

# 平行二輪型倒立振子の自己位置推定によるライントレース

2008MI050 堀昌太郎

2009SE068 今井祥也

2009SE098 狩谷昇吾

指導教員：陳幹

## 1 はじめに

### 1.1 ライントレースの概要

本研究の目的は、光センサを一つ搭載した平行二輪型倒立振子ロボットを用いてライントレースを行うことである。ライントレースとは、床に描かれたラインを追従しながら走行することである。光センサを用いたライントレースでは、光センサの輝度を使って路面の色を判断し、現在走行している場所の色を調べ、色の濃淡を感知することで位置を検出し、ラインの縁に沿って進むように走行体の向きを決定する。ライントレースの方法について、図1に示すような走行体の中央部に光センサを一つ装着した片側エッジ検出型のライントレースを行う。

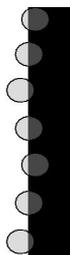


図1 片側ライントレース

ラインを境に進行方向左が白地、右が黒地のとき、光センサが白地の反応を示した場合、黒色ラインから離れているため右旋回を行い黒色ラインへと近づく。その結果、光センサが黒地の反応を示すので倒立振子がライン上に来たことが分かり、次に左旋回を行うことにより白地へと向かう。これらの動作を繰り返し行うことにより、走行体は左右に振れながらラインに沿って倒立走行をすることができる。

### 1.2 ET ソフトウェアデザインロボットコンテスト

ET ソフトウェアデザインロボットコンテストとは、社団法人組込みシステム技術協会の開催している、LEGO MINDSTORMS NXT で組み上げられた同型のロボットを使用し、そのロボットに搭載するソフトウェアでコース

タイムを競う大会である。コンテストの内容には、モデル部門と競技部門があり、競技部門でライントレースにより走行タイムを競うベーシックエリアと階段、シーソー、ガレージインなどの障害物を攻略する難所エリアがある。本研究では、ベーシックエリアの完走を目指し、ライントレースでの安定化と高速化を実現する制御を目指す。制御方法は倒立制御は最適レギュレータを使用されており、ライントレースは PID 制御を使用する [1]。

## 2 制御対象

本研究では、図2に示すような二輪型倒立振子ロボットを制御対象とする。



図2 平行二輪型倒立振子ロボット

ハードウェアは、光センサが1個、インタラクティブサーボモータ3個、インテリジェントブロック NXT を1個使用する。以降、インタラクティブサーボモータを DC モータ、インテリジェントブロック NXT を NXT と称する。

