

神経ネットワークの振動パターンの解析

2008MI256 角田由紀

指導教員：大石泰章

1 はじめに

線虫やクリオネなどの生物の遊泳の動作は CPG (Central Pattern Generator) と呼ばれる神経ネットワークによって制御されている。CPG とは、神経細胞によって形成された非線形な発振器のことである。ある神経細胞が興奮するとその細胞は電気信号を出し、隣接する細胞との結合が抑制性であれば興奮状態を抑制し、結合が興奮性であれば興奮状態を励起する。このように CPG では神経細胞が作用し合うことで身体を動かすタイミングを生成し、その結果として身体の動きが生じる。この CPG を利用して、生物の複雑な動きをロボットに導入できないかという研究が進んでいる [2]。Iwasaki [1] は同じ動特性を持つ神経細胞の集まりによって CPG をモデル化し、その CPG の解析と設計を行う系統的方法を開発した。しかし Iwasaki は近似を多く利用しているため、近似をすることが妥当であるのか検証をする必要がある。

本研究では Iwasaki の方法に基づいて CPG の解析問題を解き、その方法の検証を行う。具体的には、Iwasaki の方法によって振動パターン (周波数, 振幅, 位相) を推定する。また、推定された振動パターンと実際の振動パターンを比較し、近似の妥当性を検証する。

2 CPG の方程式と振動パターンの推定

神経細胞が 1 個の場合を考える。神経細胞の動特性を、電気信号の入力が u 、出力が v のとき、

$$v = \tanh(q), \quad q = f(s)u \quad (1)$$

とモデル化する。このとき $\tanh(q)$ は静的な非線形関数であり、 $f(s)$ は伝達関数

$$f(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

とする。次に神経細胞が N 個ある場合を考えると式 (1) は次のようになる。

$$v_i = \tanh(q_i), \quad q_i = f(s)u_i \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

以下 N 個の信号をベクトル表現して、 $v = (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N)^T$, $q = (q_1 \ q_2 \ \dots \ q_N)^T$, $u = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N)^T$ と書く。また、神経細胞の入出力関係もまとめて、

$$v = \Psi(q), \quad q = F(s)u \quad (2)$$

のように書く。ただし、 Ψ は各成分の $\tanh(q_i)$ を計算することを表し、 $F(s)$ は $f(s)I$ を表す。一方、 N 個の神経細胞間の相互結合を行列 M を使って、

$$u = Mv$$

と書く。ここで M の (i, j) 成分 m_{ij} は j 番目の神経細胞から i 番目の神経細胞までの結合関係を表す。 m_{ij} が負ならば結合は抑制性であり、正ならば結合は興奮性である。

以上をまとめると CPG の方程式は、

$$q = F(s)M\Psi(q) \quad (3)$$

となる。

q が 1 次元の場合、式 (3) が周波数 ω の周期解を持つとしてフーリエ級数展開すると、

$$q(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \sin(\omega kt) + b_k \cos(\omega kt)$$

を得る。 ω が $F(s)M$ の帯域幅と同程度であると考え、 $k \geq 2$ の成分を無視する。さらに $b_0 = 0$ とすると、

$$\begin{aligned} q(t) &\cong a_1 \sin(\omega t) + b_1 \cos(\omega t) \\ &= \alpha \sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

となる。 q が N 次元の場合も、各成分について同様に考え、

$$q_i(t) \cong \alpha_i \sin(\omega t + \phi_i) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4)$$

とする。ここで α_i は振幅、 ϕ_i は位相である。また、 $\tanh(q_i)$ は記述関数 κ_i によって近似し、

$$\tanh(q_i) \cong \kappa_i(\alpha_i)q_i$$

とする。これらの近似から CPG の方程式は、

$$(F(j\omega)MK(\alpha) - I)p = 0 \quad (5)$$

$$p_i := \alpha_i e^{j\phi_i}, \quad K(\alpha) := \text{diag}(\kappa_i(\alpha_i))$$

となる。ここで p は q を $e^{j\omega t}$ で割ったものである。この関係から近似的に条件を満たす周波数、振幅、位相が求められ振動パターンを推定することができる。

q_i の振動の振幅 α_i が互いに等しくなるように CPG はある対称性を持つと仮定する。このときすべての i に対して $\alpha_i = \alpha$ とすると、式 (5) は、

$$(M - \lambda I)p = 0 \quad (6)$$

$$p_i := e^{j\phi_i}, \lambda := \frac{1}{\kappa(\alpha)f(j\omega)}$$

となる。ここで λ は M の固有値、 p はそれに対応する固有ベクトルである。固有ベクトル p から位相 ϕ_i を推定し、固有値 λ から次の式を解くことによって周波数 ω と振幅 α が推定できる。

$$\lambda \kappa(\alpha) = 1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \quad (7)$$

