

荷重の変化に対してロバストなツインロータヘリコプタの安定化制御

2010SE031 古山祥悟

指導教員：大石泰章

1 はじめに

ツインロータヘリコプタは一般的に見られるメインロータとテイルロータをあわせもつヘリコプタとは異なり、本体の前後にメインロータが配置されている。一般的なヘリコプタよりも大型であるため、有事の際に多数の人員および大量の物資の輸送を目的として使用されている。このようなとき、搭載されている人員や物資の量の変動し、それによって動特性が大幅に変化することが考えられる。

本研究では、追加の荷重の位置と重さを直接考慮したモデルを導き、これに基づいて荷重の変動に対してロバストな制御器を得る。

2 制御対象とモデリング

本研究で使用する Quanser 社の 3-DOF Helicopter [1] は、ツインロータヘリコプタを模しており、図 1 に示すような 3 つの自由度を持っている。具体的には、点 O を中心として水平面内の回転運動と垂直面内の回転運動を行う。また、点 C を中心として機体が前後に傾く回転運動を行う。点 O を中心とした水平面内での回転角を $\lambda(t)$ [rad]、垂直面内での回転角を $\epsilon(t)$ [rad] とし、点 C を中心とした機体の回転角を $\rho(t)$ [rad] とする。ただし、 $\epsilon(t)$ [rad] は線分 BC が水平面に対して平行なとき、 $\rho(t)$ [rad] は線分 DE が水平面に対して平行なときを基準とする。

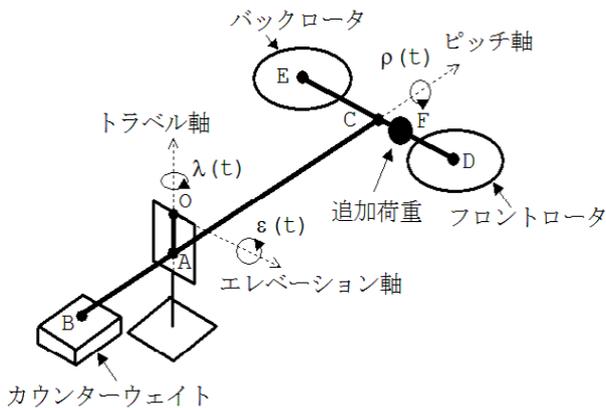


図 1 3 自由度ヘリコプタの概略図

追加荷重の質量は $0.00 \sim 0.10$ [kg] の範囲で変化するものとする。また、追加荷重の位置 F は、点 C を基準として $-0.178 \sim 0.178$ [m] の範囲で変化するものとする。ただし、点 C からフロントロータの方向を正とし、バックロータの方向を負として考える。

以上を考慮し、モデリングに用いる物理パラメータを表 1 のように定義する。

表 1 3 自由度ヘリコプタの物理パラメータ

記号 [単位]	詳細	値
M_f [kg]	フロントロータの質量	0.713
M_b [kg]	バックロータの質量	0.713
M_w [kg]	カウンターウェイトの質量	1.94
M_g [kg]	追加荷重の質量	0.00~0.10
L_b [m]	点 O から点 A までの距離	0.04
L_w [m]	点 A から点 B までの距離	0.47
L_a [m]	点 A から点 C までの距離	0.66
L_h [m]	点 C から点 D までの距離	0.178
L_h [m]	点 C から点 E までの距離	0.178
L_g [m]	点 C から点 F までの距離	-0.178~0.178
g [m/s ²]	重力加速度	9.81
K_f [N/V]	ロータの揚力定数	0.1188

3 自由度ヘリコプタが従う非線形微分方程式をラグランジュの運動方程式を用いて導出する。状態変数 $x(t)$ を $x(t) = [\epsilon(t), \rho(t), \lambda(t), \dot{\epsilon}(t), \dot{\rho}(t), \dot{\lambda}(t)]^T$ 、入力 $u(t)$ を $u(t) = [V_f(t), V_b(t)]^T$ とする。導出した非線形微分方程式を平衡点で線形化すると、次の状態空間表現を得る：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (1)$$