## 3 モデリング

### 3.1 状態方程式の導出

平行二輪型倒立振子の側面図と平面図を図1と図2に示す。

ここで、ラインに対して垂直方向を  $x$  軸、 $x$  軸に対して垂直方向を  $y$  軸、鉛直方向を  $z$  軸とする。

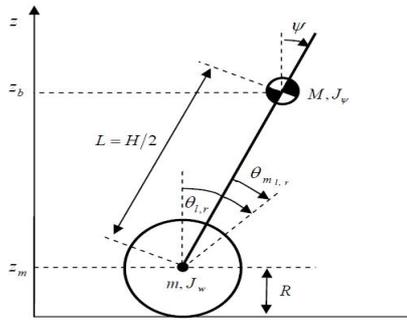


図3 平行二輪型倒立振子の側面図

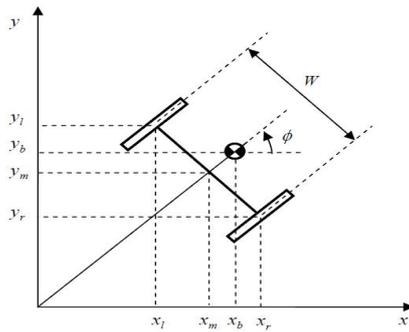


図4 平行二輪型倒立振子の平面図

制御対象となる平行二輪型倒立振子のモデリングは以下ようになる。運動方程式を導出するにあたり物理パラメータを表1にまとめた[2]。

表1 物理パラメータ

記号	名前	値
$g$	重力加速度	$9.81[\text{m}/\text{sec}^2]$
$m$	車輪質量	$0.03[\text{kg}]$
$R$	車輪半径	$0.04[\text{m}]$
$M$	車体質量	$0.6[\text{kg}]$
$W$	車体幅	$0.14[\text{m}]$
$H$	車体高さ	$0.144[\text{m}]$
$L$	車輪中心から車体重心までの距離	$H/2[\text{m}]$
$J_\phi$	車体慣性モーメント(ヨー)	$M(w^2 + D^2)/12[\text{kgm}^2]$
$J_m$	DC モータ慣性モーメント	$1 \times 10^{-5}[\text{gm}^2]$
$R_m$	DC モータ抵抗	$6.69[\Omega]$
$K_b$	DC モータ逆起電力定数	$0.468[\text{V sec}/\text{rad}]$
$K_t$	DC モータトルク定数	$0.317[\text{Nm}/\text{A}]$
$n$	ギヤレシオ	1
$f_m$	車体と DC モータ間の摩擦係数	0.0022
$f_w$	車輪と路面間の摩擦係数	0

また,  $i_{r,l}[\text{mA}]$  を DC モータの電流,  $v_{r,l}[\text{mV}]$  を DC モータの電圧,  $L_m[\text{H}]$  を DC モータのインダクタンス,  $\theta$  [deg] を左右車輪の平均回転角度,  $\phi$  [deg] を車体の傾斜角度(ピッチ角度),  $\phi$  [deg] を車体の平面回転角度(ヨー角度)とする。

#### 4 システム同定

本研究で使用する平行二輪型倒立振子ロボットは光センサから値を取得する。そしてその値からどの方向へ移動するかを計算し、モータを回すため NXT の電圧として出力を行う。その後、電圧を入力として車輪を動かすことによって移動を行う。

1. 光センサの値を受け、現在ラインからどれくらいの距離にいるのかという光センサ値と距離との関係
2. 位置情報から PID 制御を用いることにより、NXT がどれだけ電圧を出力するかの関係
3. NXT からの電圧によって回転する平行二輪型倒立振子の車輪の回転角度の関係
4. 回転角度から自己位置推定を用いてどの方向へどのように移動するか関係

1 から 4 についてシステム同定を行う。

##### 4.1 光センサ値と距離との関係

実験機を作成し、光センサの値と距離について実験を行った。

実験の手順は以下のとおりである。

1. 黒地と白地との境界を閾値とし、その境界を 0 とする。
2. 黒地と白地の境界を基準に  $1.0[\text{mm}]$  ごとに光センサの位置を動かし、光センサの値を測定する。

結果、光センサの値とラインからの距離には相関関係があることが分かった。光センサの値は 530 から 745 の値をとり、黒地と白地の境界の閾値を測定したところ 644 が得られた。この光センサの値 644 が基準値となり距離 0 と考える。その後、閾値よりも白地はマイナス表記とし、閾値よりも黒地はプラス表記として距離をあらわす。距離はそれぞれ  $1.0[\text{mm}]$  間隔で測定を行った。そのときの光センサと距離との関係を表 2 と図 5 に示す。

表2 光センサ値と距離との関係

基準からの距離 [mm]	光センサ値	基準からの距離 [mm]	光センサ値
-20	534	-2	613
-19	534	-1	628
-18	534	0	644
-17	535	1	658
-16	540	2	678
-15	541	3	695
-14	541	4	711
-13	541	5	722
-12	542	6	732
-11	543	7	736
-10	547	8	738
-9	550	9	739
-8	556	10	740
-7	561	11	740
-6	572	12	740
-5	580	13	741
-4	592	14	741
-3	601	15	742

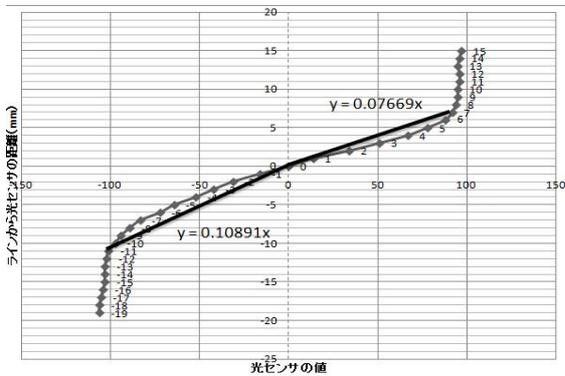


図5 光センサ値と距離の関係図

結果, グラフの光センサ値が負の時に式 (1) を, グラフの光センサ値が正の時に式 (2) を得た.

