることが示された．本研究では最適サーボ系を構成したがより強力なロバスト制御理論が使用できると思われる．これが今後の課題である．

参考文献

[1] Quanser Inc. : *Quanser 3-DOF Helicopter Laboratory Manual.* 2011.

[2] 佐伯正美, 和田泰徳, 井村順一, 坂上嘉信:「二段階線形化に基づくツインローターヘリコプターモデルの飛行制御系設計」. 日本機械学会論文集 (C 編), 67 巻 656 号, 2001.

[3] 長屋秋馬:「双線形システムの吸引領域を考慮する H_2 制御器を用いたツインロータヘリコプタの目標値追従制御」. 2013.

[4] 川田昌克:「MATLAB/Simulink による現代制御入門」. 2011.