ただし、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & b_1 \\ b_2 & -b_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$a_1 = \frac{-(M_f + M_b + M_w + M_g)L_b g}{(M_f + M_b + M_g)(L_a^2 + L_b^2) + M_w(L_b^2 + L_w^2)},$$

$$a_2 = \frac{-(V_{f0} + V_{b0})K_f \sqrt{L_a^2 + L_b^2}}{(M_f + M_b)(L_a^2 + L_h^2) + M_g(L_a^2 + L_b^2) + M_w L_w^2},$$

$$b_1 = \frac{K_f \sqrt{L_a^2 + L_b^2}}{(M_f + M_b + M_g)(L_a^2 + L_b^2) + M_w(L_b^2 + L_w^2)},$$

$$b_2 = \frac{K_f L_h}{(M_f + M_b)L_h^2 + M_g L_g^2}$$

である。ただし、 $V_{f0} + V_{b0}$ [V] は、

$$V_{f0} + V_{b0} = \frac{(M_f + M_b + M_g)L_a g - M_w L_w g}{K_f \sqrt{L_a^2 + L_b^2}}$$

であり、 $\epsilon = 0$ を平衡点とするような入力である。

3 制御系設計

本研究では、行列多面体および最適サーボシステムを線形行列不等式 (LMI) へ帰着させ、ロバスト安定な制御器を構成する。

3.1 行列多面体表現

荷重の重さと位置を表すパラメータ M_g, L_g が変動域内で変動するとき、行列 A の成分 a_1, a_2 および行列 B の成分 b_1, b_2 の変動範囲は、

$$a_1 \in [a_{1,min}, a_{1,max}] = [-1.2283, -1.2156], \quad (2)$$

$$a_2 \in [a_{2,min}, a_{2,max}] = [-1.6972, -1.1908], \quad (3)$$

$$b_1 \in [b_{1,min}, b_{1,max}] = [0.0229, 0.0238], \quad (4)$$

$$b_2 \in [b_{2,min}, b_{2,max}] = [0.4070, 0.4334] \quad (5)$$

となる。これら 4 つの成分がそれぞれ最小値および最大値をとる合計 16 個の場合について A 行列と B 行列を考え、これらを頂点とする行列多面体を考える。この行列多面体は、変動域内の M_g, L_g の値に対する A 行列と B 行列すべて含んでいるので、その頂点に対して安定化をする制御器を設計できれば、 M_g, L_g の値の変動に対してロバストな制御器になる [2]。

3.2 最適サーボ系

行列多面体表現のみでロバスト安定な制御器は設計できる。しかし、実験機は前後のロータが同じ方向に回転しており、反動トルクが生じているため行列多面体表現のみでは定常偏差が生じてしまう。そこで反動トルクを外乱と考え、これを抑制するための最適サーボ系を設計する。そのために状態変数の拡大をして $x_e(t) = [\epsilon(t), \rho(t), \lambda(t), \dot{\epsilon}(t), \dot{\rho}(t), \dot{\lambda}(t), \int \epsilon_e(t)dt, \int \lambda_e(t)dt]^T$ とする。また、行列 A, B, C を拡大してそれぞれ A_e, B_e, C_e とし、拡大系を考える。与えられた重み行列 Q, R に対して定義される評価関数 J は、

$$J = \int_0^{\infty} \tilde{x}_e(t)^T Q \tilde{x}_e(t) + \tilde{u}(t)^T R \tilde{u}(t) dt$$