$$y = 0.10891x \quad (1)$$

$$y = 0.07669x \quad (2)$$

#### 4.2 電圧と車輪の回転量の関係

平行二輪型倒立振子に搭載している車輪のモータは NXT からの電圧  $v(t)$  を入力, モータの回転による車輪の回転量  $\theta$  を出力としている. モータの電気的特性からモータを LR 直列回路として近似し, モータに与えられた電圧

$v(t)$  を表現した. 結果, 式 (3) が得られる.

$$v(t) = L\dot{i}(t) + Ri(t) + k_e\dot{\theta}(t) \quad (3)$$

ここで,  $L$  はコイルのインダクタンス,  $R$  は抵抗器の抵抗,  $i(t)$  はモータを流れる電流,  $k_t$  はトルク定数である. 次にモータの回転運動に関する微分方程式が式 (4) で表わされる.

$$J_m\ddot{\theta}(t) = k_t i(t) \quad (4)$$

以上の式 (3), 式 (4) と  $L$  を 0 として考えると電圧  $v(t)$  と車輪の回転角度  $\theta(t)$  の微分方程式が導出できる.

$$v(t) = \frac{J_m R_m}{k_t^2} \ddot{\theta}(t) + k_t \dot{\theta}(t) \quad (5)$$

次に, 式 (5) に導出した微分方程式を PID 制御のプログラムに組み込むため, 状態空間表現に変換する. ここで状態量  $x$ , および入力  $u$  は式 (6) を使用する.

$$x(t) = [\theta, \dot{\theta}]^T, u = v \quad (6)$$

状態方程式は式 (7) から式 (11) となる.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (7)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_t^3}{J_m R_m} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t^2}{J_m R_m} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C = [1 \quad 0] \quad (11)$$

#### 4.3 自己位置推定

自己位置推定とはロボットの左右の車輪の回転角と回転角速度を積算することで, 移動距離と方向を求める方法である.

はじめに, 車輪の移動量から平行二輪型倒立振子の位置を推定するため, 車両の運動を考える. 旋回角速度を  $\omega$ , 旋回角度を  $\psi$ , 回転半径を  $\rho$ , 左右の車輪の周速度を  $V_{l,r}$ , 光センサ部の移動速度を  $V$  とすると, 式 (12) から式 (16) を得る.

$$\omega = \frac{(V_r - V_l)}{2} \quad (12)$$

$$v = \frac{(V_l + V_r)}{2} \quad (13)$$

$$\rho = d \frac{(V_r + V_l)}{(V_r - V_l)} \quad (14)$$

$$\dot{x} = V \cos(\phi) \quad (15)$$

$$\dot{y} = V \sin(\phi) \quad (16)$$

次に, 制御周期を  $\Delta t$  とした運動を考える.  $\Delta t$  間の車輪と光センサの移動を図 6 に示す.

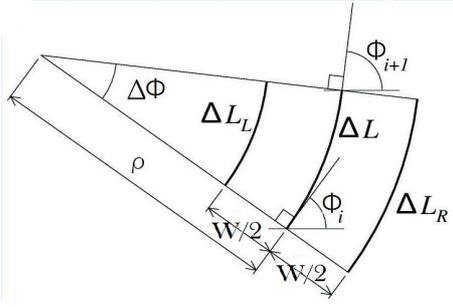


図6 Δt間の車輪と光センサの移動

また、時間  $\Delta t$  で左右の車輪および光センサの移動量をそれぞれ  $\Delta L_L, \Delta L_R, \Delta L$  とする。結果、式 (17)、式 (18) を得る。

$$\Delta L_L = V_l \Delta t \quad (17)$$

$$\Delta L_R = V_r \Delta t \quad (18)$$

この  $\Delta t$  の間、車輪および光センサの移動速度は変化しないものとし、一定の半径  $\rho$  の円弧運動を行うとする。  $\Delta t$  で旋回中心周りに  $\Delta\phi$  だけ回転したとすると、式 (17)、式 (18) より、式 (19) から式 (24) を得る。

