

シンガポールの教科書から学ぶ数学の指導法

2009SE059 堀部真未

指導教員：佐々木克巳

1 はじめに

[4]によれば、近年、日本の学力低下や理系離れが問題とされている。そこで、IEA国際数学・理科教育動向調査(TIMSS)で上位の学力を持つシンガポールの数学教育に注目した。シンガポールの教科書は、世界的にも注目されており、アメリカのカリフォルニア州ではシンガポールの教科書を使ったことで、5年生の統一試験で合格点をとる生徒の割合が増えたという例がある([6])。

本研究の目的は、シンガポールの数学教育において、優れた点を見出し、日本の数学教育に活かすことである。具体的には、日本とシンガポールの教科書を使って、単元の導入や扱っている問題を比較する。

2 両国の教科書の比較

日本とシンガポールの数学教育を比較するために、両国の教科書を比較した。用いる教科書は、シンガポールの7,8年生(日本では中学1,2年生にあたる)の教科書[5]と、日本の小学5年生~高校1年生の教科書[1,2,3]である。対象とした単元は、「正の数・負の数」、「方程式」、「相似と合同な図形」、「三角法」である。本稿では、このうちの「相似と合同な図形」から「合同な三角形の導入」と「合同な三角形で扱う問題」を抽出して述べる。

2.1 合同な三角形の導入

この節では、シンガポールの教科書([5])「8.1 合同な三角形」と日本の教科書([2])「4章1節1 三角形の合同」を比較する。

(i) シンガポールの教科書

合同な三角形の導入の例題は、三角形において、「1. 2辺とその間の角」「2. 2辺とその間ではない角」「3. 2つの角と1辺」「4. 3辺」「5. 3つの角」「6. 1つの角が直角な三角形について、斜辺と他の1辺」が与えられている三角形を作図するという問題である。指定された角の大きさや辺の長さで三角形をかき、その書いた三角形と問いの横の三角形の図が必ず合同になるかどうかを確認する。この6つの三角形を書くことによって、三角形の合同条件について学ぶ。

三角形の合同条件は以下の4つである。

- 2辺とその間の角(SAS)
- 2角と対応する1辺(AAS)
- 3辺(SSS)
- 90° , 斜辺, 1辺(RHS)

括弧内は、合同条件の省略形である。これらは、2.2節の例題で用いる。

(ii) 日本の教科書

三角形の合同を考えるために「ABCと合同なDEFを書く方法を考えます。はじめに、辺BCと等しい長さの辺EFをかきました。頂点Dはどのようにして決めればよいでしょう。」という質問がある。「EF=BCのほかに、 $E=B$, $F=C$ となるように点Dを決める」というのが1つの方法として挙げられ、さらに「EF=BCのほかに、 $E=B$, $DE=AB$ となるように点Dを決めて、DEFを書きなさい」「EF=BCのほかに、 $DE=AB$, $DF=AC$ となるように点Dを決めて、DEFを書きなさい」という問いが続いている。作図には、三角定規・コンパス・分度器を用いる。

三角形の合同条件は以下の3つである。

- 3組の辺が、それぞれ等しいとき
- 2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいとき
- 1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいとき

(iii) 考察

シンガポールの教科書では、導入で、考えられるいろいろなパターン(6つ)の作図をし、その中で必ず合同になった条件のものを合同条件としている。生徒は条件にそって自分で作図をすることによって、合同になる場合とそうでない場合の作図ができるので楽しく学ぶことができるのではないかと考える。特に2や5は、できる図形が1つではないので、合同な図形をかく生徒もいれば、そうでない生徒もいるので、できた図形を見せ合うことで発見できることもあると考える。

合同条件は、シンガポールの教科書では4つ、日本の教科書では3つになっているが、これはシンガポールの教科書では、直角三角形の合同条件も含まれているからである。日本では、直角三角形の合同条件として、「斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい」「斜辺と他の1辺が、それぞれ等しい」である。「斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい」という条件は、三角形の内角の和が 180° であることから、「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という三角形の合同条件で示すことができる。そのため、シンガポールの教科書では、三角形の合同条件と直角三角形の合同条件が合わせて4つになっているのだと考えられる。

日本の教科書の「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という条件は、シンガポールの教科書の「2角と対応する1辺」という条件に対応する。この、「対応する1辺」が分かりにくいので考える。2つの角から、三角形の内角の和は 180° であるとい

う性質を用いて3角を求めておいて、間の1辺とすれば、対応する1辺も分かりやすい。このことを指導するとよい。次の節で扱う図??の例題は、日本式で考えると D も考えることになるが、このステップは対応する辺を明確にする。

2.2 合同な三角形で扱う問題

この節では、シンガポールの教科書 ([5])8.1 の中の「合同な三角形を使って」と日本の教科書 ([2])「4章2節2 合同条件を使った証明の進め方」を比較する。とくに、証明の記述の方法を比較する。