このようにして行列 M に対する振動パターン (周波数, 振幅, 位相) を推定する。

3 推定の実際とその評価

3.1 推定結果

行列 M を

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

とし, $\omega_0 = 1$ とする推定を行う. 行列 M の固有値は $2 \pm 1.90j$, 2 , $2 \pm 1.17j$ である. ここでは最大固有値である $\lambda = 2 + 1.90j$ について考える. 最大固有値とは, 最も大きい実部を持つ固有値の中で, さらに最も大きい虚部を持つ固有値のことである. 式 (6), (7) より ω と ϕ を求めると, $\omega = 0.1514$ (Hz), $\phi = 0, 36, 72, 108, 144$ ($^\circ$) と推定できる.

次に, 式 (3) を逆ラプラス変換した微分方程式を解きシミュレーションを行う. $\tanh(q)$ が非線形関数のためルンゲクッタ法を用いて微分方程式を解くと, 図1のようなグラフが得られる.

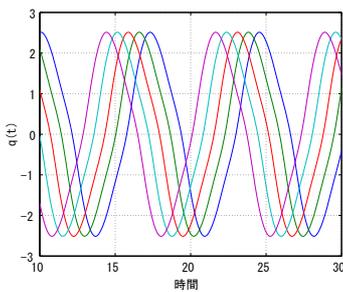


図1 シミュレーションによる CPG の振動パターン

式 (6), (7) によって推定された値とシミュレーションで得られた値を比較する. 表1は推定とシミュレーションで得られた周期と ϕ_i の値を比較したものである. $\omega_0 = 3$ とは ω_0 の値を変更したときの結果である. これを見ると周

表1 推定とシミュレーションの値の比較

	周期	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5
推定値	6.61	0.0	36.0	72.0	108.0	144.0
シミュ	7.24	0.0	36.1	72.0	108.1	144.0
$\omega_0 = 3$	2.61	0.0	36.0	72.0	108.0	144.0

期は異なるが, 位相は推定値とシミュレーションで得られた値はほぼ合致することがわかる.

3.2 近似の妥当性

フーリエ級数展開で近似を行うとき $k \geq 2$ の成分を無視しても良いかを確かめるために, ω_0 の値を変更してシミュレーションを行う. $\omega_0 = 3$ に変更しシミュレーションを行うと図2のようなグラフが得られる. 図3は図2をスペ

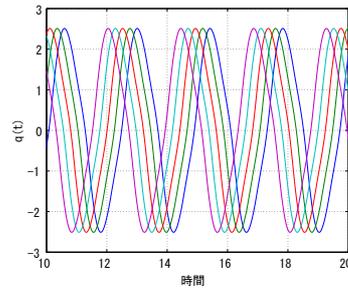


図2 シミュレーション ($\omega_0 = 3$)

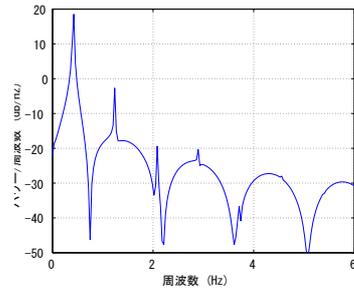


図3 スペクトル密度

クトル密度で表したものである. 図3を見ると最初のピーク時の値に対して3倍, 5倍の値で周波数のスペクトル密度が高くなっている. このことから第3次, 第5次の高調波の成分が少なからず含まれてしまうため, $k \geq 2$ の成分を無視することには疑問が残る. しかし, Iwasaki の方法による推定値とシミュレーション結果の位相の比較は表1のようになり, 依然として良く一致している. このことから, ω_0 の値によらず q のフーリエ級数展開の $k \geq 2$ の成分を無視する Iwasaki の方法が有効であることがわかる.

初期値の影響を考えるため, 初期値を変更してシミュレーションを行う. その結果, 変更前と同じ周期と歪みを持ったグラフが得られた. よって, 初期値の影響は受けなことがわかる.

4 おわりに

本研究では, Iwasaki の方法に基づいて CPG の方程式を解析問題について解き, その妥当性の検証を行った. 近似を用いた CPG の方程式で解析問題を解いてもシミュレーションに近い結果が得られ, 周波数 ω_0 を変えても同様であったことから, Iwasaki の方法は妥当であると言える.

参考文献

- [1] T. Iwasaki: Multivariable harmonic balance for central pattern generators. *Automatica*, vol. 44 (2008), pp. 3061–3069.
- [2] 小田島正・湯浅秀男・伊藤正美: 「均質モジュールから成る自律分散型多脚歩行ロボットシステム—機能とアルゴリズム—」. 日本ロボット学会誌, 第16巻第7号 (1998), pp. 957–964.