$$\Delta L_R = \left(\rho + \frac{W}{2}\right) \Delta\phi \quad (19)$$

$$\Delta L_L = \left(\rho - \frac{W}{2}\right) \Delta\phi \quad (20)$$

$$\Delta L = \rho \Delta\phi \quad (21)$$

$$\Delta L = \frac{\Delta L_R + \Delta L_L}{2} \quad (22)$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta L_R - \Delta L_L}{W} \quad (23)$$

$$\rho = \Delta L - \Delta\phi \quad (24)$$

次に、光センサの移動量を算出する。平行二輪型倒立振子の位置、旋回角度を  $i$  回目の制御周期のとき、  $x_i, y_i, \phi_i$ 、次の周期を  $x_{i+1}, y_{i+1}, \phi_{i+1}$  と表記する。このときの状態を図7に示す。

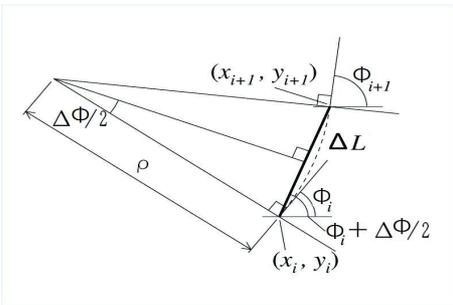


図7 座標の移動

旋回角度について式 (25) であらわされる。

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta\theta \quad (25)$$

また、光センサの位置について、式 (26)、式 (27) を計算することで  $\Delta t$  の間の円弧運動を考えることができる。

$$x_{i+1} = x_i + \Delta L \cos(\theta_i + \Delta\theta) \quad (26)$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta L \sin(\theta_i + \Delta\theta) \quad (27)$$

以上の計算を時々刻々と重ねることで車輪の回転角度から平行二輪型倒立振子の位置と旋回角度を得ることができる [3][4]。

## 5 シミュレーション

光センサの値を入力した場合のライントレースのシミュレーション結果を示す。ここで前章で示した自己位置推定は離散系を用いている。そのため、システム同定を行って調べた関係それぞれを離散系で考えシミュレーションを行った。ここで、光センサの値の入力、電圧を出力とした PID 制御を使用し NXT の最大出力電圧に収まるようなコントローラの作成を行った。また、ライントレースに関しては右旋回、左旋回の両方を、電圧に関しては右旋回のシミュレーションを行った。

### 5.1 電圧

#### 5.1.1 PID 制御

位置情報を取得し、その結果左右のモータがどれだけの電圧を出力するかを決定するために PID 制御のコントローラを作成した。ライントレースにおける P 制御、I 制御、D 制御はそれぞれ以下のような役割がある。

P 制御：光センサ値の目標値との差を操作量として反映する。

I 制御：P 制御による操作量出力の今回値と前回値との差分を操作量として反映し、オフセット値の補正をする。

D 制御：光センサ値の目標値との差の前回値と今回値の差分を操作量として反映する。

以上から電圧の出力制御を行うため、PID 制御のゲインを  $K_p = 0.1, K_i = 0.001, K_d = 0.7$  と定めた。

#### 5.1.2 電圧のシミュレーション

左右の車輪のモータにかかる電圧が NXT の最大出力電圧 9[V] 以内におさまっているかを見る。そこで PID 制御を用いてシミュレーションを行った。その結果を図8と図9に示す。