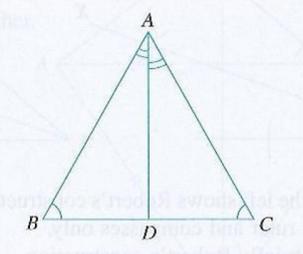
(i) シンガポールの教科書

シンガポールの教科書の例題についてみていく。翻訳は図??の通りである。

例題 1

$\triangle ABC$ について、 $\hat{B}=\hat{C}$ で
 AD は \hat{A} の二等分線である。
 $AB=AC$ を示せ。

解：
 $\triangle ADB$ と $\triangle ADC$ において
 $\hat{B}=\hat{C}$ (与えられている)
 $\hat{BAD}=\hat{CAD}$ (与えられている)
 AD は共通
 $\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC$ (AAS)
 $\therefore AB=AC$



例題 1 (pp.9)

図 1 シンガポールの教科書 ([5]) 合同問題証明 1

最初の2つの下線部は、式の後ろに括弧書きで等式が成り立つ根拠を書いている。これは、この問題の条件などから明らかかな場合である。

残りの2つの下線部は、上で述べた式から導かれている等式である。

(ii) 日本の教科書

日本の教科書 ([2]) の例題 (図??) における証明を見ていく。

①②③の式が示される理由をそれらの式の前に記述している。合同な図形の性質として「対応する線分の長さはそれぞれ等しい」と学習しているが、証明の中でも丁寧に「合同な図形では、対応する辺の長さは等しいから」という説明がされている。

(iii) 考察

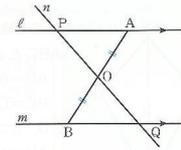
シンガポールの証明の書き方は、等しい辺や角を示してから根拠を書いている。日本の書き方は対照的に、根拠を書いてから等しい辺や角を示している。証明問題を苦手と感じる生徒が多いが、辺や角が理由から書かなければならないことばかり考えてしまうから、証明問題を難しいと感じる生徒が多いのだと思う。証明問題を解くには、対応する辺や角の関係を調べて、合同条件を生徒にしっかり考えさせる指導をしていきたい。

ひろげよう どうすればいいかな

右の図で、 $\ell \parallel m$ として、 ℓ 上の点 A と m 上の点 B を結ぶ線分 AB の中点を O とします。点 O を通る直線 n が、 ℓ 、 m と交わる点を、それぞれ、P、Q とするとき、

$$AP=BQ$$

となることを示すには、どうすればよいでしょうか。



証明

$\triangle OAP$ と $\triangle OBQ$ で、

O は AB の中点だから、
 $OA=OB$ ……①

対頂角は等しいから、
 $\angle AOP = \angle BOQ$ ……②

$\ell \parallel m$ で、錯角は等しいから、
 $\angle OAP = \angle OBQ$ ……③

①、②、③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle OAP \cong \triangle OBQ$
 合同な図形では、対応する辺の長さは等しいから、
 $AP=BQ$

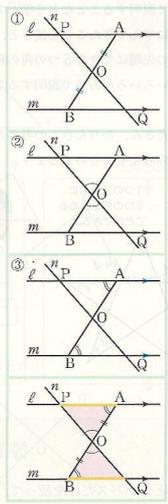


図 2 日本の教科書 ([2]) 合同条件を使った証明

3 おわりに

本研究では、日本の教科書とシンガポールの教科書を用いて、単元の導入や扱う問題の比較を行った。その結果、どちらの教科書にも優れた点が見つかり、日本の教育に活用できそうな点も見つかった。今まで、日本の教科書しか見たことがなかった私にとっては、新鮮であり、新しい発見があった。これから、教師として指導していく際に、取り入れてみたいことも見つかった。今後も、教師として、よりわかりやすく指導できるように、今回比較できなかった単元についても研究をしていきたい。

参考文献

- [1] 大矢雅則 ほか 17 名：『新編 数学 I』。数研出版株式会社，東京，2012。
- [2] 岡本和夫・小関熙純・森杉 馨・佐々木 武 ほか 39 名：『未来へひろがる 数学 1, 2』。啓林館，東京，2012。
- [3] 清水静海・船越俊介 ほか 49 名：『わくわく 算数 5 上』。啓林館，東京，2012。
- [4] 芳沢光雄：『人はなぜ数学が嫌いになるのか』。PHP 研究所，東京，2009。
- [5] Sin Kwai Meng：『NEW ELEMENTARY MATHEMATICS SYLLABUS D 1, 2』。Marshall Cavendish Education, Singapore, 2011。
- [6] Los Angel times: March 09, 2009.
<http://articles.latimes.com/2008/mar/09/local/me-math9>