となり、これを最小化する。

3.3 LMI への帰着

行列多面体の端点を考慮し、 J を γ 未満にする LMI 条件は以下ようになる [2][3]:

$$\begin{bmatrix} -\text{He}[A_{ei}X + B_{ei}Y] & XQ_h & Y^T R \\ Q_h X & I & O \\ RY & O & R \end{bmatrix} \succ 0$$

$$(i = 1, 2, \dots, 16)$$

$$\begin{bmatrix} Z & I \\ I & X \end{bmatrix} \succ 0, \gamma - \text{trace}(Z) > 0$$

ただし、 (A_{ei}, B_{ei}) は行列多面体の 16 個の頂点に対応する拡大系の行列 (A_e, B_e) であり、 Q_h は $Q_h Q_h^T = Q$ を満たす正方行列である。これらの LMI を制約条件として γ を最小化し、 YX^{-1} によってフィードバックゲインを定める。

4 シミュレーションと実機実験

$\epsilon(t)$ [rad], $\rho(t)$ [rad], $\lambda(t)$ [rad] の目標値はすべて平衡点 0[rad] として、 $M_g = 0.00$ [kg], $L_g = 0.000$ [m] の場合、 $M_g = 0.10$ [kg], $L_g = 0.000$ [m] の場合、 $M_g = 0.10$ [kg], $L_g = 0.178$ [m] の場合の合計 3 つの場合について、シミュレーションと実験を行なう。ここでは $M_g = 0.10$ [kg], $L_g = 0.000$ [m] の場合のシミュレーション結果と実験結果を図 2 に示す。なお、破線がシミュレーションで実線が実験の結果である。

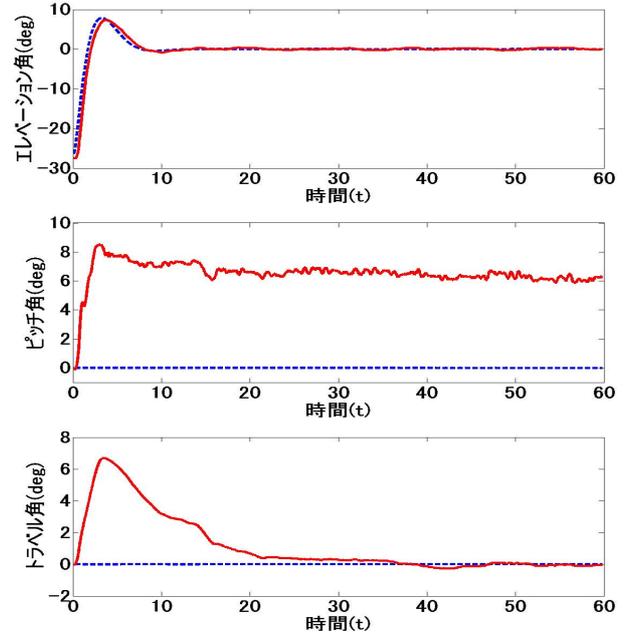


図 2 シミュレーションと実験結果

ピッチ角はシミュレーションと大きな差があるが、それは反動トルクの影響を打ち消すために必要な角度である。また、トラベル角については、立ち上がり時にピッチ角が 0 であるために反動トルクの影響を受けているが、その後積分器により収束している。このように想定内の挙動を示しており、望んだ制御が出来ていると言える。

5 おわりに

本研究では、3 自由度ヘリコプタについて追加荷重の位置と重さを考慮したラグランジュの運動方程式を導出してモデリングを行なった。追加荷重の位置と重さの変化に対して、行列多面体表現を行なうことでロバスト性を保証し、外乱に対して最適サーボ系を構成することでロバスト安定な制御器を設計出来た。

参考文献

- [1] Quanser Inc.: *Quanser 3-DOF Helicopter User Manual*. Quanser Inc., Markham, Canada, 2011.
- [2] 蛭原義雄: 『LMI によるシステム制御 ロバスト制御系設計のための体系的アプローチ』. 森北出版, 2012.
- [3] 川田昌克: 『MATLAB/Simulink による現代制御入門』. 森北出版, 2011.