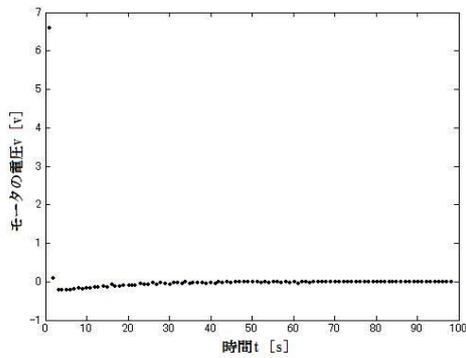


図8 右モータにかかる電圧

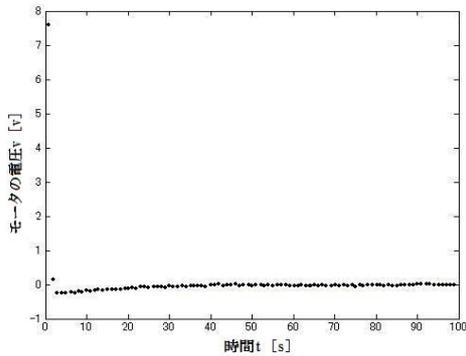


図9 左モータにかかる電圧

図8, 図9より, 右モータと左モータともに9[V]以内に収まっていることが分かる.

## 5.2 ライントレース

図10と図11は二輪型倒立振り子ロボットがある距離から目標値までライントレースを行う様子を示したシミュレーション結果である.

図10はラインの境界の光センサ値644から値を25ずつ

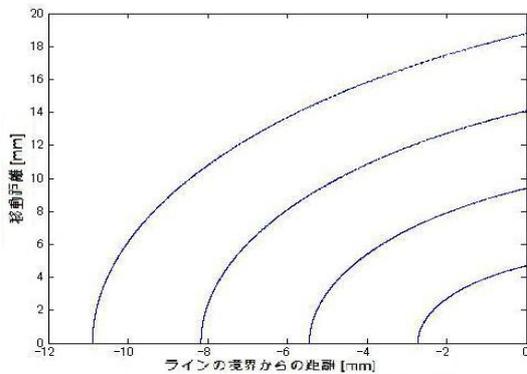


図10 右旋回のライントレース

減らした値を走行体の初期位置としている. 左か光センサ

値が544, 569, 594, 619を表わし, このときのラインからの距離 -1.08, -0.81, -0.54, -0.27がそれぞれ光センサの初期位置となる.

図11はラインの境界の光センサ値644から値を25ずつ

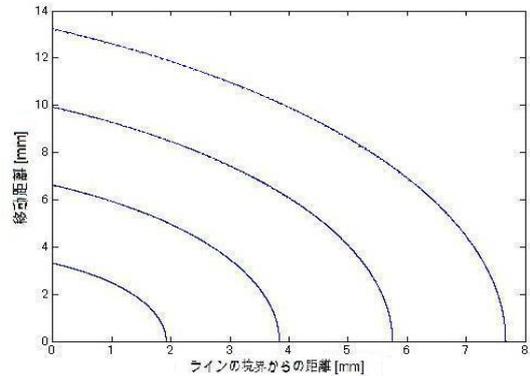


図11 左旋回のライントレース

増やした値を走行体の初期位置としている. 左から光センサ値が669, 694, 719, 744, 769を表わし, このときのラインからの距離0.19, 0.38, 0.57, 0.76, 0.95がそれぞれ初期位置となる. 図10, 図11から, どの軌跡も円弧を描き目標値までトレースしていることがわかる.

## 6 実験結果

実験機の平行二輪型倒立振り子にライントレースさせた時の実験結果を示す. はじめに, 平行二輪型倒立振り子を直線のラインを約18秒間トレースさせた時の様子を図10に示す.

図10から, 光センサ値と位置との関係からラインの境界値0[mm]を基準として白地に対して4.0[mm], 黒地に対して2.0[mm]の範囲でライントレースを行っていることがわかる.

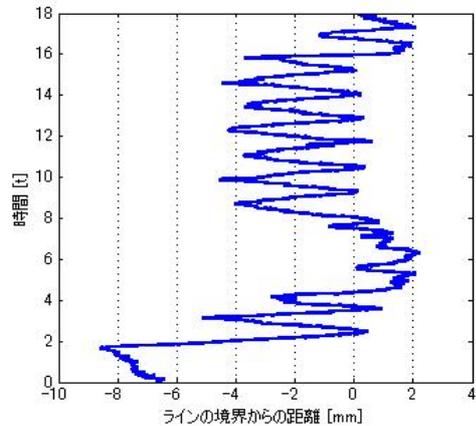


図12 ライントレースの軌道

次にシミュレーションでは図 12 に示すような、ラインの境界 0[mm] に追従するグラフを得ることができなかった。そこで、図 12 の範囲内でラインからの距離が白地、黒地それぞれ最大となる位置について着目する。その最大となる位置からラインの境界までについて白地から境界、黒地から境界、それぞれについてシミュレーションとの比較を行った。その結果を図 13、図 14 に示す。ここでライントレースについて白地から境界のラインへは右旋回、黒地から境界のラインへは左旋回となる。

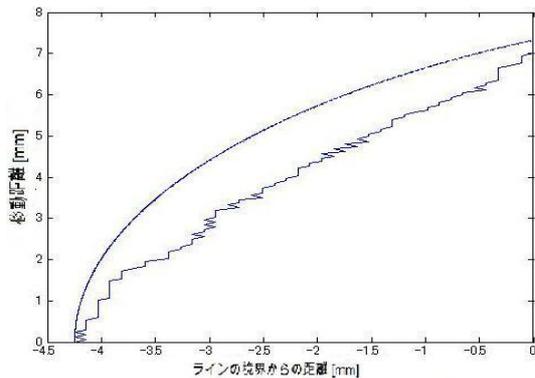


図 13 右旋回(白地から境界)の比較

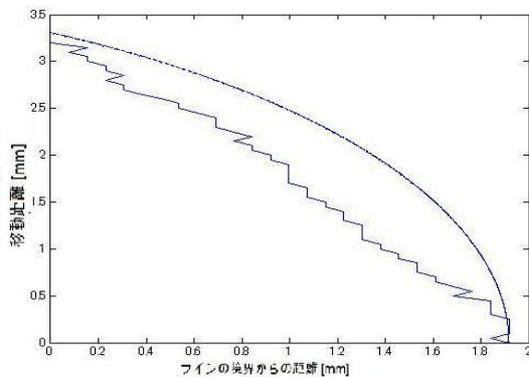


図 14 左旋回(黒地から境界)の比較

図 13、図 14 はそれぞれ光センサの値 605、690 を初期値とし、右旋回に 0.476[s]、左旋回に 0.256[s] の時間を要している。

ライントレースの軌道はシミュレーションとは異なり、ほぼ直線的に目標値へと向かうが、目標値での距離の差はシミュレーションと 0.2[mm] 以下の誤差となっている。よって、シミュレーションのように楕円軌道は描いていないが、直線のラインをトレースすることができ、大きな支障はないと考えられる。

## 7 おわりに

本研究では、光センサをひとつ搭載した平行二輪型倒立振り子ロボットのライントレースについて考えた。光センサの値だけでは直接ライントレースを行うことができなかったため、光センサ値からライントレースへとつなげるために 4 つのシステム同定を行った。この 4 つのシステム同定を行うことにより、光センサ値とラインの境界からの距離との関係を導出でき、離散系を用いて PID 制御によるライントレースのシミュレーションを行うことができた。

以上の結果より、NXT の制限電圧内に収めたうえでラインに追従するライントレースの軌道をシミュレーションすることができたといえる。またその後の実験では、始点と終点がほぼ同じになるライントレースの軌道を描くことができた。しかし、シミュレーションと実験では楕円的、直線的なライントレースの軌道の違いが生まれてしまった。今後の課題として、二輪型倒立振り子ロボットへのプログラムの検証、およびデータ取得法の検討があげられる。

## 参考文献

- [1] ET ロボコン 2012 技術委員会:ET ソフトウェアデザインロボットコンテスト 2012 競技規約
- [2] NXTway-GS のモデルベース開発  
～LEGO Mindstorms NXT を用いた平行二輪倒立振り子型ロボットの制御～,The Math Works,Inc(2009)  
<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/13399>
- [3] D.Soetanto,L.Lapierre,A.Pascoal:Adaptive,Non-Singular Path-Following Control of Dynamic Wheeled Robots.  
<http://www2.lirmm.fr/home/lapierre/IMG/pdf/CDC>
- [4] 熊谷正朗:車輪移動ロボット,(2011)  
<http://www.mech.tohoku-gakuin.ac.jp/rde/contents/course/robotics/wheelrobot.html>